中国教育电视台全国成人高考电视讲座选定用书

全国各类成人高等学校招生考试复习教材

数学

（理科）

CRGK 高考

刘德荫／编

京教育出版社
林匹克出版社

全国各类成人高等学校招生
考试复习教材

数　学

（理科）

刘德荫　编著

北京教育出版社
奥林匹克出版社

全国各类成人高等学校招生考试复习教材　数学(理科)

SHU XUE (LI KE)

刘德荫　编著

---

*

北京教育出版社
奥林匹克出版社
出版发行

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100011

新　华　书　店　经　销

北京市朝阳宏大印刷厂印刷

*

787×1092毫米　16开本　18.75印张　350千字

2000年8月第3版　2000年8月第1次印刷

ISBN 7-5303-1610-9/G·1585

定价:20元

说　　明

2000年6月教育部修订颁布了新的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》，我们的新版《全国各类成人高等学校招生考试复习教材》也随新大纲出版了。整套教材包括政治、语文、数学(文科)、数学(理科)、历史、地理、物理、化学8科，共8本。

这套教材是由一批长期从事成人高考教学和研究的专家和教授，集十几年的成人教学实践经验，根据新大纲要求精心编著而成。教材集大纲要求、内容讲解、例题分析和习题于一体，内容全面系统，讲解详略得当，重点突出，并根据各学科的不同特点灵活设计体例结构，注重复习应试的实用性。书中例题选取了历年的部分试题，书末还附有2000年的考题和答案，有利于考生了解考试形式及命题的变化趋势。

本书是参加各类成人高等学校(包括广播电视大学、职工高等学校、农民高等学校、管理干部学院、教育学院和教师进修学院、独立设置的函授学院、普通高等学校举办的成人高等学历教育等)招生考试辅导班的理想教材，也适合考生自学或复习，同时还可供高中学生和教研人员学习或教学参考。

为了进一步提高质量，对本书的不足之处，欢迎读者批评指正。

目 录

第一部分 代数

第二部分　三角

第三部分　平面解析几何

第四部分　立体几何

第一部分　代数

第一章　数、式、方程和方程组

考试大纲要求

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关计算．

2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则．

3. 掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题．

4. 会解有惟一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组(主要指以下几种类型：用加减消元法可消去某个未知数、可消去二次项的，以及至少有一个方程可分解成一次方程的)．

§1.1　数

一、实数与复数

(一)实数

整数和分数统称有理数，任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式．例如 $5=5.0$，$\frac{4}{3}=1.333\cdots=1.\dot{3}$，$-18.165$ 等都是有理数．

无限不循环小数叫做无理数．例如 $\sqrt{2}=1.414\ 21\cdots$，$\pi=3.141\ 59\cdots$，$e=2.718\ 28\cdots$，$8.101\ 001\ 000\ 1\cdots$ 等都是无理数．

有理数和无理数统称实数．

实数可以按照下面的方法分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

(二)复数

显然，方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内是无解的，为了解决这类问题的需要，人们又引进一个新数 i，叫做虚数单位，规定 $i^2=-1$，并且可以与实数一起进行四则运算．例如，实数 a 与 b 和虚数单位 i 进行运算，组成的数 $a+bi$ 称为复数．其中 a 与 b 分别叫做复数的实部与虚部．

若两个复数 $a+bi$ 与 $c+di$ 相等，当且仅当，实部与虚部分别相等，即

$$a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c,\ b=d$$

注：符号“$\Leftrightarrow$”表示“等价于”，也就是“当且仅当”的意思.

二、实数的有关概念

（一）数轴

规定了原点，正方向和单位长度的直线叫做数轴.（如图 1—1）

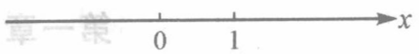

图 1—1

实数与数轴上的点是一一对应的，即数轴上每一点表示惟一的实数；反过来，每一个实数可用数轴上惟一的一个点来表示. 以后，我们对“实数 x”与“点 x”就不加区分.

