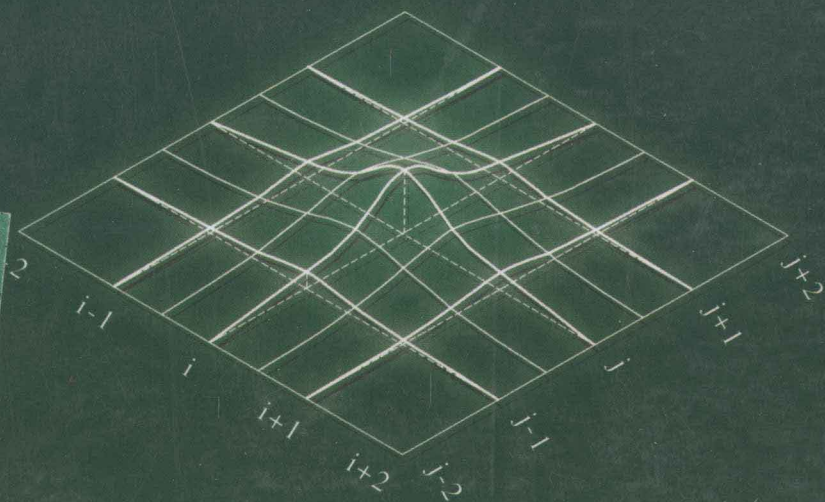


桥梁结构 样条子域法分析

● 丁汉山 著



人民交通出版社

China Communications Press

◎ 策划编辑/孙 玺

◎ 责任编辑/吴保宁

◎ 封面设计/姚亚妮



ISBN 7-114-04632-4



9 787114 046322 >

ISBN 7-114-04632-4

定价: 15.00元

Qiaoliang Jiegou Yangtiao
Ziyufa Fenxi

桥梁结构样条子域法分析

丁汉山 著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书针对桥梁结构通常是由梁、板、壳组成的特点,提出一种新的分析方法——样条子域法,该方法首先仍将桥梁结构离散成梁、板、壳子域,然后在离散得到的子域上,采用具有最佳逼近性能的样条函数构造其位移模式,再借助最小势能原理获得问题的解答。相比于通常的有限元分析法,样条子域法具有自由度少、输入数据少、计算精度高等优点。除此之外,样条子域法相比较于其他方法,还具有处理边界条件简便,适应范围广等特点,而且随着并行计算机和并行算法的发展,该方法将会有更大的发展余地。

本书总结了作者在这一领域十余年的探究工作,希望能为广大桥梁工作者提供又一计算分析手段。

图书在版编目 (CIP) 数据

桥梁结构样条子域法分析 / 丁汉山著. —北京: 人民
交通出版社, 2002.12
ISBN 7-114-04632-4

I. 桥... II. 丁... III. 桥梁结构—结构分析
IV. U443

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 018354 号

桥梁结构样条子域法分析

丁汉山 著

正文设计: 姚亚妮 责任校对: 张莹 责任印制: 张恺

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号 010-64216602)

各地新华书店经销

北京鑫正大印刷有限公司印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 6.125 字数: 160 千

2002 年 12 月 第 1 版

2002 年 12 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数: 001—500 册 定价: 15.00 元

