



普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

信号与系统

张延华 刘鹏宇 编著

免费
电子课件



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

信号与系统

张延华 刘鹏宇 编著



机械工业出版社

《信号与系统》一书是在吸收国内外同类经典教材的基础上，结合目前大部分高校对该课程的教学改革成果，考虑到工程学科相关专业领域的需求，引入先进的计算软件编写而成的。本书共分 6 章，论述了信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。其中，第 1 章介绍了信号与系统的基本概念和必要的预备知识；第 2、3 章分别讨论了连续时间和离散时间信号与系统；第 4 章介绍傅里叶分析；第 5 章讨论了拉普拉斯变换与传递函数描述；第 6 章讨论 z 变换方法。

本书内容取材适当，体系结构合理，融信号分析、系统分析及系统设计于一体，适合用作工科电气、电子、信息、计算机等学科和专业“信号与系统”课程的教材，也可供从事相关领域工作的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统/张延华等编著 —北京：机械工业出版社，2012.2

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材
ISBN 978 - 7 - 111 - 36922 - 6

I. ①信… II. ①张… III. ①信号系统 - 高等学校 - 教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 274165 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：于苏华 责任编辑：于苏华 关晓飞

版式设计：霍永明 责任校对：陈秀丽

责任印制：杨 曦

北京京丰印刷厂印刷

2012 年 5 月第 1 版 · 第 1 次印刷

184mm × 260mm · 29 75 印张 · 736 千字

标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 36922 - 6

定价：54.80 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010) 88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010) 68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010) 88379649

封面无防伪标均为盗版

读者购书热线：(010) 88379203

前　　言

“信号与系统”是电子、电气工程领域的重要技术基础课，主要研究信号分析与系统分析的基本理论、基本方法与应用。然而，随着现代科学技术的飞速发展，原本以“电”为核心的内容架构正面临着机电工程与信号处理技术、应用数学与计算机科学技术的渗透与融合。例如，传统上信号与系统侧重于对电系统及其应用的讨论，往往先研究连续时间信号与系统模型，继而讨论离散时间信号与系统模型。但如今，电子、电气工程专业的毕业生，却更有可能从事软件编程或者数字组网，而不是单纯的电路分析工作。这就意味着信号与系统应适应于无线通信系统、微机电系统、生物医学仪器、计算机组网、嵌入式系统以及流媒体信息处理等系统中存在的共性问题，当然也包括解决电路系统问题。

本书基于工程数学和电路分析，涉及连续时间和离散时间信号与系统、傅里叶级数、傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换等经典内容。通过对时域、频域重要概念及其时-频转换关系的讨论，希望读者掌握变换和滤波的基本原理，并能够在时域和频域中进行自由的转换。

关于读者

本书要求读者对初等微积分和复变函数有一定的了解，对矩阵代数也有初步的认识。

本书的组成

全书共6章。其中，第1章讨论信号与系统中的基本概念；第2章讨论连续时间信号与系统的一般特性及其建模方法；第3章讨论离散时间信号与系统的一般特性及其建模方法；第4章介绍连续时间信号的谱分析；第5章是对连续时间线性时不变系统的变换域分析；第6章是对离散时间线性时不变系统的变换域分析。

本书的使用

本书一方面可作为普通大专院校“信号与系统”课程的教科书，另一方面也能够成为多学科工程技术人员的基础参考书。作为教科书，它首先面向IT类（包括电子、电气）专业的学生；而作为参考书，则试图通过引入具有实际应用背景的真实数据以及逼近工程实际问题的应用例题或独立论题来扩大视野。

本书各章的例题来源于不同的应用领域，具有较强的工程背景。特别强化了（信号与系统的）频域、 s 域和 z 域的分析，重点突出了系统的频率特性和传递函数的概念及其应用。对于离散信号与系统，加强了双边 z 变换与非因果系统的分析。

本书的特点

与同类教材相比，本书具有如下特点：

- 本书注重物理概念和应用背景的理解与融合，强调信号与系统的基本理论和变换思想的重要意义。其宗旨是使学生在处理时域、频域问题时思路清晰，并能够比较容易地从一个域转换到另一个域。
- 本书内容取材新颖先进，充分反映了信号与系统和相关交叉学科的最新发展，所涵盖的内容既有经典理论，又有最新的应用，便于组织课堂教学。

- 本书强调理论与应用的紧密结合。全书每章都从基本理论出发，循序渐进地引导读者理解、消化和掌握所学的内容，激发读者的学习热情，加深读者对本课程的重要地位的认识。
- 本书结构、层次清晰，疑难之处处理得体，如书中关于傅里叶变换的应用、吉布斯现象的讨论以及真实金融数据的分析就很有特色。
- 本书给出许多经典而又内容丰富的应用实例，特别是有些例子直接来源于真实数据，因此具有很强的工程意义。
- 在传统的基础理论和先进的计算工具——MATLAB/Simulink 之间进行了整合，这样有助于读者用计算机实践信号与系统的众多理论和算法，同时也为把这些理论和算法应用于工程实际打下基础。
- 书中所有例子和应用的 MATLAB 程序（包括 Simulink 仿真模型）可以在机械工业出版社教材网站注册下载，网址是：www.cmpedu.com。
- 为了便于查阅，本书在附录中列出了 3 个变换的变换表。

软件说明

本书在信号与系统的基础理论和先进的计算软件——MATLAB/Simulink 之间进行了整合，为每章的论题提供了相应的 MATLAB 子程序或者 Simulink 仿真模型。这些子程序可以进行自身演示，也可以用来加深印象、巩固基本概念和验证算法结果，并且有助于解决一些实际的设计问题。当然，作者的主要目的是介绍信号与系统的理论及应用而不是计算软件，所以在正文中没有引入 MATLAB/Simulink 的使用介绍。如果读者需要了解 MATLAB/Simulink 的有关知识，可以浏览 MATLAB 的官方网站 <http://www.mathworks.com>。