（二）相反数和倒数

只有符号不同的两个数，叫做互为相反数. 零的相反数是零. 例如，3.2 和 -3.2，$\sqrt{3}$ 和 $-\sqrt{3}$，0 和 0 等，分别互为相反数.

数轴上表示互为相反数的两个点，分别在原点的两侧，且到原点的距离相等.

1 除以不为零的数的商，叫做这个数的倒数. 零没有倒数. 例如，5 和 $\frac{1}{5}$，$-\sqrt{2}$ 和 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 分别互为倒数.

对于任给实数 a，a 与 $-a$ 互为相反数，有 $a+(-a)=0$. 所以，若 $a+b=0$，则 a 与 b 互为相反数. 若 $a\neq 0$，a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数，有 $a\times\frac{1}{a}=1$，所以，若 $ab=1$，则 a 与 b 互为倒数.

（三）绝对值

一个正数或零的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数.

设 a 为实数，则 $|a|$ 表示 a 的绝对值. 即

$$|a|=\begin{cases}a & a\geqslant 0\\ -a & a<0\end{cases}$$

从数轴上看，一个实数 a 的绝对值表示点 a 到原点的距离.

例如　$|6.5|=6.5$，$|-2.3|=-(-2.3)=2.3$，$|0|=0$ 等.

注意：$|a|$ 是一个非负数.

（四）算术平方根

如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根（也叫做二次方根）.

正数的平方根有两个，它们互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根，其中正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根（简称算术根），记作 $\sqrt{a}$，零的算术根是零.

说明：(1) $\sqrt{a}$ 读做“根号 a”，它是一个非负数.

(2) $(\sqrt{a})^2=a$；$\sqrt{a^2}=|a|$. 例如 $(\sqrt{5})^2=5$，$\sqrt{(-2)^2}=|-2|=2$.

（五）实数大小的比较

在数轴上表示两个数的点，右边的点表示的数较大.

正数都大于零，负数都小于零，正数大于负数；两个正数比较，绝对值较大的正数大，两个负数比较，绝对值大的反而小.

三、实数的运算

（一）基本运算

实数有加、减、乘、除（除数不为零）、乘方、开方（负数不能开偶次方）运算，其中，加、减是第一级运算，乘、除是第二级运算，乘方、开方是第三级运算. 而加与减、乘与除，乘方与开方互为

逆运算.

(二)运算法则

1. 加法:同号两数相加,取原来的符号,并把绝对值相加. 异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两数相加得零. 任何数与零相加等于原数.

2. 减法:减一个数,等于加上这个数的相反数.

3. 乘法:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘,零乘以任何数都得零,任何数乘以 1 都等于原数.

4. 除法:两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除,零除以任何一个不为零的数等于零,任何数除以一个不为零的数,等于乘以这个数的倒数,零不能作除数,即

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \quad (b \neq 0)$$

5. 乘方:几个相同的因数相乘的运算叫做乘方,乘方所得结果叫做幂. 如

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n\text{个}} = a^n$$

其中 a 叫做底数,n 叫做指数,a^n 表示 n 个 a 相乘所得的积,叫做 a 的 n 次幂,n 是正整数时,a^n 也叫 a 的正整数次幂.

正数的任何次幂是正数;负数的偶数次幂是正数,奇数次幂是负数;零的正整数次幂是零.

例如 $(-2)^6=64$, $(-3)^3=-27$, $0^5=0$ 等.

6. 开方:如果 $x^n=a$ (n 是大于 1 的整数),那么 x 叫做 a 的 n 次方根.

求 a 的 n 次方根的运算,叫做把 a 开 n 次方,简称开方. a 叫做被开方数,n 叫做根指数.

正数的奇次方根是一个正数,正数的偶次方根有两个,这两个方根互为相反数. 零的 n 次方根都是零,负数的奇次方根是一个负数,在实数范围内,负数没有偶次方根.