ISBN 7-114-04632-4

前 言

在计算机大量普及的今天,桥梁结构计算的理论和方法必将发生重大革命。继续沿用过去那种借助荷载横向、纵向分布理论,先求得单根梁的内力,然后再进行配筋设计的传统方法,显然是极不适应形势发展了。其原因至少有三:一是采用这种方法,大量繁复的计算令人生畏、生厌,而且对计算结果的复核、审核也是件令人相当头疼的事;其二是计算比较费时,很难适应今天生产飞跃发展的需要;其三是这种计算方法的前提简化太粗糙,这在计算手段低下,全部数据靠设计者手工计算或者计算机性能不强的时代是可以的,今天显然过时了。传统计算方法在很多情况下,其计算结果太粗糙甚至不可信。在交通事业迅猛发展的今天,对公路线形、美学效果、使用功能及经济要求等方面的要求越来越高,使得桥梁的结构形式,支承条件越来越复杂,出现了大量的弯、坡、斜及几何形状不规则的异型桥梁。这个现实也不允许人们死抱住老办法不放。当然对某些特殊的复杂桥梁可以通过经典的力学、数学理论(如曲梁理论、折板理论、比拟正交异性板理论等等)进行一定程度的精确分析,但是这种分析方法受较多条件的限制,适应面窄(如宽度较大的弯桥就不能采用曲梁理论分析等等,这里不一一列举),而且导得的一系列又长又陌生的字符、公式,看懂已是不易,还要担心印刷错误。再次计算时,设计者很可能还得从头熟悉。因此,借助计算机进行桥梁结构的数值计算,已成为桥梁工作者的共识,可以说这才是桥梁计算真正实用的方法。

采用有限元法进行数值分析,这是一种行之有效的方法。但在实际操作时,我们会发现杀鸡用了牛刀。有限元法通用性强,适

应面广,但用来分析尚具有一定规律性的桥梁结构(桥梁结构通常是由梁、板、壳按一定规律性组合在一起的空间结构),其效率不如专用程序。这就是为什么张佑启教授的有限条法容易为我们接受的主要原因。但有限条法在处理桥梁的变截面问题、分离式支座及其他非简支支承条件、箱梁的横隔板及集中力作用等问题时,其效果并不令人满意。这使得该方法在桥梁结构分析方面受到一定的限制。本文针对桥梁结构通常是由梁、板、壳组成的特点,提出一种新的分析方法——样条子域法,该方法首先仍将桥梁结构离散成梁、板、壳子域,然后在离散得到的子域上,采用具有最佳逼近性能的样条函数构造其位移模式,再借助最小势能原理获得问题的解答。该方法能较好地解决上述问题。

相比于通常的有限元分析法,样条子域法至少有三大优点:

(1)自由度少。以分析矩形板弯曲问题为例,在相同网格分划的前提下,有限元法在一个节点上至少需三个自由度(即 w, θ_x, θ_y),而样条子域法(采用三次样条函数)则只需一个自由度,当然在子域的边界节点上,自由度数仍需三个(w, θ_x, θ_y),但总的讲,自由度数减少近 $2/3$,因此相应的计算工作量也就减少很多,既节省计算机时,也节省了计算机的存储空间。

(2)输入数据少。一般说来,样条子域法输入数据的基本单位是子域,而有限元法的输入则是单元。通常一个子域要相当于若干个单元,显而易见,输入数据少,使用就方便。

(3)计算精度高。采用样条函数作为子域内逼近函数,比采用普通多项式优越。仍以上述板弯曲问题为例,样条子域法采用三次样条函数作为插值函数,能达到 C^2 类连续,插值余项为 $O(h^4)$ 。而有限元法采用普通三次多项式作为单元的插值函数,在整个板区域上,只是 C^1 类连续,插值余项只是 $O(h^2)$,欲使精度达到 $O(h^4)$,有限元法需采用 Hermit 单元,这时其单个节点的自由度数须增加到四个($w, \theta_x, \theta_y, \theta_{xy}$)。除此之外,样条子域法与其他方法相比较,还具有处理边界条件简便,适应范围广等特点,而且随着并行计算机和并行算法的发展,该方法将会有更大的发展前景。

有必要指出的是,张佑启教授也将样条函数引入到他的有限条法中,提出样条有限条法,该方法只是样条子域法的一个特例(当子域分划取一个窄长条时,便是样条有限条),一般说来,分析同一问题,样条有限条法的自由度数要超过样条子域法,而且其位移函数的光滑度只是 C^1 连续,其使用的方便性及逼近精度等不如样条子域法(详见本文第二章的描述)。

