



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 火炮弹道学

钱林方 主编



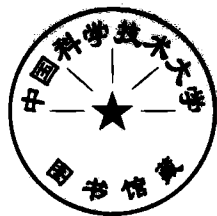
 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 火炮弹道学

主 编 钱林方

副主编 侯保林 徐亚栋



 **北京理工大学出版社**

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书内容包括火炮外弹道学和火炮内弹道学两大部分。在第一部分火炮外弹道学中详细介绍了质点弹道基本方程及其解法、弹丸飞行稳定性、弹丸一般运动微分方程组与运动稳定性分析、弹道特性及散布和射击误差分析、射表及其编拟方法简介、外弹道设计。在第二部分火炮内弹道学中，着重介绍了火炮内弹道学的基本问题、内弹道过程的基本方程、内弹道方程组及其求解、内弹道设计、火炮火药装药结构等。

本书内容力求深入浅出、科学严谨、通俗易懂、新颖实用。本书可作为高等院校和专科院校的教材，同时也可作为从事火炮武器研究、设计、生产及靶场试验的工程技术人员参考书。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目 (CIP) 数据

火炮弹道学/钱林方主编. —北京:北京理工大学出版社, 2009. 12  
普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
ISBN 978 - 7 - 5640 - 2932 - 6

I. 火… II. 钱… III. 火炮 - 弹道学 - 高等学校 - 教材 IV. TJ012

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 218757 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 涿州市新华印刷有限公司

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 17.5

字 数 / 409 千字

版 次 / 2009 年 12 月第 1 版 2009 年 12 月第 1 次印刷

印 数 / 1 ~ 3000 册

定 价 / 45.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 边心超

---

图书出现印装质量问题,本社负责调换

# 前 言

《火炮弹道学》将火炮外弹道学和火炮内弹道学融合于一体，以适应火炮专业本科生课程设置的的要求，它是火炮专业本科生的专业技术基础课之一。通过本课程的学习，读者能对火炮内外弹道的基本原理、弹道求解问题所采用的基本方法、影响弹道性能的各种因素等有充分的了解和掌握，能对火炮弹道学中多种指标与火炮结构设计间的相互关系有一个完整的认识。

本书在顺序安排上，按火炮设计阶段的程序要求，先讨论火炮外弹道学，后讨论火炮内弹道学，从而使读者能直接了解到外弹道是内弹道设计的基础，内弹道是火炮结构设计的基础。随着计算机技术的发展，弹道问题的求解方法得到了极大的改进，因此本书这部分的内容重点放在计算机求解方面，放弃了原先弹道学中常采用的表格求解方法。火炮系统的射击精度是火炮打得准的基础，目前各种修正弹药的技术在不断发展，因此本书在外弹道学部分增加了修正质点弹道学、射表及其编制方法、弹道特性及散布和射击误差分析等内容，以便读者了解有关射击精度及其影响因素等方面的内容。

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是在编者多年教学讲稿的基础上，进行了修改、补充和完善，保持并加强理论严谨、系统性强的特点，其内容力图接近工程实际，对从事火炮设计的工程技术人员有参考价值，并便于读者自学。

本书由南京理工大学钱林方、侯保林、徐亚栋同志编写，其中钱林方负责编写了第1篇外弹道学部分，侯保林负责编写了第2篇内弹道学部分，徐亚栋编写了弹道程序部分并参与了第1篇和第2篇的部分编写工作。

我国在火炮弹道学技术方面做了大量的研究工作，也发表了许多这方面的论文，出版了许多教材和著作。在本书的编写过程中也参考、借鉴了这方面的资料和研究成果，但由于文献较多，不能一一列举，对未列举文献的作者深致谢意。本书在编写过程中得到了许多同志的帮助，在此也一表谢意。

