21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

概率论与数理统计教程

第五版

全程导学及习题全解

主 编 张红慧 孙燕囡 林一强 主 审 赵 迪

中国时代经济出版社

21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

概率论与数理统计教程

第五版

全程导学及习题全解

主　编　张红慧　孙燕囡　林一强　主　审　赵　迪

中国时代经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计教程(第5版)全程导学及习题全解/张红慧,孙燕闳,林一强主编. —北京:中国时代经济出版社,2012.1
21世纪高等院校经典教材同步辅导
ISBN 978-7-5119-0996-1

Ⅰ.①概… Ⅱ.①张… ②孙… ③林… Ⅲ.①概率论—高等学校—教学参考资料 ②数理统计—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第238420号

书　　名:概率论与数理统计教程(第5版)全程导学及习题全解
作　　者:张红慧　孙燕闳　林一强

出版发行:中国时代经济出版社
社　　址:北京市丰台区玉林里25号楼
邮政编码:100069
发行热线:(010)68320825　83910219
传　　真:(010)68320634　68320584
网　　址:www.cmepub.com.cn
电子邮箱:zgsdjj@hotmail.com
经　　销:各地新华书店
印　　刷:北京市优美印刷有限责任公司
开　　本:787×1092　1/16
字　　数:240千字
印　　张:13.75
版　　次:2012年1月第1版
印　　次:2012年1月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5119-0996-1
定　　价:22.00元

内容简介

本书是根据高等教育出版社出版的高等学校教材《概率论与数理统计教程》(沈恒范著第五版)所编写的学习辅导与习题全解参考书。全书共分九章,每章的顺序和内容与教材保持一致。各章的内容都分为三部分:本章知识要点概述、典型例题讲解和习题全解。知识要点概述将《概率论与数理统计教程》中主要的概念、理论、公式加以归纳总结。典型例题讲解选取了具有代表性的习题进行分析求解,使读者更好地掌握解题方法。习题全解是本书的重点,按原教科书所列习题进行详细的求解和证明。

本书主要的读者对象是高等院校在校学生,也可作为自考学生学习《概率论与数理统计教程》课程的辅导教材、复习参考书以及考研强化指导书,并可作为教师和相关人员的教学参考用书。

前　　言

《概率论与数理统计教程》是研究随机现象客观规律的数学学科，在许多领域中都有着重要的应用。这门课程被列为高等院校工科、理科、经济管理等门类各专业学生必修的重要基础课程。通过本课程的学习，学生应该理解概率论与数理统计的基本概念，掌握它的基本理论和方法，以及运用统计方法分析解决实际问题。

为了帮助在校学生及考研同学扎实掌握概率论与数理统计的知识精髓，提高应试能力，我们根据国家教委审订的高等院校"概率论与数理统计"课程教学大纲的要求编写了此书。本书按照沈恒范著《概率论与数理统计》(第五版高等教育出版社)的章节顺序，共分为九章，包括：

本章知识要点

在本章知识要点部分，本书对教材中的相应内容进行了系统、全面的归纳和总结，有助于读者全面系统的掌握基本概念、基本定理、基本公式。同时，这一部分也可以作为学习者日后复习备考的重要手册。

典型例题讲解

为给读者得到更多练习的机会，本书尽可能多的精选了本章所涉及的典型题型，同时给出详细解答过程，以帮助读者更好地进行自我巩固与提高。

习题全解

在教材习题同步解答部分，本书对原教材中的全部习题做出了详细解答。从读者的角度，给出了解题的每一个步骤，避免忽略掉一些看似简单但对读者理解解题思路起到关键作用的细节。部分习题还给出了多种解法及分析，揭示解题规律，使读者能全面地掌握解题要点。本书针对教材书题给出了详细的解答过程，可供读者参考。

全书由张红慧、孙燕囡、林一强编写，由赵迪主审。本书编写过程中得到赵晖、杨蕤、任卉等同志的大力协助，并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持，为此表示忠心的感谢！