(三)运算律

设 a, b, c 是任意实数,则有

1. 交换律 $a+b=b+a$; $ab=ba$

2. 结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$; $(ab)c=a(bc)$

3. 分配律 $a(b+c)=ab+ac$

在没有括号的算式中,首先进行第三级运算,然后进行第二级运算,最后进行第一级运算,也就是先算乘方、开方,再算乘、除,最后算加、减.

在有括号的算式中,先算小括号内的,然后算中括号,最后算大括号.

如果只有同一级运算,从左到右依次进行.

有时根据运算律也可以改变上述运算顺序.

四、例题分析

例 1. 选择题(在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的. 请把正确选项的字母代号填在题中的括号内).

(1)下列命题中正确的是 (　　)

(A)正数、负数和零称为有理数　　(B)正有理数、负有理数统称为有理数

(C)有理数包括整数和分数　　(D)有理数包括有限小数和无限小数

答:(C)

分析：(A)正数中包含$\sqrt{2}$、π等，均为无理数.(B)不包含零，而零是有理数.(D)无限小数中包含无限不循环小数，而无限不循环小数是无理数，因此排除A,B,D,故答案是选择C.

(2)在数轴上，到原点的距离等于8个单位长度的点表示的数当且仅当是　（　）

(A)8　(B)-8　(C)± 8　(D)$|\pm 8|$

答：(C)

分析：在数轴上表示一个数的点到原点的距离是这个数的绝对值，那么到原点的距离等于8个单位长度的点表示的就是绝对值等于8的数，这样的数有两个，即$+8$和-8，故应选C.

(3)-5的倒数与-5的绝对值的相反数之积等于　（　）

(A)1　(B)-1　(C)5　(D)-5

答：(A)

分析：因$\frac{1}{(-5)}\times(-|-5|)=1$，故应选A.

(4)设$1<x<2$，化简$|x-2|+|x-1|$　（　）

(A)$2x-3$　(B)$3-2x$　(C)-1　(D)1

答：(D)

分析：因为$1<x<2$，所以$x-2<0$，$x-1>0$，故$|x-2|+|x-1|=-(x-2)+(x-1)=1$.

(5)$\sqrt{(-3)^2}$的值等于　（　）

(A)-3　(B)3　(C)-9　(D)9

答：(B)

分析：因为$\sqrt{(-3)^2}=|-3|=-(-3)=3$. 所以选B.

例2. 填空题

(1)$\frac{2}{3}$的相反数的倒数是________.

答：$-\frac{3}{2}$.

分析：$\frac{2}{3}$的相反数是$-\frac{2}{3}$，$-\frac{2}{3}$的倒数为$1\div(-\frac{2}{3})=1\times(-\frac{3}{2})=-\frac{3}{2}$.

(2)如果$a^2=1$，那么$\sqrt[3]{a}=$________.

答：± 1.

分析：已知$a^2=1$，则$a=\pm 1$. 当$a=1$时，$\sqrt[3]{a}=1$，当$a=-1$时，$\sqrt[3]{a}=-1$.

(3)若$|x-2|=5$，则$x=$________.

答：7或-3.

分析：因为$|x-2|=5$，所以$x-2=5$或$x-2=-5$，故$x=7$或$x=-3$.

例3. 化去下列各式绝对值的符号.

(1)$|2-3a|$　(2)$|m-4|+|2m-7|$，其中$0\leqslant m\leqslant 3$.