由于编者水平有限，错谬之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

# 目 录

## 第1篇 外弹道学

第1章 质点弹道基本方程及其解法 .....	(3)
1.1 大气特性及空气阻力 .....	(3)
1.1.1 大气特性 .....	(4)
1.1.2 空气阻力、空气阻力一般表达式 .....	(7)
1.1.3 空气阻力定律和弹形系数 .....	(10)
1.1.4 空气阻力加速度、弹道系数及阻力函数 .....	(12)
1.2 质点弹道的基本方程 .....	(15)
1.2.1 基本假设,描述弹丸质心运动规律的参量 .....	(15)
1.2.2 以时间 $t$ 为自变量的弹丸质心运动微分方程组 .....	(15)
1.2.3 空气质点弹道的一般特性 .....	(17)
1.3 非标准条件下质点弹道的基本方程 .....	(22)
1.3.1 考虑地球曲率及重力加速度变化时的弹丸运动方程 .....	(22)
1.3.2 考虑气温、气压非标准时的弹丸运动方程 .....	(24)
1.3.3 考虑风速变化时的弹丸运动方程 .....	(25)
1.3.4 考虑科氏惯性力时的弹丸运动方程 .....	(29)
第2章 弹丸飞行稳定性 .....	(32)
2.1 弹轴与速度矢量不重合时的空气动力和力矩 .....	(33)
2.1.1 切向阻力 $R_x$ .....	(33)
2.1.2 升力 $R_y$ .....	(34)
2.1.3 翻转(或稳定)力矩 $M_z$ 及阻力臂 $h$ .....	(36)
2.1.4 极阻尼力矩 .....	(38)
2.1.5 赤道阻尼力矩 .....	(39)
2.1.6 马格努斯力及马格努斯力矩 .....	(39)
2.2 旋转理论 .....	(41)
2.2.1 描述旋转弹围绕质心运动的坐标系与参量,有关假设 .....	(41)
2.2.2 旋转弹绕质心运动的基本方程及其积分 .....	(42)
2.3 膛线缠度公式及其应用 .....	(46)
2.3.1 陀螺稳定性条件——陀螺稳定因子及膛线缠度上限 .....	(46)
2.3.2 追随稳定性的要求 .....	(48)

2.3.3	膛线缠度公式及其应用	(51)
2.4	旋转弹围绕质心运动对质心运动的影响	(53)
2.4.1	起始扰动 $\delta_0$ 引起的围绕质心运动对质心运动的影响—— 速度平均偏角	(53)
2.4.2	动力平衡角对质心运动的影响——偏流	(56)
2.4.3	围绕质心运动对射程影响及对距离散布影响的简述	(56)
<b>第3章</b>	<b>弹丸一般运动微分方程组与运动稳定性分析</b>	<b>(57)</b>
3.1	坐标系, 作用于弹丸上全部的力和力矩	(57)
3.1.1	坐标系	(57)
3.1.2	作用于弹丸上的全部力及力矩	(61)
3.2	弹丸一般运动微分方程组	(64)
3.2.1	质心运动方程	(64)
3.2.2	弹丸绕质心运动方程组	(65)
3.3	弹丸动态稳定性的分析	(66)
3.3.1	弹丸飞行动态稳定性条件	(66)
3.3.2	动态稳定条件的讨论	(67)
<b>第4章</b>	<b>弹道特性及散布和射击误差分析</b>	<b>(73)</b>
4.1	概述	(73)
4.2	射角对弹道的影响	(73)
4.2.1	射角对射程的影响及最大射程角	(73)
4.2.2	射角误差产生的原因及跳角形成的机理	(74)
4.2.3	射程对射角的敏感程度	(75)
4.3	弹道系数对弹道的影响	(76)
4.3.1	弹道系数对弹道特性的影响	(76)
4.3.2	口径和弹丸质量对弹道的综合影响	(76)
4.3.3	弹道系数对散布的影响	(76)
4.4	初速对弹道的影响	(77)
4.4.1	初速误差产生的原因	(77)
4.4.2	射程对初速的敏感程度	(78)
4.5	气象条件对弹道的影响	(79)
4.5.1	气象条件对散布和射击误差的影响	(79)
4.5.2	弹道对气象条件的敏感程度	(79)
4.6	散布的计算与分析	(81)
4.6.1	射程散布的计算	(81)
4.6.2	方向散布的计算	(82)
4.6.3	散布随射程的变化规律	(82)
4.6.4	射击误差及其与散布的相互关系	(83)