对《概率论与数理统计》(第五版)教材作者沈恒范等老师，表示衷心感谢！

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免有疏漏与不妥之处，恳请各位专家及广大读者批评指正。

编者
2012 年 1 月

目　录

第一章　随机事件及其概率

§1.1　本章知识要点概述

一、随机事件及其频率·概率的统计定义

1. 试验

所谓试验就是一定的综合条件的实现，并且这种综合条件可以任意多次地重复实现．

2. 事件

当一定的综合条件实现时，也就是在试验的结果中，所发生的现象叫做事件．

3. 必然事件

如果在每次试验的结果中，某事件一定发生，则这一事件叫做必然事件，通常用字母 U 表示．

4. 不可能事件

如果某事件一定不发生，则这一事件叫做不可能事件，通常用字母 V 表示．

5. 随机事件

在试验的结果中，可能发生、也可能不发生的事件，叫做随机事件，通常用字母 A,B,C …表示．

6. 频率

设随机事件 A 在 n 次试验中发生了 m 次，则比值 $\frac{m}{n}$ 叫做随机事件 A 的相对频率（简称频率），记作 $f_n(A)$；则

$$f_n(A)=\frac{m}{n}.$$

7. 概率的统计定义

由随机事件的频率的稳定性可以看出，随机事件发生的可能性可以用一个数来表示. 这个刻画随机事件 A 在试验中发生的可能性大小的. 介于 0 与 1 之间的数叫做随机事件 A 的概率，记作 $P(A)$.

8. 样本空间

试验的所有样本点 $\omega_1,\omega_2\cdots,\omega_n,\cdots$ 构成的集合叫做样本空间，通常用字母 Ω 表示．

任一随机事件 A 都是样本空间 Ω 的一个子集，必然事件 U 是样本空间 Ω，不可能事件 V 是空集 $\varnothing$.

9. 基本事件

是样本空间 Ω 的仅由单个样本点构成的子集.

二、事件的关系及运算

1. 事件间的关系共有四种

(1)如果事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生,则称事件 B 包含事件 A,或称事件 A 包含于事件 B,记作

$$B \supset A \text{ 或 } A \subset B.$$

见图 1.1 所示.

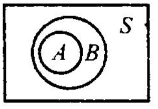

图 1.1

(2)如果事件 B 包含事件 A,且事件 A 包含事件 B,即

$$B \supset A \text{ 且 } A \supset B,$$

也就是说,二事件 A 与 B 中任一事件的发生必然导致另一事件的发生,则称事件 A 与事件 B 相等,记作

$$A = B.$$

见图 1.2 所示.

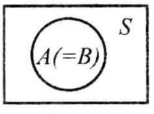

图 1.2

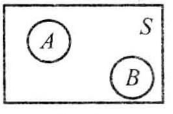

图 1.3

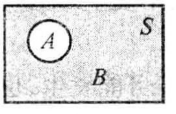

图 1.4

(3)如果二事件 A 与 B 不可能同时发生,即

$$AB = \varnothing,$$

则称二事件 A 与 B 是互不相容的(或互斥的). 见图 1.3 所示.

(4)如果二事件 A 与 B 是互不相容的,并且它们中必有一事件发生,即二事件 A 与 B 中有且仅有一事件发生,即

$$AB = \varnothing \text{ 且 } A + B = \Omega,$$

则称事件 A 与事件 B 是对立的(或互逆的),称事件 B 是事件 A 的对立事件(或逆事件),同样事件 A 也是事件 B 的对立事件(或逆事件),记作

$$B = \overline{A} \text{ 或 } A = \overline{B}.$$

见图 1.4 所示.

2. 事件间的运算共有三种

(1)“二事件 A 与 B 中至少有一事件发生”这一事件叫做事件 A 与事件 B 的并,记作

$$A \cup B.$$

见图 1.5 所示.

（2）“二事件 A 与 B 都发生”这一事件叫做事件 A 与事件 B 的交，记作

$$A\cap B \text{ 或 } AB.$$

见图 1.6 所示.

（3）“事件 A 发生而事件 B 不发生”这一事件叫做事件 A 与事件 B 的差，记作

$$A-B.$$

见图 1.7 所示.