解：(1)由绝对值的定义知：

$$|2-3a|=\begin{cases}2-3a & (2-3a\geqslant 0)\\ -(2-3a) & (2-3a<0)\end{cases}=\begin{cases}2-3a & (a\leqslant\frac{2}{3})\\ 3a-2 & (a>\frac{2}{3})\end{cases}$$

(2)由 $0\leqslant m\leqslant 3\Rightarrow m-3\leqslant 0\Rightarrow 2m-6\leqslant 0\Rightarrow m-4<0$，$2m-7<0$

$|m-4|+|2m-7|=-(m-4)-(2m-7)=-m+4-2m+7=11-3m$

例 4. 计算　$2^4\times 0.125-[9\div(-\frac{3}{4})^2\times 2+3\times(-2)^3]$

解：原式 $=16\times 0.125-[9\div\frac{9}{16}\times 2+3\times(-8)]$

$=2-(9\times\frac{16}{9}\times 2-24)=2-(32-24)=-6$

例 5. 已知 $|x+2|+\sqrt{y-3}+(z+4)^2=0$，求 x，y，z 的值.

解：由于三个非负数之和为零，则各个数必为零，因此

$x+2=0$，$y-3=0$，$z+4=0$，从而 $x=-2$，$y=3$，$z=-4$.

注：平方数(a^2)，绝对值($|a|$)，算术平方根($\sqrt{a}$)是三个非负数，非负数有一条重要性质，即几个非负数的和等于零，必定每个非负数都同时为零. 在解有关题目时，要用这一性质.

练习 1.1

1. 写出下列各数的相反数和倒数

(1)$\frac{5}{7}$　(2)$\sqrt{2}$　(3)$-n$　(4)$\frac{1}{a}$

2. 化简下列各式

(1)$|x-3|$　(2)$\sqrt{(2a-1)^2}$　(3)$|1-2x|$

3. 计算

(1)$(-81)\div 2\frac{1}{4}+\frac{4}{9}\div(-16)$

(2)$2^2+(-2)^3\times 5-(-32)\div(-2)^2$

(3)$(-0.5)^2-\frac{1}{4}-|2|(-\frac{3}{2})^3\times\frac{16}{27}$

(4)$-2^3\times 0.25-[4\div(-\frac{2}{3})^2\times 9+5\times(-2)^3]$

4. 已知 $(x-y)^2+|2y-z|+\sqrt{z-6}=0$，求 $3x+2y-z$ 的值.

§1.2　代数式

一、代数式的有关概念

(一)代数式

用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式. 单独的一个数或者一个字母也是代数式.

代数式的分类如下：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式(如 }3x,\ \frac{1}{2}a^2b,\ \cdots)\\ \text{多项式(如 }a+bc,\ x^2+2x+5,\ \cdots)\end{cases}\\ \text{分式(如}\frac{1}{x+2},\ \frac{a+b}{a^2-3ab+b^2},\ \cdots)\end{cases}\\ \text{无理式(如 }\sqrt{x^2+1},\ \frac{b}{\sqrt{a-1}},\ \cdots)\end{cases}$$

(二)代数式的值

用数值代替代数式里的字母,计算后得出的结果,叫做代数式的值.

(三)有理式

只含有加、减、乘、除、乘方运算(包含数字开方运算)的代数式,叫做有理式.

(四)无理式

含有关于字母开方运算的代数式,叫做无理式.

例如 $3x^2+x-7$, $\frac{\sqrt{2}a}{a^2+b}$,……是有理式;$\sqrt{3x-2}$, $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$,……是无理式.

二、整式

(一)整式的有关概念

1. 整式:没有除法运算或者虽有除法运算而除式里不含字母的有理式,叫做整式.

整式包括单项式和多项式.

2. 单项式:由数与字母相乘所得到的代数式,叫做单项式. 如 5, a, $2x$, $-\frac{1}{2}a^2b$, x^3y^2z, ……等都是单项式.

3. 多项式:几个单项式的和叫做多项式,如 $3x^2+2x+5$, a^2-b^2,……等,都是多项式.

多项式中,每一个单项式叫做多项式的项,不含字母的项叫做常数项.

在多项式中,所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项,叫做同类项. 把多项式中的同类项合并成一项,叫做合并同类项.