4.7 直射弹道特性 .....	(83)
4.7.1 弹道刚性原理 .....	(83)
4.7.2 立靶散布分析 .....	(84)
4.7.3 直射射程的计算、直射射程与有效射程 .....	(86)
<b>第5章 射表及其编拟方法简介 .....</b>	<b>(87)</b>
5.1 有关射表的基本知识 .....	(87)
5.1.1 射表的作用与用途 .....	(87)
5.1.2 标准射击条件 .....	(87)
5.1.3 射表的内容与格式 .....	(88)
5.2 射表编拟方法简介 .....	(90)
5.2.1 概述 .....	(90)
5.2.2 确定射表编拟方法时应考虑的几个问题 .....	(91)
5.2.3 射表编拟过程 .....	(92)
5.3 射表误差初步分析 .....	(93)
5.3.1 射表误差源 .....	(93)
5.3.2 当日误差 .....	(94)
5.3.3 模型误差 .....	(94)
5.3.4 射表误差的综合计算 .....	(94)
<b>第6章 外弹道设计 .....</b>	<b>(96)</b>
6.1 外弹道设计的任务和程序 .....	(96)
6.2 外弹道基本参数的预定 .....	(97)
6.2.1 加农炮或榴弹炮合理弹丸质量及初速范围的选定 .....	(97)
6.2.2 穿甲弹弹丸质量及初速范围的选定 .....	(100)
6.2.3 高射炮弹丸质量和初速范围的选定 .....	(103)
6.2.4 野战火炮的初速分级 .....	(104)
<b>第2篇 内弹道学</b>	
<b>第7章 内弹道绪论 .....</b>	<b>(111)</b>
7.1 火炮发射的内弹道过程 .....	(111)
7.2 内弹道研究内容及任务 .....	(112)
7.3 内弹道学的研究方法 .....	(113)
7.4 内弹道学在火炮设计中的应用 .....	(114)
<b>第8章 内弹道过程的基本方程 .....</b>	<b>(116)</b>
8.1 火药的基本知识 .....	(116)
8.2 密闭爆发器条件下火药燃烧的基本方程 .....	(120)
8.2.1 引言 .....	(120)

8.2.2	火药气体的状态方程 .....	(121)
8.2.3	火药的燃烧过程和影响燃速的因素 .....	(122)
8.2.4	火药的燃烧速度定律 .....	(125)
8.2.5	火药的几何燃烧定律 .....	(125)
8.2.6	火药的增面燃烧和减面燃烧 .....	(127)
8.2.7	气体生成速率与形状函数 .....	(128)
8.2.8	增面燃烧和减面燃烧火药的形状函数系数计算 .....	(130)
8.2.9	火药气体生成速率 .....	(132)
8.2.10	热静力学基本方程 .....	(135)
8.2.11	混合装药的燃烧特性 .....	(137)
8.2.12	火药在药室中燃烧时弹道参数的计算方法 .....	(140)
8.2.13	药粒几何形状对相对燃烧表面积和已燃质量百分比的影响 .....	(143)
8.3	弹丸挤进压力 .....	(145)
8.4	弹丸在膛内运动时期的内弹道基本方程 .....	(147)
8.4.1	弹后气体速度分布 .....	(147)
8.4.2	膛内气体压力分布 .....	(149)
8.4.3	弹丸运动方程 .....	(152)
8.4.4	膛底、弹底及平均膛压之间的关系 .....	(154)
8.4.5	热力学基本方程 .....	(155)
8.4.6	弹丸极限速度的定义 .....	(161)
<b>第9章</b>	<b>内弹道方程组及其求解 .....</b>	<b>(163)</b>
9.1	火炮射击过程的不同时期 .....	(163)
9.2	内弹道方程组 .....	(164)
9.3	内弹道方程的解析方法 .....	(172)
9.4	装填条件的变化对内弹道性能的影响及最大压力和初速的修正公式 .....	(178)
9.4.1	装填条件变化对内弹道性能的影响 .....	(178)
9.4.2	最大压力和初速的修正公式 .....	(183)
<b>第10章</b>	<b>内弹道设计 .....</b>	<b>(187)</b>
10.1	引言 .....	(187)
10.2	设计方案的评价标准 .....	(187)
10.3	内弹道设计的基本步骤 .....	(191)
10.3.1	起始参量的选择 .....	(191)
10.3.2	内弹道方案的计算步骤 .....	(193)
10.4	加农炮内弹道设计的特点 .....	(195)
10.5	榴弹炮内弹道设计的特点 .....	(196)



第 11 章 火炮火药装药结构及其对内弹道性能的影响 .....	(199)
11.1 火炮火药装药结构 .....	(199)
11.1.1 药筒定装式火炮装药结构 .....	(199)
11.1.2 药筒分装式火炮装药结构 .....	(202)
11.1.3 药包分装式火炮装药结构 .....	(204)
11.1.4 模块装药 .....	(206)
11.2 装药结构对内弹道性能的影响 .....	(214)
11.2.1 膛内压力波形成的机理 .....	(214)
11.2.2 装药设计因素对压力波的影响 .....	(217)
11.2.3 抑制压力波的技术措施 .....	(224)
11.3 提高弹丸初速的装药技术 .....	(225)
11.3.1 提高装药量 .....	(226)
11.3.2 提高火药力 .....	(227)
11.3.3 改变燃气生成规律 .....	(229)
11.3.4 降低装药温度系数 .....	(232)
附录 A 火炮内外弹道计算软件 .....	(236)
附录 B 计算程序清单 .....	(245)
参考文献 .....	(270)