应该可以说,样条子域法不仅具有普通有限元法、样条有限元法、样条有限条法等方法的优点,而且又具其特色,是桥梁结构及其他结构分析的一个理想方法。

本文总结了作者在这一领域十余年的探究工作,希望能为广大桥梁工作者提供一套真正实用而且计算精度又好的计算理论及方法,使得广大同行能从繁重的计算工作中解放出来,腾出精力多快好省地为桥梁建设服务。

著者

2002.12

导 读

桥梁结构通常是由梁、板、壳等单一构件按一定规律组合而成的空间结构,样条子域法正是利用这一特点,将桥梁结构离散成梁、板或壳等相互独立的单一构件,即子域,然后在离散得到的单个子域上,采用样条函数来逼近其真实位移状态,再通过考虑子域与子域之间的交界条件,并借助最小势能原理获得结构位移的逼近解,进而求得结构受载后的应力应变。相比于通常的有限元分析法,样条子域法具有自由度少、计算机时省、计算机的内外存空间省、输入数据少、使用方便、计算精度高等优点。另外,和其他分析方法比较,还具有处理支承条件简便,适应范围广等特点。

对于结构形状比较规则的桥梁,本文分析了:

- (1)整体式及装配式正交板桥、肋板式正桥;
- (2)开口及闭口箱型截面正桥,带加劲肋的箱形截面正桥;
- (3)整体式及装配式斜板桥,肋板式斜桥;
- (4)开口及闭口箱形截面斜桥,带加劲肋的箱形截面斜桥;
- (5)弯板桥,肋板式弯桥;
- (6)开口及闭口弯箱梁桥,带加劲肋的箱形截面弯桥;
- (7)桥台搭板(弹性地基加肋板);
- (8)扁壳桥及板拱桥等。

样条子域法分析这些规则桥梁尤其简便,不管结构是静定的还是超静定的,都进行同样处理。

对于结构形状不规则的桥梁,离散得到的子域是不规则的,通常是任意四边形子域。本文借助映射的办法,将其变换成局部坐标下的规则矩形子域,然后采用局部坐标系下的样条函数来构造其位移模式,再利用最小势能原理得到问题的解。对于这类桥梁,

本文着重研究了：

- (1)平面为既斜又弯的斜弯复合形桥梁；
- (2)平面为直线型任意四边形的异形桥梁；
- (3)平面为曲线型任意四边形的异形桥梁；
- (4)变高度正交箱梁桥。

在模型试验部分,通过对一块预应力混凝土变厚度异形板所进行的试验,了解这种结构的受力特性。并通过将测试结果与样条子域法的计算结果进行分析对比,验证样条子域法理论分析的准确性。试验过程中,主要进行了以下三个内容的测试：

- (1)预应力张拉阶段的测试；
- (2)弹性试验阶段的测试；
- (3)模型处于塑性及破坏阶段的测试。

在每一测试阶段,根据测试需要,对模型上控制点的位移、应变及支点反力等进行了量测。

Abstract

Bridge structures are generally spatial ones combined from many individual members of beams, slabs and shells. Speine Subdomain Method (SSM) utilizes justly this characteristic to disperse them into individual members of beams, slabs or shells etc. separated each other, i.e., into subdomains, then on the dispersed simple beam, slab or shell subdomain, a spline function which may be 1, 2 or 3-dimensional, is adopted to approach the displacement of this subdomain, finally the solution of the displacement can be obtained by the least-energy principle, and the stress or strain at any point of bridge structure can be obtained finally. Comparing SSM with common finite element method, SSM has some advantages, such as less freedom, higher accuracy of calculation, reduced computation time and convenience to be used, etc., besides, SSM has many other features such as simple to be dealt with boundary conditions, wide application fields, etc. as comparing with the other calculation methods for bridge structure analysis.