例如 $-2a^2b+3ab^2-5a+6+4a^2b+7ab^2+10$ 是多项式,其中 $-2a^2b$, $3ab^2$, $-5a$, 6, $4a^2b$, $7ab^2$, 10 都是这个多项式的项. 而 $-2a^2b$ 和 $4a^2b$, $3ab^2$ 和 $7ab^2$, 6 和 10 分别是同类项,把同类项合并,则有 $-2a^2b+4a^2b=(-2+4)a^2b=2a^2b$; $3ab^2+7ab^2=(3+7)ab^2=10ab^2$; $6+10=16$. 由此可知,合并同类项的方法是:把同类项的系数相加,所得结果为系数,字母和字母的指数不变.

(二)整式的加减法

1. 去添括号法则:如果括号前是负号,则括号内的各项都变号;如果括号前是正号,则括号内的各项不变号. 例如:

$-(3x^2y-2xy^2+5y^3)=-3x^2y+2xy^2-5y^3$

$(15a^3-2a^2b+3ab^3)=15a^3-2a^2b+3ab^3$

注意:去添括号法则,在代数运算中是很重要的,读者要牢记这一法则.

2. 运算方法

整式的加减运算,实际上就是合并同类项,如遇到括号,就根据去括号法则,先去括号,再合并同类项. 例如:

$(5x^2-3xy+2y^2)-(2x^2-4xy+7y^2)=5x^2-3xy+2y^2-2x^2+4xy-7y^2=3x^2+xy-5y^2$

(三)整式的乘除法

1. 幂的运算法则

设 m, n 为正整数,则

(1) $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$ (2) $a^m \div a^n=a^{m-n}$ $(a\neq 0, m>n)$

(3) $(a^m)^n=a^{mn}$ (4) $(ab)^n=a^nb^n$

注释:为了帮助读者理解上述运算法则的正确性,用具体的例子进行说明.

设 $m=5$，$n=2$，$a\neq 0$

(1) $a^5\cdot a^2=\underbrace{(a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a)}_{5个}\underbrace{(a\cdot a)}_{2个}=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a\cdot a}_{7个}=a^7$

又 $a^5\cdot a^2=a^{5+2}=a^7$，所以 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

(2) $a^5\div a^2=\dfrac{a^5}{a^2}=\dfrac{a\cdot a\cdot a\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}}=a^3$

又 $a^5\div a^2=a^{5-2}=a^3$，所以 $a^m\div a^n=a^{m-n}$

(3) $(a^5)^2=a^5\cdot a^5=a^{5+5}=a^{10}$

又 $(a^5)^2=a^{5\times 2}=a^{10}$，所以 $(a^m)^n=a^{mn}$

(4) $(ab)^2=(ab)(ab)=ab\cdot ab=aa\cdot bb=a^2b^2$，所以 $(ab)^n=a^nb^n$

2. 整式的乘法

(1)单项式乘以单项式：把系数相乘作为积的系数，并把同底数的幂相乘，对于只在一个单项式里有的字母，连同它们的指数作为积的一个因式．例如，

$(2x^2y)(-5x^3y^2z^4)=[2\cdot(-5)](x^2\cdot x^3)(y\cdot y^2)z^4=-10x^5y^3z^4$

(2)单项式乘以多项式：用单项式去乘多项式的每一项，再把所得积相加．例如，

$3a^2(2a^2-7a+6)=(3a^2)(2a^2)+(3a^2)(-7a)+(3a^2)(6)=6a^4-21a^3+18a^2$

(3)多项式乘以多项式：用一个多项式中的每一项乘以另一个多项式，再把所得的积相加．例如，

$(2a+b)(a-3b)=2a\cdot a+2a(-3b)+ba+b(-3b)=2a^2-6ab+ab-3b^2=2a^2-5ab-3b^2$.