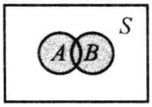

图 1.5

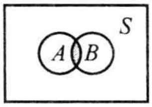

图 1.6

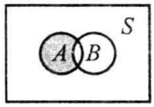

图 1.7

3. **事件运算的性质**

（1）交换律：

$$A\cup B=B\cup A,$$
$$AB=BA.$$

（2）结合律：

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C),$$
$$(AB)C=A(BC).$$

（3）分配律：

$$A(B\cup C)=AB\cup AC,$$
$$A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C).$$

（4）德摩根定律：

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\ \overline{B},$$
$$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}.$$

三、事件的概率及性质

1. **概率的古典定义**

设试验的样本空间总共有 N 个等可能的基本事件，其中有且仅有 M 个基本事件是包含于随机事件 A 的，则随机事件 A 所包含的基本事件数 M 与基本事件的总数 N 的比值叫做随机事件 A 的概率，记作 $P(A)$：

$$P(A)=\frac{M}{N}.$$

2. **概率的公理化定义**

设试验的样本空间为 Ω，随机事件 A 是 Ω 的子集，$P(A)$是实值函数，如果满足下述三条公理：

公理 1（非负性）对于任一随机事件 A，有

$$P(A)\geqslant 0;$$

公理 2（规范性）对于必然事件 Ω，有

$$P(\Omega)=1;$$

公理 3(有限可加性)对于有限个互不相容的事件 $A_1,A_2,\cdots,A_k$,有

$$P(\sum_{i=1}^{k}A_i)=\sum_{i=1}^{k}P(A_i),$$

或者,更一般的,

公理 3′(完全可加性)对于可数无穷多个互不相容的事件 $A_1,A_2,\cdots,A_k,\cdots$,有

$$P(\sum_{i=1}^{\infty}A_i)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i),$$

则称 $P(A)$为随机事件 A 的概率.

3. 概率的性质

(1) 对于不可能事件ϕ,$P(\phi)=0$;对于必然事件 Ω,$P(\Omega)=1$;对于任一事件 A,

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1.$$

(2)两个互不相容事件的并的概率,等于这两个事件的概率的和:

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

(3)有限个互不相容事件的并的概率,等于这些事件的概率的和:

$$P(\sum_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i).$$

(4)如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成互不相容的完备事件组,则这些事件的概率的和等于一:

$$\sum_{i=1}^{n}P(A_i)=1.$$

(5)对立事件的概率的和等于一:

$$P(A)+P(\overline{A})=1.$$

(6)任意二事件的并的概率,等于这二事件的概率的和减去这二事件的交的概率:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

(7)任意有限个事件的并的概率可按下面的公式计算:

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}P(A_iA_j)+\sum_{1\leqslant i<j<k\leqslant n}P(A_iA_jA_k)-\cdots+(-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n).$$

四、条件概率

1. 条件概率

设事件 B 的概率 $P(B)>0$,则在事件 B 已发生的条件下事件 A 的条件概率等于事件 AB 的概率除以事件 B 的概率所得的商:

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}.$$

2. 概率乘法定理

二事件的交的概率等于其中一事件的概率与另一事件在前一事件已发生的条件下的条件概率的乘积:

$$P(AB)=P(A)P(B|A)=P(B)P(A|B).$$

推广

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}).$$

3. 全概率公式

设事件 A 当且仅当互不相容的事件 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 中的任一事件发生时才可能发生，已知事件 B_i 的概率 $P(B_i)$ 及事件 A 在 B_i 已发生的条件下的条件概率 $P(B|B_i)(i=1,2,\cdots,n)$，则有

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A|B_i).$$

此公式叫做全概率公式．

4. 贝叶斯公式

$$P(B_i|A)=\frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A|B_j)}.$$

五、随机事件的独立性

1. 随机事件独立性的定义

(1)如果事件 B 的发生不影响事件 A 的概率，即

$$P(A|B)=P(A),$$

则称事件 A 对事件 B 是独立的；否则，称为是不独立的．

(2)二独立事件的交的概率等于这二事件的概率的乘积：

$$P(AB)=P(A)P(B).$$

(3)有限个独立事件的交的概率等于这些事件的概率的乘积：

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n).$$

2. 独立试验序列

如果在独立试验序列中事件 A 的概率为 $p(0<p<1)$，则在 n 次试验中事件 A 恰发生 m 次的概率为

$$P_n(m)=C_n^m p^m q^{n-m}=\frac{n!}{m!\ (n-m)!}p^m q^{n-m},$$

其中 $p+q=1$.