In the studies on regular bridges which may be analyzed on orthogonal, oblique as well as polar coordinates, the structures of the following kinds are analyzed in this dissertation:

(1) Right slab bridge which may be a slab one cast in place or precast; and stiffened right slab bridge;

(2) Right bridge of opening or closing box girder as well as stiffened box girder;

(3) Skew slab bridge which may be cast in place or precast, and stiffened skew slab bridge;

(4) Skew bridge of opening or closing box girder as well as stiffened box girder;

(5) Curved slab or stiffened curved slab bridge;

(6) Curved bridge of opening or closing box girder as well as stiff-

ened box girder;

(7) Approach slab of bridge(stiffened slab on elastic foundation);

(8) Shallow shell and slab arch bridge.

It is very convenient by the SSM to analyze the regular bridge structures of the above kinds, which may be either statically determinate or indeterminate, they can be treated in the same manner.

For irregular bridge analysis, the dispersed subdomain is also irregular one which may be arbitrary quadrilateral one with linear or curved sides usually. In this paper the irregular subdomain is transformed to a rectangular one firstly by coordinates mapping, then a spline function which is expressed in local coordinates is adopted to approach the displacement function, then the solution will be obtained as the usual SSM. The bridge structures of following kinds have been analyzed in this dissertation:

(1) Curved bridge with skew end cross-section;

(2) Arbitrary quadrilateral slab bridge with linear sides;

(3) Arbitrary quadrilateral slab bridge with curved sides;

(4) Box girder bridge with variable depth.

Another content in this dissertation is a model test study on an arbitrary quadrilateral prestressed concrete slab bridge. Through test, the bearing properties of the structure of this kind were studied. In addition, the accuracy of the SSM calculation results was checked by comparing the test ones. In the process of the test, the following three contents are measured:

(1) Measurement in prestress stage;

(2) Measurement in elastic stage;

(3) Measurement in plastic or destructive stage.

At every stage of measurements, following their requirements, the displacements, strains and support reactions at the controlled points on model are measured.

符号便览

$\otimes$	为张量积符号, 又称 Kronecker 乘积符号。
x, y, z	在板子域的中面上, 建立的空间直角坐标系。横桥向设为 x 轴向; 顺桥向为 y 轴向; 垂直于板子域中面的方向为 z 轴方向。
u, v, w	分别为 x, y, z 三个坐标轴方向上的子域位移分量。
h_x, h_y	分别是沿 x 和 y 轴方向, 样条插值网络的间距。
$B_{i,4}(x), B_{j,4}(y)$	分别是以 x, y 作为变量的三次 B 样条函数。
$B_{i,2}(x)$	是以 x 为变量的一次 B 样条函数。
N, M	分别是子域上沿 x, y 方向的样条插值结点数。
E_x, E_y	材料沿 x, y 方向上的弹性模量。
ν_x, ν_y	材料沿 x, y 方向上的泊松比。
t	板子域的厚度。
D_{ij}	为子域刚度系数, 且存在 $D_{ij} = D_{ji}$ 。
$P_u(x, y), P_v(x, y), P_w(x, y)$	为作用于子域上的外荷载沿坐标 (x, y) 及垂直于子域中面方向, 即 z 方向的分量。
$\{\delta\}$	样条函数插值参数矩阵, $\{\delta\} = \{A, B, C\}^T$ 。
$\{a_{ij}\}, \{b_{ij}\}, \{c_{ij}\}$	为样条函数插值的待定系数。
$[G], [f]$	子域的刚度矩阵; 子域的荷载矩阵。
$[M_x^{\ddot{y}}][M_y^{\ddot{y}}]$	关于样条函数的常数矩阵。