致谢

本书的编写工作量很大，单凭作者是无法完成的，感谢北京工业大学为本书的出版提供的资助，感谢北京工业大学孙景琦教授及电子信息与控制工程学院同事的鼓励和建议，特别要感谢孙恩昌、孙艳华、司鹏博和杨瑞哲博士对全书初稿的审阅给予的极大帮助，还要感谢研究生张然、李磊、卢丹蕾、陈刚、黄鑫、张黎、张蜜、张肖、宋治坤、王洋、张琳、陈慧琪在文档整理和绘图方面的工作。

编 者

目 录

前言	
第1章 概论	1
1.1 信号	1
1.2 系统	14
1.3 关于 MATLAB 的说明	21
第2章 连续时间信号与系统	24
2.1 信号的基本运算	24
2.2 信号的特性	29
2.3 奇异函数族	35
2.4 常用工程信号	45
2.5 信号的广义傅里叶级数描述	50
2.6 连续时间系统	56
2.7 连续时间系统的特性	60
2.8 卷积积分	70
2.9 卷积积分的性质	77
2.10 LTI 系统的微分方程描述	80
2.11 LTI 微分方程的求解	82
2.12 微分方程系统的特性	92
2.13 系统的图形化建模与仿真	97
2.14 LTI 系统的状态变量描述	102
2.15 应用示例及 MATLAB 实践	110
习题	115
第3章 离散时间信号与系统	125
3.1 离散时间序列	125
3.2 序列的运算	136
3.3 序列的分解与卷积和	142
3.4 序列的相关性	148
3.5 卷积和与单位样值响应	154
3.6 离散时间系统	160
3.7 差分方程	167
3.8 差分方程系统的特征	175
3.9 数字滤波器	178
3.10 应用示例及 MATLAB 实践	183
习题	192
第4章 傅里叶分析	200
4.1 三角函数系	200
4.2 傅里叶级数	205
4.3 傅里叶系数的对称性	213
4.4 吉布斯现象	218
4.5 傅里叶级数的收敛条件	220
4.6 频谱的概念	221
4.7 傅里叶级数的性质	228
4.8 从傅里叶级数到傅里叶变换	237
4.9 傅里叶变换与傅里叶级数的比较	244
4.10 傅里叶变换的性质	248
4.11 广义傅里叶变换	269
4.12 傅里叶逆变换	274
4.13 信号的采样和重构	275
4.14 应用示例及 MATLAB 实践	285
习题	303
第5章 拉普拉斯变换与传递函数	
描述	313
5.1 拉普拉斯变换	313
5.2 收敛域及其性质	316
5.3 单边拉普拉斯变换及其性质	322
5.4 拉普拉斯逆变换	335
5.5 求解含初始条件的微分方程	340
5.6 传递函数与单位冲激响应	343
5.7 系统的响应	347
5.8 电路的传递函数	352
5.9 电气系统与机电系统的相似性	357
5.10 LTI 系统的性质和框图描述	360
5.11 应用示例及 MATLAB 实践	366
习题	373
第6章 z 变换	383
6.1 双边 z 变换及其收敛域	383
6.2 双边 z 变换的性质及综合应用	391
6.3 零点、极点和 z 平面	399
6.4 逆 z 变换	403

VI 信号与系统

6.5 极点位置和序列的形式	415
6.6 传递函数	419
6.7 单边 z 变换	430
6.8 系统方程与 z 变换解	434
6.9 系统的框图与仿真	437
6.10 应用示例及 MATLAB 实践	444
习题	452
附录	462
附录 A 傅里叶变换及其性质	462
附录 B 拉普拉斯变换及其性质	464
附录 C z 变换及其性质	466
参考文献	468

第1章 概述

信号（Signals）携载信息，而系统（Systems）变换信号。本书涉及这两个基本术语的研究。由于信号总是通过系统进行传播和变换，因此在内容上将侧重于研究系统的输入（激励）信号与输出（响应）信号之间的关系，以及系统将输入信号变换为输出信号的过程。前者是对系统的一种描述或者建模，后者则是对信号的一种运算或者处理。

例如，声音是一种信号，但针对信号本身有关其声学特性的描述并不是本书讨论的议题，我们真正关心的是如何将声音信号进行分解，并理解各分量具有的意义。图像也是一种信号，本书同样不研究图像可视的生物、生理学特性，而是考虑对于图像信号的有效分解问题，比如应用中经常利用这种分解研究导致图像模糊的原因，并据此设计相应的图像处理算法来恢复或者重构图像。

信号是一个比具体的声音或者图像更为抽象的概念。例如，信号可以是来自传感器的电压，也可以是一个指令序列甚至是一张表单。概念上，信号是一种将时间或者空间定义域转换成某个值域的函数，这类值域在工程上一般属于物理测量的范畴，如温度、压力或发光强度等。系统则是一种将来自定义域内的输入信号转换成属于值域范围内的输出信号的函数。这里定义域和值域均为信号的集合，也称为信号空间。因此，系统就是对信号进行运算的函数。

信号与系统不同于一般学科领域，主要体现在它所涉及的特殊数据类型——信号。通常，这些信号来源于现实世界中的各种传感器数据，如地震波形、大气压力、视频流、医学影像、遥测、遥感以及无线电波等。信号与系统的任务就是为此类信号以及对这类信号进行变换的系统利用数学工具构建其函数模型，并对其进行分析。这种分析事实上可以认为是包含多种意图和目的的数学及算法的特殊运用，比如提高视频流的播放质量、语音识别及合成、数据压缩、信号重构等。