§1.2　典型例题讲解

例 1　设 A、B、C 是任意三个随机事件，则以下结论中正确的是(　　).

(A)$(A\cup B)-B=A-B$　　(B)$(A-B)\cup B=A$

(C)$(A\cup B)-C=A\cup(B-C)$　　(D)$A\cup B=A\overline{B}\cup B\overline{A}$

解　本题答案为(A).

运用事件的运算性质，验证如下：

$(A\cup B)-B=(A\cup B)\overline{B}=A\overline{B}\cup B\overline{B}=A\overline{B}=A-B$,故(A)正确;

$(A-B)\cup B=A\overline{B}\cup B=(A\cup B)(\overline{B}\cup B)=A\cup B$,故(B)不正确;

$(A\cup B)-C=(A\cup B)\overline{C}=(A\overline{C})\cup(B\overline{C})=(A-C)\cup(B-C)$,故(C)不正确;

$A\cup B=(A-B)\cup(B-A)\cup AB=A\overline{B}\cup B\overline{A}\cup AB$,故(D)不正确.

例 2　对于事件 A 和 B,下列结论正确的是(　　).

(A)若 A 与 B 互不相容,则 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也互不相容

(B)若 A 与 B 相容,则 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也互逆

(C)若 A 与 B 互逆,则 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也互逆

(D)若 $A-B=\varnothing$,则 A 与 B 互不相容

解　本题答案为(C).

A 与 B 互不相容,则 $AB=\varnothing$,但推不出 $\overline{A}\overline{B}=\overline{A\cup B}=\varnothing$,故(A)不正确;

A 与 B 相容,则 $AB\neq\varnothing$,但当 $A\cup B=\Omega$ 时,$\overline{A}\overline{B}=\overline{A\cup B}=\varnothing$,此时,$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互不相容,故(B)不正确;

A 与 B 互逆,则 $AB=\varnothing$,$A\cup B=\Omega$,从而 $\overline{A}\overline{B}=\overline{A\cup B}=\varnothing$,$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{AB}=\Omega$,即 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也互逆,故(C)正确;

$A-B=A\overline{B}=\varnothing$,只能说明 A 与 $\overline{B}$ 互不相容,不能推出 $AB=\varnothing$,故(D)不正确.

例 3　设事件 A、B、C 同时发生时,事件 D 一定发生,则有(　　).

(A)$P(C)\geqslant P(A)+P(D)-1$

(B)$P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

(C)$P(D)\geqslant P(A)+P(B)+P(C)-1$

(D)$P(D)\geqslant P(A)+P(B)+P(C)-2$

解　本题答案为(D).

依题意可知,$ABC\subset D$,故有

$$\begin{aligned}P(D)&\geqslant P(ABC)\\&=P(AB)+P(C)-P[(AB)\cup C]\\&\geqslant P(AB)+P(C)-1\\&=P(A)+P(B)-P(AB)+P(C)-1\\&\geqslant P(A)+P(B)+P(C)-2,\end{aligned}$$

故(D)正确,(A)、(B)、(C)不正确.

例 4　已知 $P(A\cup B)=0.6$,$P(B)=0.3$,则 $P(A\overline{B})=$________.

解　因为 $A\overline{B}=A-AB$,$AB\subset A$,则有

$$P(A\overline{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB).$$

又因为 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$,故有

$$P(A)-P(AB)=P(A\cup B)-P(B).$$

从而有

$$P(A\overline{B})=P(A\cup B)-P(B)=0.6-0.3=0.3.$$

因此，本题答案为 0.3.

例 5　设事件 A、B、C 满足 $P(AB)=P(BC)=P(AC)=\frac{1}{4}$，$P(ABC)=\frac{1}{16}$，则 A、B、C 中不多于 1 个发生的概率为________.