$[\varphi^{(i)}(x)]$	为样条函数 $[\varphi(x)]$ 的 (i) 阶导数。
$[\psi^{(i)}(y)]$	为样条函数 $[\psi(y)]$ 的 (i) 阶导数。
$[Q_x]$ 与 $[Q_y]$	是样条函数变换矩阵。
Π^l, Π^w, Π^T	加劲肋的拉伸、弯曲及扭转应变能。
Π_{xi}, Π_{yj}	纵向和横向加劲肋的应变能。
E, G	分别是加劲肋材料的弹性模量和剪切模量。
x_i	纵向加劲肋在 x 轴上的坐标。
ϕ_{xi}^b	为纵向加劲肋绕其自身纵轴的扭转角。
$u_{xi}^b, v_{xi}^b, w_{xi}^b$	为纵向加劲肋中性轴上位移沿子域三个坐标轴方向上的分量。
A_i, I_z^i, I_x^i, I_T^i	分别为 x 方向第 i 根纵向加劲肋的横截面面积、绕其竖向和水平方向截面形心轴的抗弯惯矩及抗扭惯矩。
y_j	横向加劲肋在 y 轴上的坐标。
ϕ_{yj}^b	为横向加劲肋绕其纵轴的扭转角。
$u_{yi}^b, v_{yi}^b, w_{yi}^b$	为横向加劲肋在其中性轴上沿 x, y, z 三个坐标轴方向位移。
A_j, I_z^j, I_y^j, I_T^j	分别为 y 方向第 j 根纵向加劲肋的横截面面积、绕其竖向和水平方向截面形心轴的抗弯惯矩及抗扭惯矩。
d_i, d_j	分别为 x 方向第 i 根纵向加劲肋, y 方向第 j 根纵向加劲肋距子域板中面的偏心距。

目 录

第一章 样条函数与样条子域法	1
§ 1-1 样条函数的基本概念	1
§ 1-2 样条函数的数学表示	3
§ 1-3 B 样条函数	6
§ 1-4 二维样条函数	10
§ 1-5 样条子域法	13
第二章 正桥分析	15
§ 2-1 整体式正交板桥的分析	15
§ 2-2 装配式正交板桥的分析	29
§ 2-3 肋板式正桥分析	32
§ 2-4 箱形截面正桥分析	38
§ 2-5 弹性支承问题的考虑	43
§ 2-6 计算示例	44
第三章 规则斜桥分析	51
§ 3-1 整体式斜板桥分析	51
§ 3-2 装配式斜板桥分析	57
§ 3-3 肋板式斜桥分析	59
§ 3-4 斜箱梁桥分析	68
§ 3-5 计算示例	72
第四章 规则弯桥分析	73
§ 4-1 弯桥的结构离散	73
§ 4-2 子域的位移函数	75
§ 4-3 子域分析	78
§ 4-4 坐标转换	82
§ 4-5 加劲肋的考虑	84

§ 4-6 计算示例	90
第五章 薄壳桥及拱桥分析	95
§ 5-1 规则扁壳子域分析	95
§ 5-2 具有加劲肋的扁壳子域分析	98
§ 5-3 拱桥分析	103
§ 5-4 计算示例	108
第六章 映射样条子域法	110
§ 6-1 子域的映射	110
§ 6-2 映射的条件	115
§ 6-3 映射后的子域位移偏导数	116
§ 6-4 子域分析	118
§ 6-5 计算示例	122
第七章 斜弯复合型及异型板桥分析	126
§ 7-1 斜弯复合型子域的映射函数	127
§ 7-2 子域分析	128
§ 7-3 计算示例	132
第八章 变高度箱形梁桥分析	136
§ 8-1 结构离散	136
§ 8-2 子域分析	137
§ 8-3 子域的交界条件及坐标转换	142
§ 8-4 计算示例	143
第九章 变厚度异型板桥的模型试验研究	146
§ 9-1 模型设计与制作	146
§ 9-2 张拉及脱模阶段的测试	150
§ 9-3 弹性阶段的测试	152
§ 9-4 模型塑性及破坏阶段的测试	156
§ 9-5 试验总结	159
§ 9-6 计算分析及结论	160
§ 9-7 模型试验部分测试数据汇总	163
参考文献	182