# 第1篇 外弹道学

外弹道是研究弹丸在空中的运动规律及有关问题的科学。在飞行过程中，由于受到发射条件、大气条件以及弹丸本身各方面因素的干扰，弹丸除了按照一定的基本规律运动外，还会产生一些扰动运动。这些扰动因素有系统的，也有随机的。系统的扰动因素使弹道产生系统的偏差，这类偏差可以通过计算进行修正，使射击精度得到提高。随机的扰动因素使弹道产生随机的偏差，也就是造成散布，这是无法修正的，但可以通过研究散布的起因及其影响因素来设法减小散布，所以外弹道学对于提高射击精度起着重要的作用。

外弹道学分质点弹道学与刚体弹道学两大部分。

所谓质点弹道学就是在一定的假设下，略去对弹丸运动影响较小的一些力和全部力矩，把弹丸当成一个质点，研究其在重力、空气阻力作用下的运动规律。质点弹道学的作用在于研究在此简化条件下的弹道计算问题，分析影响弹道的诸因素，并初步分析形成散布和产生射击误差的原因。

所谓刚体弹道学，就是考虑弹丸所受的一切力和力矩，把弹丸当作刚体，研究其围绕质心的运动（亦称角运动）及其对质心运动的影响。刚体弹道学的作用在于解释飞行中出现的各种复杂现象，研究稳定飞行的条件，寻找形成散布的机理及减小散布的途径，获得精确的计算弹道。

要想提高武器的射击精度，除了要研制出性能良好的武器，使其射弹散布尽可能小外，还必须编制出高精度的射表。这两方面任务的完成都与外弹道学有密切的关系。

射程也是武器的重要指标之一。要想提高武器的射程，必须综合应用外弹道和空气动力学方面的知识，在弹丸结构、减少空气阻力等方面进行综合优化设计。

外弹道学知识的应用是多方面的。一种武器从诞生到装备部队使用有许多环节，其中包括论证、设计、研制、生产、监造、靶场试验、编制射表、部队使用和维护修理等方面。每个环节都与外弹道学有不同程度的联系，都需用外弹道学知识。虽然每个环节应用的是外弹道学知识的不同方面，但都必须理解外弹道学的基本概念，了解弹丸飞行的基本规律，掌握外弹道学解决问题的基本方法。



# 质点弹道基本方程及其解法

本章研究外弹道的基本问题，即研究弹丸质心运动的规律问题，它是进行弹道计算所必须的。弹道计算只关心弹丸质心在空中运动的规律，即根据弹炮系统的有关特征数据和条件，如已知弹丸质量、弹径、弹形、火炮射角、初速以及气象条件等，计算出描述弹丸质心在空中运动规律的参量，即任意时刻弹丸质心的坐标以及速度的大小和方向。

弹道计算在实际中有着广泛的应用。它对于火炮系统总体设计、外弹道设计、射表编制、瞄准具设计、火控指控系统设计等，都是工作的基本依据。

严格地说，弹丸在空气中的运动是复杂的刚体的一般运动，它有 6 个自由度，即 3 个描述弹丸质心的平动运动和 3 个描述弹丸绕其质心的转动运动。实际上，对于能保证飞行稳定的弹丸，其章动角（或攻角）总是很小，因而弹丸围绕质心的运动对其质心运动的影响不大，这就有可能相对独立地对弹丸的质心运动进行研究，而暂时不考虑弹丸绕质心的运动及其有关的规律。本章的内容实际上只是研究质点弹道的运动规律。

所谓质点弹道的运动规律是指将弹丸质量集中于质心一点的一种弹丸运动的规律。尽管质点弹道只是一个三自由度的运动问题，但由于弹丸形状、飞行姿态、空气阻力的复杂性，它的基本方程的描述方法与解法仍然是多种多样的。本章主要按照我国外弹道学中传统的方法来列出质点弹道的基本方程，这种方法也可视作是一种经典的方法，它是我国现行弹道计算、编制射表等统一遵循的方法。

## 1.1 大气特性及空气阻力

弹丸在空气中飞行，作用于弹丸上的力主要有重力、空气阻力和科氏惯性力。在火炮目前的射高（10 km 以下）和射程（50 km 以下）范围内，可认为重力加速度矢量  $g$  的量值变化不大，可以把它当成常数而不影响计算精度，国际计量检定中标准重力加速度  $g$  的值为  $9.806\ 65\ \text{m/s}^2$ 。在外弹道计算中，假设地面为平面， $g$  的方向垂直于地平面。科氏惯性力，在射程较小的情况下也可以不考虑其影响。对弹丸在空气中飞行的主要影响是来自空气的阻力。因此，本节着重介绍与空气阻力有关的大气方面的知识。