解　考虑到 A、B、C 中不多于 1 个发生的对立事件为 A、B、C 中至少有两个发生，故所求概率为

$$\begin{aligned}&1-P(AB\overline{C})-P(A\overline{B}C)-P(\overline{A}BC)-P(ABC)\\&=1-[P(AB)-P(ABC)]-[P(AC)-P(ABC)]-[P(BC)-P(ABC)]-P(ABC)\\&=1-P(AB)-P(AC)-P(BC)+2P(ABC)\\&=1-\frac{1}{4}\times3+\frac{1}{16}\times2=\frac{3}{8}.\end{aligned}$$

因此，本题答案为 $\frac{3}{8}$.

例 6　某商店出售一种产品，每箱装 100 件，且已知每箱中混有 4 件不合格品，商店采用"缺一赔十"的销售方式，即顾客买一箱产品，如果随机地取 1 件发现是不合格品，商店立刻把 10 件合格品放在箱子中，不合格的那件产品不再放回，顾客在一个箱子中随机地先后取了 3 件进行测试，求他发现全是不合格品的概率.

解　依题意可设事件 A_i，表示"顾客在第 i 次测试时发现不合格品"($i=1,2,3$)，则有

$$P(A_1)=\frac{4}{100},P(A_2|A_1)=\frac{3}{99+10}=\frac{3}{109},P(A_3|A_2A_1)=\frac{2}{98+10+10}=\frac{2}{118}.$$

利用乘法公式可知，3 次测试中顾客取到的全是不合格品的概率为

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_2A_1)=\frac{4}{100}\times\frac{3}{109}\times\frac{2}{118}=0.00002.$$

§1.3　习题一全解

1.1　任意抛掷一颗骰子，观察出现的点数. 设事件 A 表示"出现偶数点"，事件 B 表示"出现的点数能被 3 整除".

(1)写出试验的样本点及样本空间；

(2)把事件 A 及 B 分别表示为样本点的集合；

(3)下列事件：

$$\overline{A},\overline{B},A\cup B,AB,\overline{A\cup B}$$

分别表示什么事件？并把它们表示为样本点的集合.

解　(1)试验可能出现的结果为"出现 1 点"，"出现 2 点"，…，"出现 6 点"，则有样本点：ω_i 表示"出现 i 点"，其中 $i=1,2,\cdots,6$

于是样本空间是由六个样本点构成的集合：

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}.$$

(2)"出现偶数点"即为"出现 2 点，或 4 点，或 6 点"

因此,A 是由三个样本点构成的集合:

$$A=\{\omega_2,\omega_4,\omega_6\}.$$

因此,B 是由二个样本点构成的集合:

$$B=\{\omega_3,\omega_6\}.$$

(3)事件 $\overline{A}$ 为事件 A 的对立事件,因此 $\overline{A}=\Omega-A=\{\omega_1,\omega_3,\omega_5\}$,即 $\overline{A}$ 表示"出现奇数点".

事件 $\overline{B}$ 为事件 B 的对立事件,因此 $\overline{B}=\Omega-B=\{\omega_1,\omega_2,\omega_4,\omega_5\}$,即 $\overline{B}$ 表示"出现的点数不能被 3 整除".

事件 $A\cup B$ 为事件 A 和事件 B 的并,表示 A 与 B 中至少有一事件发生,即 $A\cup B$ 表示"出现偶数点或出现的点数能被 3 整除",也即"出现的点数能被 2 或 3 整除",因此

$$A\cup B=\{\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_6\}.$$

事件 AB 为事件 A 和事件 B 的交,表示 A 与 B 同时发生.即 AB 表示"出现的点数能同时被 2 和 3 整除",因此 $AB=\{\omega_6\}$.

事件$\overline{A\cup B}$为事件 $A\cup B$ 的对立事件,因此$\overline{A\cup B}=\Omega-A\cup B=\{\omega_1,\omega_5\}$,即$A\cup B$表示"出现的点数不能被 2 和 3 整除".

1.2　设 A、B、C 表示三个随机事件,试将下列事件用 A、B、C 表示出来:

(1)仅 A 发生;

(2)A、B、C 都发生;

(3)A、B、C 都不发生;

(4)A、B、C 不都发生;

(5)A 不发生,且 B、C 中至少有一事件发生;

(6)A、B、C 中至少有一事件发生;

(7)A、B、C 中恰有一事件发生;

(8)A、B、C 中至少有二事件发生;

(9)A、B、C 中最多有一事件发生.