1.1 信号

1.1.1 信号的特征和分类

可以根据自变量的特性和函数值来定义信号。例如：自变量可以是连续变量或离散变量，这样，信号就可以被划分为连续函数或离散函数。此外，信号还可以被分为实值函数和复值函数。

信号可以由一个或多个信号源产生，前者是一个标量信号，而后者一般是一个矢量信号（或称作多路信号）。

一维信号（1-D）是拥有一个自变量的函数。二维信号（2-D）是拥有两个自变量的函数。多维信号（M-D）是拥有两个以上自变量的函数。例如，语音信号是典型的以时间为自变量的一维信号；一幅照片是以二维空间为自变量的二维信号。黑白视频信号的每一帧是一

一个二维图像信号，它是二维离散空间变量的函数，又因为它的每一帧都以固定（离散）的时间间隔顺序出现，因此黑白视频信号可以认为是一个三维信号的例子（3个自变量分别是两个空间变量加一个时间变量）。彩色视频信号是由3个分别代表红、绿、蓝（RGB）3基色的三维信号组成的。为了方便传输，RGB电视信号通常被转换成一种由亮度信号分量和两个色度信号分量组成的三通道信号。

当信号的自变量取确定值时，信号的取值被称作幅值。信号的幅值随自变量的变化而变化，这种变化的图形描述称作信号的波形。

对于一维信号，自变量通常被标定为时间。如果自变量是连续的，信号就称为连续时间信号；如果自变量是离散的，信号则被称为离散时间信号。连续时间信号在时间坐标的每一点上都有定义；而离散时间信号则在时间坐标的离散点上才有定义，因此它是一个时间序列。

具有连续幅值的连续时间信号一般被称作模拟信号，它在现实世界中随处可见。语音信号是典型的模拟信号。有限数字描述的具有离散幅值的离散时间信号被称为数字信号，比如MP3格式的数字音频信号。另外，时间上离散、幅值上连续的信号被称作抽样信号。数字信号是被量化的抽样信号。最后，具有离散幅值的连续时间信号可以被看成是量化的矩形信号。

在数学表示上可以清楚地看到信号的函数相关性。对一维连续时间信号，其自变量通常用时间 t 表示；对一维离散时间信号，其自变量一般用时间的离散值 n 表示。这样， $u(t)$ 代表一维连续时间信号，而 $\{v(n)\}$ 表示一维离散时间信号， $\{v(n)\}$ 中的每一个元 $v(n)$ 是离散时间信号的一个样本。在许多应用中，离散时间信号是由连续时间信号在归一化时间区间上抽样产生的。如果离散时间信号的时间间隔是均匀分布的，那么离散时间自变量 n 可以被归一化为整数值。

在二维连续时间信号中，自变量一般是空间坐标，可用 x 和 y 表示。例如，一幅黑白图像的亮度可以用 $u(x, y)$ 表示，而一幅数字化图像则是二维离散时间信号，它的两个自变量是离散的空间坐标变量 m 和 n ，因此数字图像可以用 $v(m, n)$ 表示。同样，黑白视频信号是三维信号，可用 $u(x, y, t)$ 表示，这里 x 、 y 分别代表两个空间坐标变量，而 t 代表时间变量。彩色视频信号是由代表红、绿、蓝3基色的三个信号分量组成的信号矢量：

$$u(x, y, t) = \begin{bmatrix} r(x, y, t) \\ g(x, y, t) \\ b(x, y, t) \end{bmatrix}$$

信号还可以根据信号的统计特性来分类。其中，可以用数学表达式、规则或者表查寻来完全描述的信号被称为确定性信号，而那些随机产生的或者不可预测的信号则被称为随机信号。本书主要讨论确定性时间连续和时间离散信号。现已发现，把一些相关信号表示为随机信号并用统计学方法进行分析有其方便之处。

下面，将回顾一些典型的信号运算过程。

1.1.2 典型信号运算

在实际应用中，常需要对各种信号进行形式多样的处理和操作。对于模拟信号，大部分信号处理的运算都在时域中进行；但离散时间信号的运算却既可以在时域也可以在频域中进

行。信号的运算往往可以通过一些基本运算关系的组合实时实现，若有需要，也可以非实时（也即离线）实现。

1. 基本时域操作

三种最基本的时域信号运算是比例（或加权）、时延和叠加运算。

比例运算是用一个正或负的常数乘以信号。对于模拟信号，如果这个常数的模大于1，则这种运算称之为放大；反之称之为衰减。因此，如果 $x(t)$ 是一个模拟信号，比例运算将产生一个新的信号 $y(t) = \alpha x(t)$ ，其中 α 是常数。

时延运算是原信号经过延时环节后产生的新信号。假如一个模拟信号 $x(t)$ 延时 t_0 ，则产生一个新的信号 $y(t) = x(t - t_0)$ 。如果 $t_0 > 0$ ，定义为前向（或右移）运算；如果 $t_0 < 0$ ，则为后向（或左移）运算。

叠加运算是两个或两个以上信号的线性组合运算，如 $y(t) = x_1(t) + x_2(t) - x_3(t)$ 的运算。

2. 滤波

滤波是一种广泛应用于复杂信号处理的过程或运算。滤波通常是指信号经过一个系统时允许某些频率成分无失真地通过，同时滤除信号的其他频率成分的过程或操作。信号无失真通过的频段定义为信号的通带，信号被滤除的频带定义为信号的阻带。通常，应用于模拟信号的滤波器是线性的，且可以用一个积分（后面将要讨论的卷积积分）来描述：