### 1.1.1 大气特性

#### 1. 空气的状态方程与虚温

空气可近似看成理想气体。因此，其状态方程可用理想气体状态方程来表示

$$p = \rho RT \quad (1-1)$$

式中， $p$  为空气的压力，Pa； $\rho$  为空气的密度， $\text{kg}/\text{m}^3$ ； $T$  为空气的热力学温度，K； $R$  为空气的气体常数，对于干空气实验值， $R = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

实际空气常是含有水蒸气的湿空气，因此尚须对湿空气状态方程中的量作进一步的研究。由实验得知，水蒸气的气体常数  $R_{\text{水}}$  与干空气的气体常数  $R$  之间的关系为

$$R_{\text{水}} = \frac{8}{5}R \quad (1-2)$$

根据气体的分压定律，湿空气（实际空气）的总气压（设为  $p$ ）是干空气分压  $p_{\text{干}}$  和水蒸气分压  $a$  之和，即

$$p = p_{\text{干}} + a \quad (1-3)$$

由状态方程，可分别写出

$$\rho_{\text{干}} = \frac{p_{\text{干}}}{RT} \quad (1-4)$$

$$\rho_{\text{水}} = \frac{a}{R_{\text{水}}T} \quad (1-5)$$

将式 (1-2)  $R_{\text{水}}$  之值代入式 (1-5)，则有

$$\rho_{\text{水}} = \frac{5}{8} \frac{a}{RT} \quad (1-6)$$

又由于湿空气的密度  $\rho$  为

$$\rho = \rho_{\text{干}} + \rho_{\text{水}} \quad (1-7)$$

最后可整理出

$$\rho = \frac{\frac{p}{RT}}{1 - \frac{3}{8} \frac{a}{p}} \quad (1-8)$$

引入符号

$$\tau = \frac{T}{1 - \frac{3}{8} \frac{a}{p}} \quad (1-9)$$

则有

$$\rho = \frac{p}{R\tau} \quad (1-10)$$

$\tau$  称为虚温，可以将  $\tau$  理解为与湿空气具有相同压力和密度时干空气的温度。引入  $\tau$  以后，就可以用干空气的  $R = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，利用式 (1-10) 给出的状态方程来计算湿空气的  $\rho$ 。今后，除特别指明外，外弹道中所用的气温均为  $\tau$ 。

#### 2. 标准气象条件

气象条件不仅随地点而变化，而且在同一地点还随时间和高度而变化。火炮的弹道不可

能也没有必要根据具体地点、时间的气象条件来计算,只能根据标准的气象条件进行弹道计算和编制射表。在火炮正式射击时,则可根据当地的具体气象条件进行修正。下面介绍我国炮兵用标准气象条件,它与国际上通用的标准基本一致。

### (1) 气象诸元的地面标准值

$$T_{0N} = 15\text{ }^{\circ}\text{C} \quad p_{0N} = 100\text{ kPa} = 0.1\text{ MPa} \quad a_{0N} = 846.7\text{ Pa} \quad \Phi = 50\%$$

$$\tau_{0N} = 288.9\text{ K} \quad \rho_{0N} = 1.206\text{ kg/m}^3$$

其中,“0”及“N”分别表示地面值和标准值, $\Phi$ 为相对湿度,它是某温度下蒸汽压力与该温度下饱和蒸汽压之比。

### (2) 气象条件随高度分布的标准定律

包围整个地球的空气总称大气,地球大气层的厚度为2 000~3 000 km。按照不同高度上大气的特征,大气可分为五层。从海平面起,大气依次可分为对流层、平流层(又称同温层)、中间层(又称亚同温层)、高温层和外层大气。由于火炮弹丸飞行高度都在10 km上下,不超出平流层高度,因此我们只关心在此高度以下的气象条件随高度的分布。

对流层中气温随高度而降低,这是因为大气吸收太阳热量的能力远小于地表,地表温度高于大气温度,下层大气受热上升,膨胀而冷却,上面冷空气下降压缩而变热,因而形成大气的上下对流。根据我国的情况,炮兵取对流层高度为9 300 m。平流层中的大气由于远离地表大气处于热平衡状态,此层气温恒定不变,大气没有上下对流,只有水平移动,因此称为平流层或同温层。此层高度在12 000 m~30 000 m。在对流层与平流层之间的过渡称为亚同温层。