解　(1)事件"仅 A 发生"即"A 发生,B、C 不发生",也即"A、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 都发生",为事件 A、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 的交,因此可记为 $A\overline{B}\overline{C}$.

(2)事件"A、B、C 都发生"为事件 A、B、C 的交,因此可记为 ABC.

(3)事件"A、B、C 都不发生"即"$\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 都发生",为事件 $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 的交,因此可记为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.

(4)事件"A、B、C 不都发生"为事件"A、B、C 都发生"的对立事件,因此可记为$\overline{ABC}$.

(5)事件"B、C 中至少有一事件发生"为事件 B、C 的并,可记为 $B\cup C$. 事件"A 不发生,且 B、C 中至少有一事件发生"为事件 $\overline{A}$、$B\cup C$ 的交,可记为 $\overline{A}(B\cup C)$.

(6)事件"A、B、C 中至少有一事件发生"为事件 A、B、C 的并,可记为 $A\cup B\cup C$.

(7)事件"A、B、C 恰有一事件发生"为互不相容事件"仅 A 发生"、"仅 B 发生"、"仅 C 发生"的并即为事件 $A\overline{B}\overline{C}$、$\overline{A}B\overline{C}$、$\overline{A}\overline{B}C$ 的并,可记为 $A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$.

(8)事件"A、B、C 中至少有二事件发生"即为"事件 AB、BC、AC 中至少有一事件发生"，为事件 AB、BC、AC 的并，可记为 $AB\cup BC\cup AC$.

(9)事件"A、B、C 中最多有一事件发生"为事件"A、B、C 中至少有二事件发生"的对立事件，因此可记为$\overline{AB\cup BC\cup AC}$.

1.3　袋中有 10 个球，分别写有号码 1～10，其中 1,2,3,4,5 号球为红球；6,7,8 号球为白球；9,10 号球为黑球．设试验为：

(1)从袋中任取一个球，观察其颜色；

(2)从袋中任取一个球，观察其号码．

分别写出试验的基本事件及样本空间，并指出样本空间中的基本事件是否等可能的．

解　(1)袋中共有 3 种不同颜色的球，因此试验的基本事件有 3 个，分别为 $\omega_{红}$ 表示"取出红球"，$\omega_{白}$ 表示"取出白球"，$\omega_{黑}$ 表示"取出黑球"，于是样本空间是由三个样本点(基本事件)构成的集合：

$$\Omega_1=\{\omega_{红},\omega_{白},\omega_{黑}\}.$$

由于袋中三种颜色的球数量各不相同，因此这 3 个基本事件不是等可能的．

(2)袋中共有 10 个不同号码的球，因此试验的基本事件有 10 个，分别为

$$\omega_i \text{ 表示"取出 } i \text{ 号球"}(i=1,2,\cdots,10)$$

于是样本空间是由十个样本点(基本事件)构成的集合：

$$\Omega_2=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{10}\}.$$

由于袋中 10 个号码的球各有一个，因此试验的基本事件是等可能的．

1.4　电话号码由 7 个数字组成，每个数字可以是 0,1,2,…,9 中的任一个数字(但第一个数字不能为 0)，求电话号码是由完全不相同的数字组成的概率．

解　电话号码的第一个数字只能是 1,…9 中的一个，有 C_9^1 种选法，其余数字可以是 0,1,…,9 中的任意一个，有 10^6 种选法，总的选法有 $C_9^1\cdot 10^6$ 种，因此基本事件总数为 $C_9^1\cdot 10^6$.

记 A 为事件"电话号码由完全不同的数字组成".

第一个数字仍是有 C_9^1 种选法，而其余 6 个数字各不相同，有 A_9^6 种选法，总的选法有 $C_9^1\cdot A_9^6$ 种，因此 A 包含的基本事件数为 $C_9^1\cdot A_9^6$.

于是电话号码是由完全不相同的数字组成的概率为

$$P=\frac{C_9^1\cdot A_9^6}{C_9^1\cdot 10^6}=\frac{9\times8\times7\times6\times5\times4}{10^6}=0.06048.$$

1.5　把 10 本书任意地放在书架上，求其中指定的 3 本书放在一起的概率．

解　10 本书任意放在书架上共有 $A_{10}^{10}=10!$ 种放法，因此基本事件的总数为 $10!$.