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (1.1.1)$$

式中， $x(t)$ 是滤波器的输入信号； $h(t)$ 是滤波器的单位冲激响应； $y(t)$ 是滤波器的输出信号。

低通滤波器允许所有低于某一特定频率 f_c 的低频信号通过，同时滤除高于频率 f_c 的所有信号，频率 f_c 被称为截止频率。高通滤波器与低通滤波器的作用相反，它允许所有高于某一特定频率 f_c 的（高频）信号通过，并滤除低于这一频率的所有信号。带通滤波器允许频率成分在两个截止频率 f_{c1} 和 f_{c2} ($f_{c1} < f_{c2}$) 之间的信号通过，并且滤除这个频段之外的所有信号。带阻滤波器则滤除两个截止频率 f_{c1} 和 f_{c2} ($f_{c1} < f_{c2}$) 之间的频率成分，并允许这个频段之外的所有信号通过。

图 1.1.1 给出了由 5Hz、15Hz 和 30Hz 正弦信号组合的信号，右图从上到下依次给出该混合信号及通过上述四种滤波器滤波的结果。其中，低通滤波器的截止频率为 40rad/s，高通滤波器的截止频率为 140rad/s，带通滤波器的上下截止频率分别为 40rad/s 和 140rad/s，带阻滤波器的上下截止频率为 40rad/s 和 140rad/s。

对某个特殊频率成分进行滤除的带阻滤波器称为陷波滤波器。多频带滤波器有多个通带和多个阻带。梳状滤波器则滤除一个低频信号的整数倍频率。

信号可能会受到有意或无意的不期望信号的影响，这种不期望的信号常被称为干扰或噪声信号。在很多应用中，期望信号往往占据了从直流到某一频率为 f_L 的低频带部分，而这个信号可能被一个频率为 f_H ($f_H > f_L$) 的高频噪声所干扰。这时，若使被噪声污染的信号通过一个截止频率为 f_c ($f_L < f_c < f_H$) 的低通滤波器，则可恢复出原来的信号。通常，公共的噪声源是电源线辐射的电磁波。由电源线产生的噪声表现为频率 50Hz 或 60Hz 的正弦波信号，被这种噪声干扰的信号可以使其通过陷波频率为 50Hz 或 60Hz 的陷波滤波器来滤除噪声。

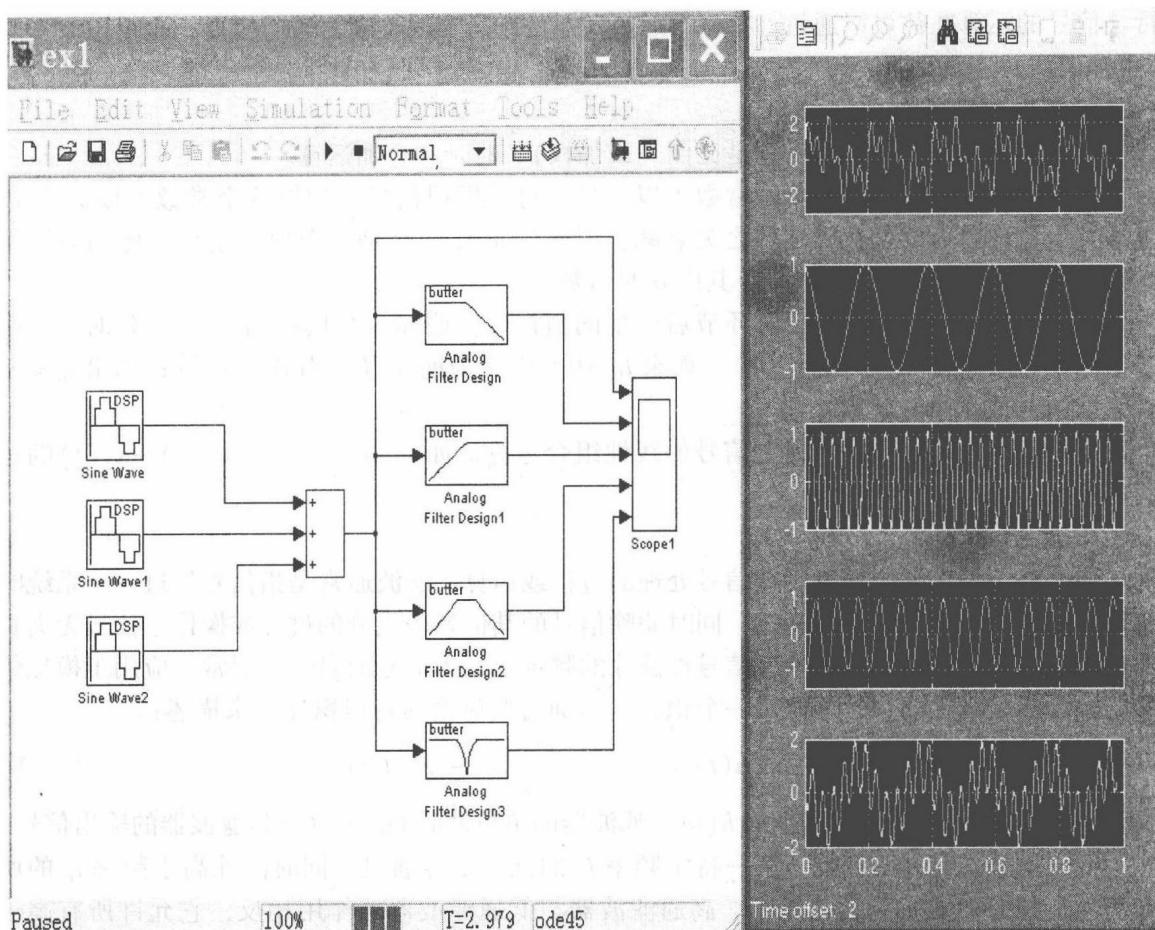


图 1.1.1 混合信号及其滤波

3. 复信号的产生

如前所述，信号可分为实信号和复信号。所有物理产生的信号都是实信号。但在某些应用中，有时需要将实信号转换成复信号以便获取信号更为详尽的信息。由于因果性的限制，可对实信号 $x(t)$ 求其 Hilbert 变换，也就是使 $x(t)$ 通过一个传输函数为 $H_{HT}(j\omega)$ 的系统来求得这个信号的 Hilbert 变换，其中 $H_{HT}(j\omega)$ 为

$$H_{HT}(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(j\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases} \quad (1.1.2)$$