#### 1) 气温随高度的标准分布

气温 $\tau$ 随高度的变化规律是在对流层为线性,亚同温层为抛物线,同温层为常数。根据交界层面温度及温度随高度的变化率连续的条件,可得到炮兵用温度随高度的标准分布,记为 $\tau_s$ ,如图1-1所示。

对流层  $y \leq 9\ 300\text{ m}$

$$\tau_s = \tau_0 - G_1 y \quad (1-11)$$

亚同温层  $9\ 300\text{ m} < y \leq 12\ 000\text{ m}$

$$\tau_s = A_1 - G_1(y - 9\ 300) + C_1(y - 9\ 300)^2 \quad (1-12)$$

同温层  $12\ 000\text{ m} < y \leq 30\ 000\text{ m}$

$$\tau_s = 221.5\text{ K} \quad (1-13)$$

式中系数为

$$A_1 = 0.126\ 76\tau_0 + 193.42\text{ K} \quad G_1 = 9.389\ 7 \times 10^{-5}(\tau_0 - 221.5)\text{ K/m} \quad (1-14)$$

$$C_1 = 1.738\ 8 \times 10^{-8}(\tau_0 - 221.5)\text{ K/m}$$

当 $\tau_0 = \tau_{0N}$ 时,上述温度标准分布就是温度分布的标准定律,记为 $\tau$ ,式中系数分别为

$$A_1 = 230.0\text{ K} \quad G_1 = 6.328 \times 10^{-3}\text{ K/m} \quad C_1 = 1.172 \times 10^{-6}\text{ K/m} \quad (1-15)$$

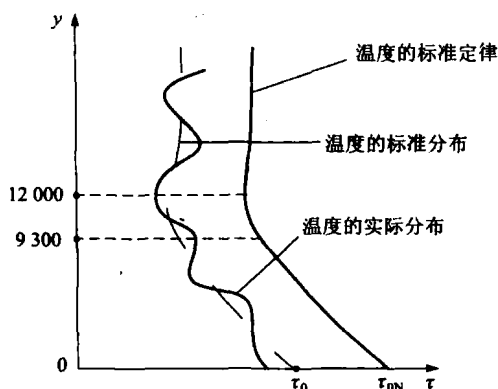


图1-1 气温随高度的分布

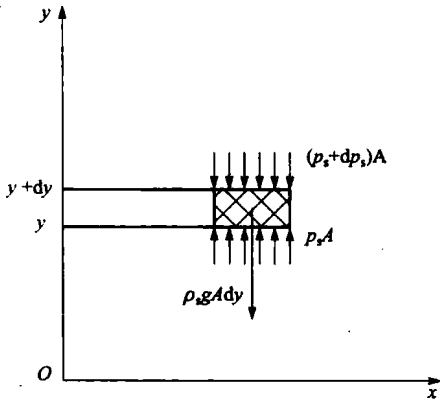


图 1-2 大气微小单元体

## 2) 气压和密度随高度分布的标准分布

有了温度随高度的分布就可以利用流体静力学基本方程和气体状态方程求出大气气压  $p$  和密度  $\rho$  随高度  $y$  的变化关系, 称为大气气压和密度随高度的标准分布, 分别记为  $p_s$  和  $\rho_s$ , 如图 1-2 所示。

设在距地面高  $y$  处, 有底面积为  $A$ 、厚度为  $dy$  的气柱, 该气柱的上面受到向下的压力  $(p_s + dp_s)A$ , 下面受到向上的压力  $p_s A$ , 气柱微小单元体的质量为  $\rho_s g A dy$ 。对该单元体建立平衡方程, 经整理可得

$$dp_s = -\rho_s g dy \quad (1-16)$$

将状态方程式 (1-10) 代入上式有

$$\frac{dp_s}{p_s} = -\frac{g}{R\tau_s} dy \quad (1-17)$$

积分上式, 得

$$\ln \frac{p_s}{p_0} = -\frac{g}{R} \int_0^y \frac{dy}{\tau_s}$$

$$\text{即} \quad \frac{p_s}{p_0} = \exp\left(-\frac{g}{R} \int_0^y \frac{dy}{\tau_s}\right) \quad (1-18)$$

其中, 气温  $\tau_s$  的表达式可按式 (1-11) ~ 式 (1-14) 代入, 即可获得压力分布的标准分布。当地面气压  $p_0 = p_{0N}$  和温度  $\tau_0 = \tau_{0N}$  时, 式 (1-18) 可写成

$$\frac{p}{p_{0N}} = \exp\left(-\frac{g}{R} \int_0^y \frac{dy}{\tau}\right) \quad (1-19)$$