3. 乘法公式

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　　　$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$　　　　$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

注：乘法公式是特殊的多项式乘以多项式，读者可以自己推导出上述公式，这几个公式，应用广泛，要牢记这些公式，这些公式中的字母 a，b 不仅表示数，还可以表示一个单项式或一个多项式．总之，只要题目中具有公式的那种形式就可以利用公式进行计算．

还要注意公式的恒等变形．例如，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 还可以写成：$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 等．

4. 整式的除法

(1)单项式除以单项式：把被除式的系数、幂分别除以除式的系数、同底数幂作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，连同它的指数作为商的一个因式．例如，

$24a^5b^6c^2\div 3a^3b^2=(24\div 3)(a^5\div a^3)(b^6\div b^2)c^2=8a^2b^4c^2$

(2)多项式除以单项式：先把这个多项式的每一项除以单项式，再把所得的商相加．例如，

$(12x^4-18x^3+6x^2)\div 6x^2=12x^4\div 6x^2+(-18x^3)\div 6x^2+6x^2\div 6x^2=2x^2-3x+1$

(四)多项式的因式分解

1. 因式分解的概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解．(也叫分解因式)

因式分解时，应注意：

(1)在指定数(有理数、实数)的范围内进行因式分解，一定要分解到不能分解为止，题目中没有指定数的范围，一般是指在有理数范围内分解．例如，

把 x^4-9 分解因式

解：x^4-9

$=(x^2+3)(x^2-3)$　　（在有理数范围内分解）

$=(x^2+3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$　　（在实数范围内分解）

$=(x+\sqrt{3}\mathrm{i})(x-\sqrt{3}\mathrm{i})(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$　　（在复数范围内分解）

(2)因式分解以后，如果有相同的因式，应写成幂的形式，并且把各个因式化简.

2. 因式分解的方法

(1)提取公因式法

$ma+mb+mc=m(a+b+c)$

(2)公式法

把乘法公式反过来用，就是因式分解公式.

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$　　$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

(3)分组分解法

分组以后，提出各组的因式或应用公式进行分解. 例如，

$a^3+a^2b-ab^2-b^3$

$=(a^3+a^2b)-(ab^2+b^3)$　　……分组

$=a^2(a+b)-b^2(a+b)$　　……提取各组的因式

$=(a+b)(a^2-b^2)$　　……提取公因式

$=(a+b)(a+b)(a-b)$　　……利用公式

$=(a+b)^2(a-b)$　　……相同的因子写成幂的形式

(4)十字相乘法

当二次三项式 x^2+px+q 的常数项 q 能够分解成两个因数 a，b 的积，且 $a+b=p$，那么它就可以分解因式. 即：

x^2+px+q

$=x^2+(a+b)x+ab$

$=(x+a)(x+b)$

$$\begin{array}{cc} 1 & a \\ & \times \\ 1 & b \\ \hline \multicolumn{2}{c}{a+b=p} \end{array}$$

当二次三项式 ax^2+bx+c 的二次项系数 a 与常数项 c 各自分解成两个因数的积($a=a_1a_2$，$c=c_1c_2$)，然后交叉相乘，再求和. 若此和正好等于一次项系数 $b(b=a_1c_2+a_2c_1)$，那么它就可以分解因式. 即

ax^2+bx+c

$=a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2$

$=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$

$$\begin{array}{cc} a_1 & c_1 \\ & \times \\ a_2 & c_2 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{a_2c_1+a_1c_2=b} \end{array}$$

这种分解因式的方法叫做十字相乘法.

(5)求根公式法

有的二次三项式，如果用十字相乘法分解因式失效时，可用一元二次方程求根公式来分解因式.

设 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，则 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

这种因式分解的方法叫做求根公式法.

三、分式

(一)分式的概念

如果A,B是两个整式,其中B中含有字母且B的值不为零,那么,形如$\frac{A}{B}$的式子叫做分式. 如$\frac{2}{x+1}$,$\frac{a+b}{a^2+3ab+b^2}$,等都是分式.

(二)基本性质

分式的分子和分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式,分式的值不变. 即

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M},\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$$

其中M是不等于零的整式.