它的冲激响应为

$$h_{HT}(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (1.1.3)$$

$x(t)$ 的连续傅里叶变换为

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.1.4)$$

$X(j\omega)$ 也称作信号 $x(t)$ 的频谱。实信号的幅度频谱为偶对称，而相位频谱为奇对称。因此，实信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ 既包含正频率又包含负频率，可以表示为

$$X(j\omega) = X_p(j\omega) + X_n(j\omega) \quad (1.1.5)$$

式中, $X_p(j\omega)$ 是 $X(j\omega)$ 中包含正频率范围的部分; $X_n(j\omega)$ 是 $X(j\omega)$ 中包含负频率范围的部分。

如果信号 $x(t)$ 经过 Hilbert 变换, 则其输出 $\hat{x}(t)$ 可由 $x(t)$ 和 $h_{HT}(t)$ 的线性卷积描述, 即

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{HT}(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (1.1.6)$$

$\hat{x}(t)$ 的频谱 $\hat{X}(j\omega)$ 则由 $x(t)$ 和 $h_{HT}(t)$ 的连续傅里叶变换的乘积给出, 即

$$\hat{X}(j\omega) = H_{HT}(j\omega)X(j\omega) = -jX_p(j\omega) + jX_n(j\omega) \quad (1.1.7)$$

由于 $\hat{X}(j\omega)$ 的幅度和相位分别是偶函数和奇函数, 则由式(1.1.7)知 $\hat{x}(t)$ 也是实信号。

实信号 $x(t)$ 的解析信号 $x_a(t)$ 定义为

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (1.1.8)$$

解析信号 $x_a(t)$ 的实部 $x(t)$ 和虚部 $\hat{x}(t)$ 互为 Hilbert 变换。例如, 实信号 $x(t) = \cos\omega t$ 的解析信号为

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = \cos\omega t + j\sin\omega t = e^{j\omega t}$$

通过对解析信号 $x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t)$ 取傅里叶变换, 利用式(1.1.4)和式(1.1.7), 可以得到

$$\begin{aligned} X_a(j\omega) &= X(j\omega) + j[-j\text{sgn}(j\omega)]X(j\omega) \\ &= X(j\omega)[1 + \text{sgn}(j\omega)] = \begin{cases} 2X(j\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

显然, 解析信号只有正频率分量。

4. 调制和解调信号

在长距离信号的传输中, 采用的传输媒介通常是电缆、光缆(有线)或者大气(无线)。每种传输媒介针对不同频率的信号都存在一个能够有效传输信号的带宽。因此, 为了通过信道传输低频信号, 首先必须利用调制技术把低频信号转换成高频信号, 在信号的接收端再对这种已调高频信号进行解调, 经进一步处理后就可得到所需要的低频信号。实际应用中一般采用四种模拟信号调制方法: 幅度调制、频率调制、相位调制和脉冲幅度调制。其中, 幅度调制概念上比较简单, 因此重点讨论。

在幅度调制模式中, 高频正弦信号 $A\cos(\omega_0 t)$ (称为载波信号) 的幅度随低频带限信号 $x(t)$ (称为调制信号) 的变化而变化, 由此产生的高频信号(称为已调信号) $y(t)$ 为

$$y(t) = Ax(t)\cos(\omega_0 t) \quad (1.1.10)$$

因此, 幅度调制可以用调制信号和载波信号的乘积来实现。为了说明幅度调制的频率变换特性, 令带限(或调制)信号 $x(t) = \cos(\omega_1 t)$, 其中 $\omega_1 \ll \omega_0$ 。从式(1.1.10)可以得到

$$\begin{aligned} y(t) &= A\cos\omega_1 t \cos\omega_0 t \\ &= \frac{A}{2}\cos(\omega_0 + \omega_1)t + \frac{A}{2}\cos(\omega_0 - \omega_1)t \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

可以看出, 已调信号 $y(t)$ 是由两个频率分别为 $\omega_0 + \omega_1$ 和 $\omega_0 - \omega_1$ 的正弦波信号组成的。由于 $\omega_1 \ll \omega_0$, 所以这两个频率更接近载频 ω_0 。

信号 $y(t)$ 的频谱具有重要意义。从它的连续时间傅里叶变换性质考虑, 可以得到

$$Y(j\omega) = \frac{A}{2}X(j(\omega - \omega_0)) + \frac{A}{2}X(j(\omega + \omega_0)) \quad (1.1.12)$$