记

$$\Pi(y) = \frac{p}{p_{0N}} \quad (1-20)$$

称之为气压函数, 按大气平衡条件导出的气压函数, 除地面气压值随地点、时间变化较大外, 气压随高度分布规律差异很小。非标准气象条件下的气压函数  $\Pi_s$  为

$$\Pi_s(y) = \frac{p_s}{p_{0N}} \quad (1-21)$$

为了便于计算机编程计算, 对于不同高度气压函数表达式 (1-19) 的结果如下:

当  $y \leq 9\,300$  m 时

$$\Pi(y) = \left(1 - \frac{G_1}{\tau_{0N}} y\right)^{g/RG_1} \quad (1-22)$$

当  $9\,300$  m  $< y \leq 12\,000$  m 时

$$\Pi(y) = \left(1 - 9\,300 \frac{G_1}{\tau_{0N}}\right)^{g/RG_1} \exp\left\{-B_1 \left[\arctan \frac{2C_1(y - 9\,300) - G_1}{B_2} + \arctan \frac{G_1}{B_2}\right]\right\} \quad (1-23)$$

当  $y > 12\,000$  m 时

$$\Pi(y) = \left(1 - 9 \cdot 300 \frac{G_1}{\tau_{0N}}\right)^{g/RG_1} \exp\left\{-B_1 \left[\arctan \frac{5 \cdot 400C_1 - G_1}{B_2} + \arctan \frac{G_1}{B_2}\right]\right\} \exp\left\{-\frac{g(y-1 \cdot 200)}{221.5R}\right\} \quad (1-24)$$

其中,  $B_1 = \frac{2g}{R \sqrt{4A_1C_1 - G_1^2}}$ ,  $B_2 = \sqrt{4A_1C_1 - G_1^2}$ 。

将  $A_1$ 、 $G_1$ 、 $C_1$ 、 $R$ 、 $g$ 、 $\tau_{0N}$  等值代入, 可进行常数计算, 最后的表达式为

当  $y \leq 9 \cdot 300$  m 时

$$\Pi(y) = (1 - 0.000 \ 021 \ 905y)^{5.4} \quad (1-25)$$

当  $9 \cdot 300$  m  $< y \leq 12 \ 000$  m 时

$$\Pi(y) = 0.292 \ 28 \exp\left\{-2.120 \ 64 \left[\arctan \frac{2.344(y-9 \ 300) - 6 \ 328}{32 \ 221} + 0.193 \ 925\right]\right\} \quad (1-26)$$

当  $y > 12 \ 000$  m 时

$$\Pi(y) = 0.193 \ 72 \exp[-(y-12 \ 000)/6 \ 483.3] \quad (1-27)$$

最后再根据状态方程, 即可分别得到空气密度函数的标准定律  $H(y)$  和标准分布  $H_s(y)$

$$H(y) = \frac{\rho}{\rho_{0N}} = \frac{p}{p_{0N}} \frac{\tau_{0N}}{\tau} = \Pi(y) \frac{\tau_{0N}}{\tau} \quad (1-28)$$

$$H_s(y) = \frac{\rho_s}{\rho_{0N}} = \frac{p_s}{p_{0N}} \frac{\tau_{0N}}{\tau_s} = \Pi_s(y) \frac{\tau_{0N}}{\tau_s} \quad (1-29)$$

$\Pi(y)$  及  $H(y)$  曲线如图 1-3 所示。上面介绍的  $\tau(y)$ 、 $\Pi(y)$ 、 $H(y)$  的规律即是炮兵用气象诸元随高度  $y$  变化的标准定律, 它是用于计算空气阻力的基本依据。如果该三种规律的地面值为非标准值  $\tau_0$ 、 $p_0$ 、 $\rho_0$ , 则称之为气象诸元随高度  $y$  的标准分布。

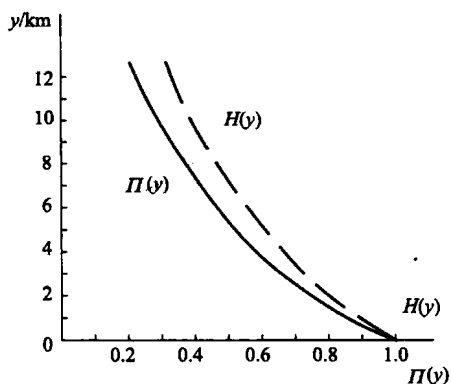


图 1-3 气压和密度函数的分布规律

### 1.1.2 空气阻力、空气阻力一般表达式

由于空气的黏性及有一定的密度, 弹丸在空气中飞行时, 它必然给弹丸以力的作用, 这就是空气阻力。

#### 1. 空气阻力的组成部分

此处简要说明对弹丸作用的空气阻力形成的基本原理, 以便了解空气阻力的实质以及找到在设计中减小空气阻力的办法。空气阻力主要由摩擦阻力、涡流阻力及超音速时所特有的波动阻力所组成。