第一章 样条函数与样条子域法

§ 1-1 样条函数的基本概念

样条原是指绘图员所用的一种工具,通常为木质或其他弹性材料制成的细长条,其作用是配合压铁连接图上一组数据点,形成一条光滑曲线。样条曲线或样条函数的概念最初就是从此引伸出来的。从力学角度讲,该曲线实质是一承受多点集中荷载弹性梁的挠度变形曲线,见图 1-1。根据梁的纯弯理论有:

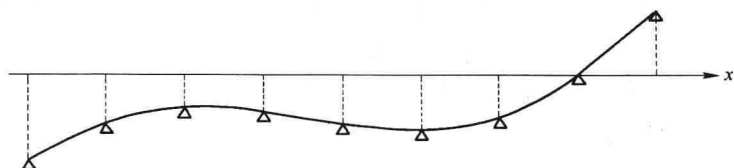


图 1-1 形成样条曲线的理论模型

$$\left(EI \frac{1}{R(x)} \right)'' = M(x) \quad (1-1)$$

这里 $R(x)$ 是梁挠度曲线的曲率半径。若用 $y(x)$ 代表梁的挠度曲线,在小挠度假设下,有 $\frac{1}{R(x)} = y''(x)$,且梁的抗弯刚度 EI 可看成常量,于是式(1-1)成为:

$$EI y''''(x) = M(x) \quad (1-2)$$

由于 $M(x)$ 沿梁长为线性变化,所以该曲线 $y(x)$ 实质就是分段三次多项式。集中荷载点(即压铁所在点)就是各分段三次多项式两两之间的连接点。在连接点处这种曲线的二阶导数是连续

的。这就是我们习惯所称的三次样条曲线,或三次样条函数(曲线的函数的表达式),且因此被称之为力学样条。另外像生活中以方砖砌圆井、条石砌拱桥等等以直线逼近曲线的现象也屡见不鲜,这种由分段直线连接起来的曲线(分段一次多项式)也是一种样条曲线,即一次样条曲线。对于一般的样条函数,其数学概念是:

对于给定的一组结点:

$$-\infty \leftarrow x_{-1} < x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_N < x_{N+1} \rightarrow +\infty$$

又设函数 $S(x)$ 满足条件:

(1)于每个区间 $[x_j, x_{j+1}]$ $j = -1, 0, 1, \cdots, N$ 上, $S(x)$ 是一个次数不超过 k 的实系数代数多项式;

(2) $S(x)$ 于 $(-\infty, +\infty)$ 上具有直到 $k-1$ 次连续导数。

则称 $S(x)$ 为 k 次样条函数,分划结点称为样条结点。若达不到性质(2)的要求,则称为具有一定“亏度”的样条函数。带亏度或重结点的样条函数,这里不加讨论。

今天数学上样条函数的概念已突破上述分段代数多项式的范畴,扩大到将分段的其他解析函数按一定光滑性要求连接起来的函数,也都称为样条函数。如三角样条、圆弧样条、指数样条、对数样条、有理样条及复变样条等等。但是分段多项式样条函数是样条函数理论中最基本的内容。且由于多项式的计算、求导、积分都简单易行,以及其最佳逼近性质等原因,特别是分段多项式克服了高次普通多项式的不灵活性,具有很强的适应数据或函数变化的能力,因而其应用范围也最广。我们这里所称的样条函数均是此而言。这种样条函数最早由美国数学家 I. J. Schoenberg 于 1946 年提出。但当时并未引起人们的重视,以致只有他和他的少数学生在孤军奋战。后来随着生产的发展,计算机的大量应用,人们逐渐认识到传统的高次多项式插值在计算上的不稳定性,更多地趋向采用适合于计算机的分段低次多项式插值,从而也有力地推动了样条函数理论的发展。值得一提的是 J. H. Ahlberg, E. N. Walsh, de Boor 以及我国的李岳生、齐东旭、孙家昶及王仁宏等在样条函数理论的基础研究中都作出了重大贡献。