式中, $X(j\omega)$ 是调制信号 $x(t)$ 的频谱。图 1.1.2 给出了幅度调制的框图以及调制信号、载波信号和已调信号的波形。

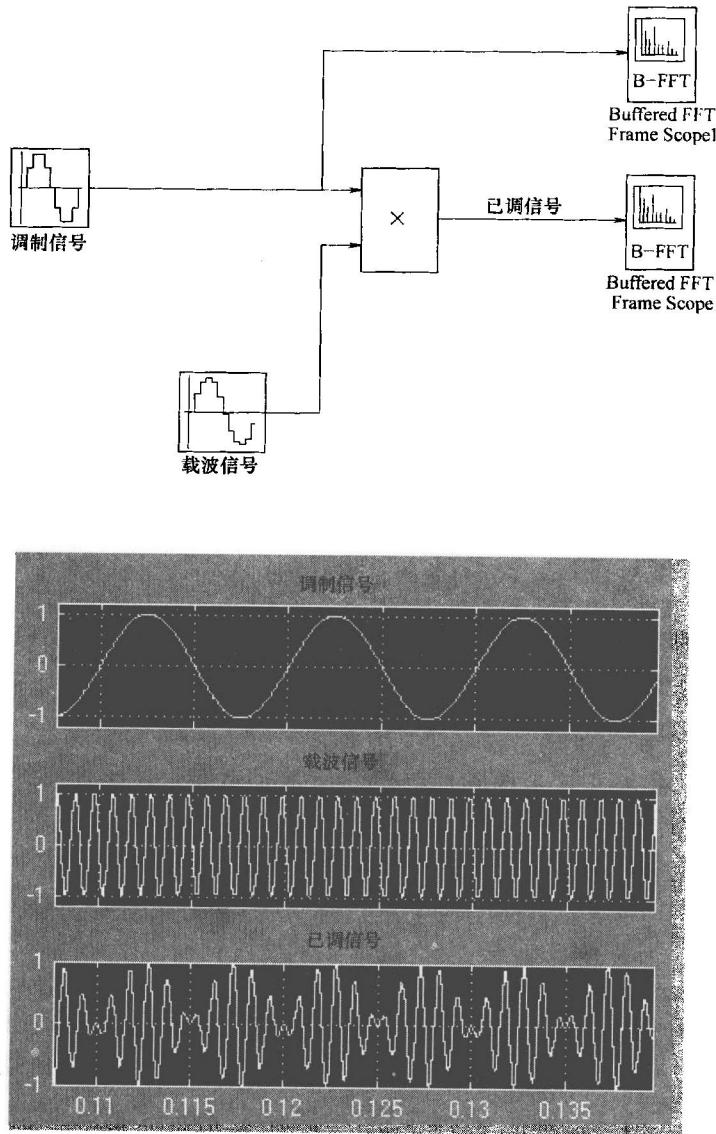


图 1.1.2 幅度调制的框图以及调制信号、载波信号和已调信号的波形

图 1.1.3 给出了当 $\omega_0 >> \omega_m$ 时调制信号和已调信号的频谱。从中可以看出, 已调信号 $y(t)$ 是一个以 ω_0 为中频频率、带宽为 $2\omega_m$ 的带限高频信号。

已调信号在 ω_0 和 $\omega_0 + \omega_m$ 的部分被称为上边带, 在 ω_0 和 $\omega_0 - \omega_m$ 的部分被称为下边带。由于在已调信号中产生了两个边带并且没有了载波成分, 所以这种调制被称为双边带抑制载波调制 (DSB-SC)。

假设 $\omega_0 > \omega_m$, 对信号 $y(t)$ 的解调可以分两步实现。首先, 用 $y(t)$ 和一个与载波信号同

频率的正弦波信号进行相乘，即

$$r(t) = y(t) \cos \omega_0 t = Ax(t) \cos^2 \omega_0 t \quad (1.1.13)$$

式 (1.1.13) 可重写成

$$r(t) = y(t) \cos \omega_0 t = \frac{A}{2}x(t) + \frac{A}{2}x(t) \cos 2\omega_0 t \quad (1.1.14)$$

式 (1.1.14) 表明该乘积信号是由原调制信号乘以 1/2 比例因子之后再和一个载频为 $2\omega_0$ 的已调信号组合而成的。

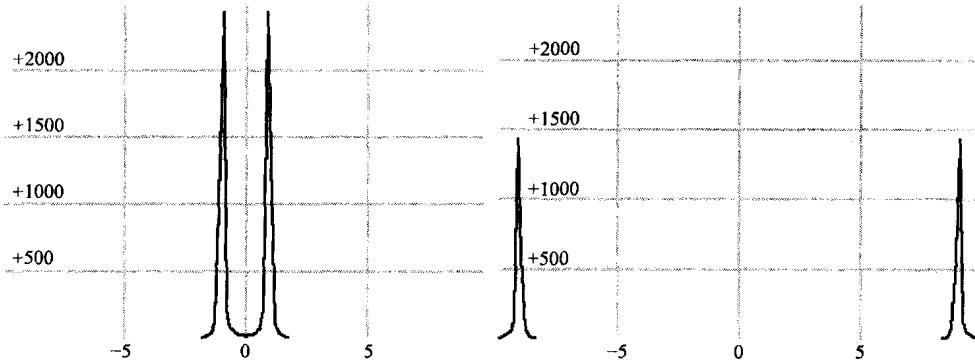


图 1.1.3 $\omega_0 \gg \omega_m$ 时调制信号 (左) 和已调信号 (右) 的频谱

其次，使 $r(t)$ 通过一个截止频率为 ω_c 且满足 $\omega_m < \omega_c < 2\omega_0 - \omega_m$ 的低通滤波器来重构原调制信号。滤波器的输出就是乘了一个比例因子的调制信号。