分式的分子、分母和分式本身的符号,同时改变其中任何两个,分式的值不变. 即

$$\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}=-\frac{-a}{-b}$$

(三)约分和通分

1. 约分:把一个分式的分子与分母的公因式约去,叫做分式的约分.

分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式. 例如,

将分式$\frac{a-b}{a^2-b^2}$约分,则$\frac{a-b}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{(a+b)(a-b)}=\frac{1}{a+b}$

2. 通分:根据分式的基本性质,把两个或两个以上的分母不同的分式化成与原来分式相等的、分母相同的分式叫做分式的通分. 例如,

把三个分式$\frac{x}{x^2-x-2}$,$\frac{2}{x+1}$,$\frac{1}{x-2}$通分,则

$\frac{x}{x^2-x-2}=\frac{x}{(x+1)(x-2)}$,$\frac{2}{x+1}=\frac{2(x-2)}{(x+1)(x-2)}=\frac{2x-4}{x^2-x-2}$

$\frac{1}{x-2}=\frac{1(x+1)}{(x-2)(x+1)}=\frac{x+1}{x^2-x-2}$

(四)分式的运算

1. 分式的加减法

同分母分式相加减时,把分子相加减,分母保持不变. 即

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$$

异分母分式相加减时,先通分再按同分母分式加减法进行. 即

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

2. 分式的乘法

分式乘以分式,用分子乘以分子作为积的分子,分母乘以分母作为积的分母. 即

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

3. 分式的除法

分式除以分式,把除式的分子、分母颠倒位置后与被除式相乘. 即

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

4. 分式的乘方

分式的乘方，把分子、分母分别乘方．即

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (n\text{ 为正整数},b\neq 0)$$

注：分式的运算法则与分数的运算法则类似，可以对比进行复习．分式运算的最后结果应化为最简分式或整式．繁分式可以利用分式除法或分式基本性质进行化简．

四、二次根式

(一)有关概念

1. 二次根式：式子 $\sqrt{a}\ (a\geqslant 0)$ 叫做二次根式．如 $\sqrt{18}$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$，$\sqrt{x+1}$ 等都是二次根式．

2. 最简二次根式

满足下列两个条件的二次根式称为最简二次根式：

(1)被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2．

(2)被开方数不含分母．

如 $\sqrt{2}$，$\sqrt{ab}$，$\sqrt{x^2+1}$ 都是最简二次根式，而 $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\cdot 2}$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$，$\sqrt{a^3b}$ 等都不是最简二次根式．

3. 同类二次根式

两个或两个以上的二次根式化为最简二次根式后，如果它们的被开方数(或式子)相同，就叫做同类二次根式．

例如，$\sqrt{3}$，$\sqrt{12}$，$\sqrt{48}$ 是同类二次根式，因为 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$．

又如 $\sqrt{2a}$，$\sqrt{8a^3}$，$\sqrt{50a}$ 也是同类二次根式，因为 $\sqrt{8a^3}=2a\sqrt{2a}$，$\sqrt{50a}=5\sqrt{2a}$．

(二)二次根式的性质

1. $\sqrt{a}\ (a\geqslant 0)$ 是一个非负实数

2. $(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant 0)$

3. $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & a\geqslant 0 \\ -a & a<0 \end{cases}$

4. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$

5. $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (a\geqslant 0,b>0)$

(三)二次根式的运算

1. 二次根式的加减法

先把各个根式化成最简二次根式，再把同类根式分别合并．

例如，$\sqrt{8}+\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{48}=2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{2}+4\sqrt{3}=\sqrt{2}+7\sqrt{3}$

2. 二次根式的乘除法

把被开方式相乘除的结果作为被开方式，根指数不变．即

$$\sqrt{a}\,\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)\qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\ (a\geqslant 0,b>0)$$

例如，$\sqrt{5a}\cdot\sqrt{20ab^2}\div\sqrt{4b}$

$=\sqrt{5a\cdot 20ab^2\div 4b}=\sqrt{100a^2b^2\div 4b}=5a\sqrt{b}$