记 A 为事件"指定的 3 本书放在一起".

将指定的 3 本书看作一个整体，则它和其余的 7 本书共有 $A_8^8=8!$ 种放法，且这 3 本书有 $A_3^3=3!$ 种放法，则共有 $8!\times3!$ 种放法，因此 A 包含的基本事件数为 $8!\times3!$．

于是指定的3本书放在一起的概率为

$$P=\frac{8!\ \times 3!}{10!}=\frac{1}{15}\approx 0.0667.$$

1.6 为了减少比赛场次，把20个球队任意分成两组(每组10队)进行比赛，求最强的两队被分在不同组内的概率.

解 从20个球队中选取10个队分在一组，其余10个队分在二组，共有C_{20}^{10}种选法，因此基本事件的总数为C_{20}^{10}.

记A为事件“最强的两队被分在不同组内”.

从最强的两队中选出一个队分在一组，另外一队分在二组，有C_2^1种选法，从其余的18个队中选出9个队分在一组，剩下的9个队分在二组，有C_{18}^9种选法，则共有$C_2^1\cdot C_{18}^9$种选法，因此A包含的基本事件数为$C_2^1\cdot C_{19}^8$.

于是最强的两队被分在不同组内的概率为

$$P=\frac{C_2^1\cdot C_{18}^9}{C_{20}^{10}}=\frac{2\times\dfrac{18!}{9!\ \times 9!}}{\dfrac{20!}{10!\ \times 10!}}=\frac{10}{19}\approx 0.5263.$$

(注:此法将2个组视为有差别的，如果不对2个组进行标号，则基本事件的总数和A包含的基本事件数分别为$\dfrac{C_{20}^{10}}{2}$和$\dfrac{C_2^1\cdot C_{18}^9}{2}$，所得最后结果并无差别.)

1.7 在桥牌比赛中，把52张牌任意地分发给东、南、西、北四家(每家13张牌)，求北家的13张牌中:

(1)恰有5张黑桃、4张红心、3张方块、1张草花的概率;

(2)恰有大牌A、K、Q、J各1张，其余为小牌的概率.

解 从52张牌中任选13张发给东家，从剩下的39张牌中任选13张发给南家，再从剩下的26张牌中任选13张发给西家，最后将剩下的13张牌发给北家，则共有$C_{52}^{13}\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}$种发法，因此基本事件的总数为$C_{52}^{13}\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}$.

(1)记A为事件“北家恰有5张黑桃、4张红心、3张方块、1张草花”.

52张牌中黑桃、红心、方块、草花各有13张，则从13张黑桃中任选项5张、从13张红心中任选4张、从13张方块中任选3张、从13张草花任选1张发给北家，有$C_{13}^5\cdot C_{13}^4\cdot C_{13}^3\cdot C_{13}^1$种选法，从剩下的39张牌中任选13张发给东家，再从剩下的26张牌中任选13张发给南家，最后将剩下的13张牌发给西家，有$C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}$种发法，则共有$C_{13}^5\cdot C_{13}^4\cdot C_{13}^3\cdot C_{13}^1\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}$种发法，因此$A$包含的基本事件数为$C_{13}^5\cdot C_{13}^4\cdot C_{13}^3\cdot C_{13}^1\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}$.

于是北家恰有5张黑桃、4张红心、3张方块、1张草花的概率为.

$$P=\frac{C_{13}^5\cdot C_{13}^4\cdot C_{13}^3\cdot C_{13}^1\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}}{C_{52}^{13}\cdot C_{39}^{13}\cdot C_{26}^{13}\cdot C_{13}^{13}}\approx 0.00539.$$

(2)记B为事件“北家恰有大牌A、K、Q、J各1张，其余为小牌.”

52张牌中大牌A、K、Q、J各有4张，则从4张A、4张K、4张Q、4张J中各选1张发给北家，有$C_4^1\cdot C_4^1\cdot C_4^1\cdot C_4^1$种选法，再从36张小牌中任选9张发给北家，有$C_{36}^9$种选法，剩下