调制、解调过程的 Simulink 框图如图 1.1.4 所示。上述解调过程的一个重要假设是接收端可以产生一个与载波信号相同的正弦波信号。显然，难以保证在整个工作期间被解调正弦波信号的频率严格等于载波信号的频率。为了解决这个问题，在传送已调幅射频信号的过程中，若考虑修改调制过程以便被传输信号中能够包含载波信号，则通过重新定义幅度调制就可以得到这样的信号：

$$y(t) = A[1 + mx(t)] \cos \omega_0 t \quad (1.1.15)$$

式中， m 是调制系数。 m 的选择需保证对所有 t 满足 $[1 + mx(t)] > 0$ 。图 1.1.5 给出了 $m = 1$ 时由频率为 200Hz 的调制正弦波信号和频率为 5000Hz 的载波信号生成的已调制信号、已解

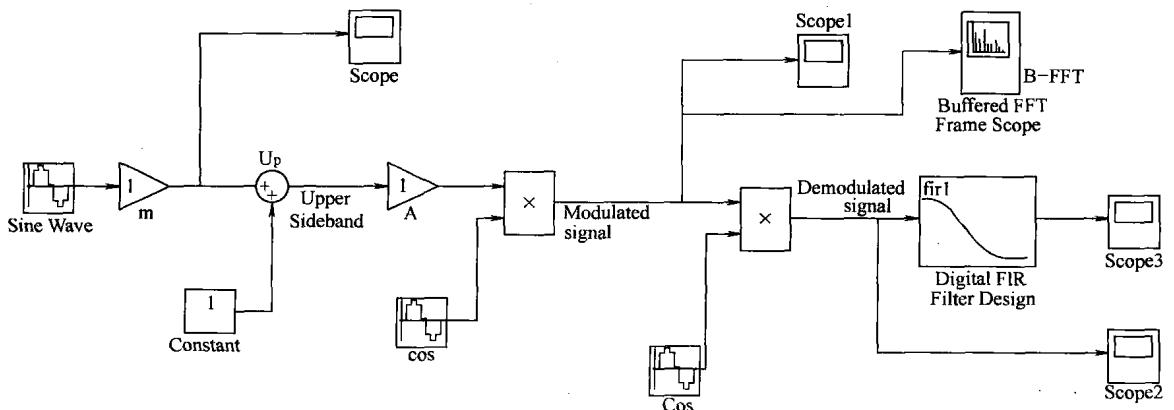


图 1.1.4 调制、解调过程的 Simulink 框图

调信号以及重构信号的波形。注意，已调载波信号的包络与调制信号的波形基本上相同。可以看出，这种调制信号总是包含有载波，故称其为双边带调制。在接收端，载波信号首先被分离，然后再解调。