##### (1) 摩擦阻力

摩擦阻力主要是由大气的黏性所造成的。流体黏性的特征已在流体力学中说明, 此处不再重复。根据黏附条件, 弹丸在空气中运动时, 其表面必黏附着一薄层空气伴随着弹丸一起运动。其外相邻的一层空气因黏性作用也被带动, 但比黏附于弹丸上的一层空气的速度小。



同样，此被带动的、速度较小的一层空气，又因黏性而带动其更外一层的空气。如此带动下去，速度渐小，总会有一个不被带动的空气层存在。在此层之外，空气就与弹丸运动无关，好像空气是没有黏性的理想气体一样形成对称的绕流流过。接近弹丸表面，受空气黏性影响的一层空气，实际上是很薄的，这一层通常叫做附面层或边界层，弹丸边界层中空气速度的分布如图 1-4 (a) 所示。由于弹丸飞行过程中表面上的边界层不断被形成，沿途的、接近弹丸表面的一薄层空气不断被带动，消耗着弹丸的动能，使弹丸减速。与此相应的阻力，就称为摩擦阻力。

由于弹丸速度很高，它所形成的边界层通常都是混合边界层（图 1-4 (b)），只在接近弹丸的很小区域内为层流边界层，后面即转化为湍流边界层。由于湍流造成了空气质点的无规律脉动，它所消耗的能量远较层流边界层大，通常估算摩擦阻力时按湍流边界层来考虑较准确。

在亚音速时，弹丸的摩擦阻力占空气总阻力的 35% ~ 40%，而超音速时仅占 10% 左右。可以看到，摩擦阻力与弹丸表面的光洁度有关，在实践上常用弹丸表面涂漆的办法来提高表面光洁度，可使射程增加 0.5% ~ 2.5%。

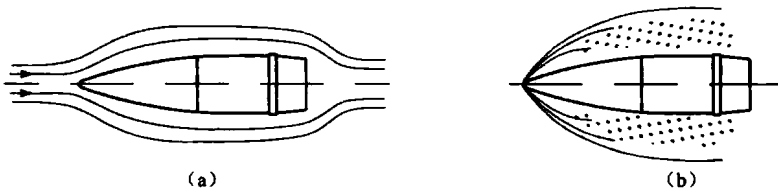


图 1-4 弹丸上的附面层

## (2) 涡流阻力

涡流阻力是由于弹底附近截面突然变化形成涡流低压区而产生的一种弹丸飞行的阻力。它类似于弯曲壁面边界层出现分离现象。飞行中的弹丸其尾部通常小于弹丸直径或形成截锥形，由于截面的突然减小，原来附着其上的边界层由于空气的来不及填补而形成分离。这时弹丸底部形成接近真空的低压区，周围压力较高的气流则向低压区填补，造成杂乱无章的涡旋，如图 1-5 所示。涡流区中压力远小于弹头附近空气中的压力，此压力差即构成涡流阻力。

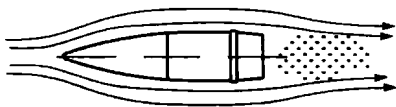


图 1-5 涡流区的形成

涡流区的形成不仅与弹丸截面形状有关，还与弹丸飞行速度有关，弹丸速度越高越易形成涡流区，涡流阻力也越大。

涡流阻力通常又称为底阻，对于亚音速弹丸，底阻占总阻力的 60% ~ 65%，而对于超音速弹丸，底阻约占总阻力的 30%。因此设法减小底阻是提高射程的一个重要方法。速度较小的迫击炮弹常采用流线型的尾部，旋转稳定的炮弹，通常将尾部做成船尾形，其尾锥角  $\alpha_k = 6^\circ \sim 9^\circ$ 。近年来发展的底凹弹、枣核弹及底部排气弹，其结构上的某些特点，就是从减小底阻考虑出发的。

## (3) 波动阻力

当弹丸超音速飞行时，就会在弹头部及其他部位产生激波，激波的形成也会大量消耗能量，它相应形成的阻力就是波动阻力。