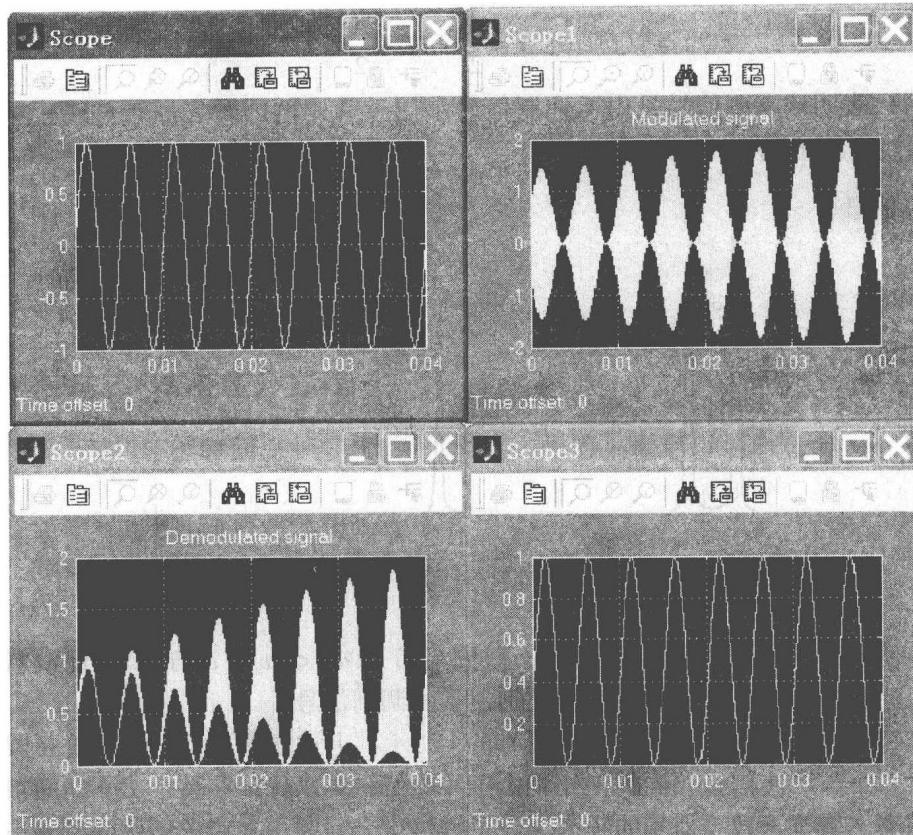


图 1.1.5 调制、已调、解调和重构信号波形

图 1.1.5 中已调信号的频谱如图 1.1.6 所示。

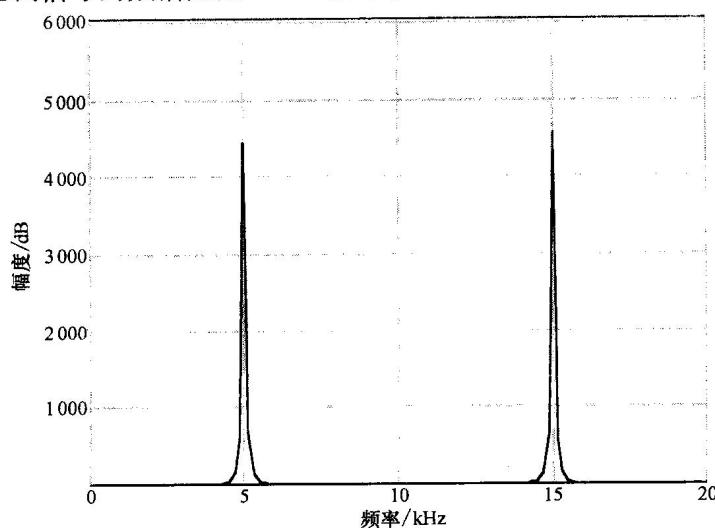


图 1.1.6 已调信号的频谱

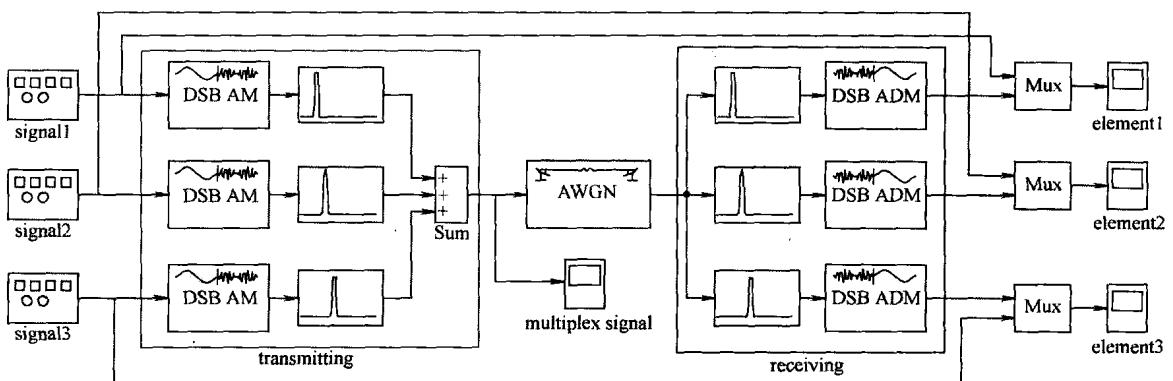
5. 多路复用和信号分离

为了更有效地利用信道带宽，多路窄带低频信号经组合形成所谓的复合宽带信号作为单一信号传输。这种信号的复合过程被称作多路复用（技术），它需保证在接收端能够恢复原始窄带低频信号。这种恢复过程被称作解复用或信号分离。

在电话系统中，一种可将不同语音信号复用的技术被称为频分多路（FDM）。其中，每一个带宽限制在 $2\omega_m$ 的低频语音信号用式（1.1.10）描述的幅度调制模式变频到一个更高的频段。相邻已调幅信号的载波频率间隔为 ω_0 且满足 $\omega_0 > 2\omega_m$ ，这样就可保证当这些已调信号相加形成一个基带复用信号后，各自的频谱不会出现交叠。然后将这个基带信号调制到主载波上形成FDM信号传输。

在接收端，首先通过解调从FDM信号中分离出复合基带信号。然后使这个复合基带信号通过带通滤波器组，分离出每个独立的已变频信号。每个带通滤波器的中心频率与相应的载波频率相同，带宽略大于 $2\omega_m$ 。最后解调带通滤波器的输出，从而恢复出原语音信号。图1.1.7的3路复用仿真模型展示了这一过程。

从图1.1.3可以看出，普通幅度调制的已调信号的带宽为 $2\omega_m$ ，而调制信号的带宽为 ω_m 。为了增加信道容量，通常采用同时传播上、下边带已调信号的幅度调制方法。这种方法称之为单边带（SSB）调制，以别于双边带（DSB）调制模式。



```
F0=50;F2=80;F4=100;ts=.002;[num0,den0]=butter(2,F0/2*ts);[num4,den4]=butter(2,F4/2*ts);[num2,den2]=butter(2,F2/2*ts);
```

图1.1.7 3路频分复用（FDMA）的仿真模型

6. 正交幅度调制

通过前面的讨论可知，双边带调制的频谱利用率是单边带调制频谱利用率的一半。正交幅度调制（QAM）利用双边带调制方法调制两个不同的信号，使它们占据同样的带宽，因此正交幅度调制占据的带宽就和单边带调制占据的带宽一样。为了理解正交幅度调制，首先要讨论一些基本概念。设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 是两个带宽同为 ω_m 的带限低频信号，它们分别被两个载波信号 $A\cos\omega_0 t$ 和 $A\sin\omega_0 t$ 调制，然后相加得到一个复合信号 $y(t)$ ：

$$y(t) = Ax_1(t)\cos\omega_0 t + Ax_2(t)\sin\omega_0 t \quad (1.1.16)$$

注意，两个载波信号的频率同为 ω_0 ，但存在一个 90° 的相位差。通常，称载波信号 $A\cos\omega_0 t$ 为同相分量，称载波 $A\sin\omega_0 t$ 为正交分量。复合信号 $y(t)$ 的频谱为：

$$\begin{aligned} Y(j\omega) = & \frac{A}{2} [X_1(j(\omega - \omega_0)) + X_1(j(\omega + \omega_0))] + \\ & \frac{A}{2j} [X_2(j(\omega - \omega_0)) - X_2(j(\omega + \omega_0))] \end{aligned} \quad (1.1.17)$$

可以看出，式 (1.1.17) 占据的带宽和双边带调制相同。

为了恢复出原调制信号，可以分别用载波的同相和正交分量乘以复合信号，从而得到两个信号：

$$\begin{cases} r_1(t) = y(t) \cos \omega_0 t \\ r_2(t) = y(t) \sin \omega_0 t \end{cases} \quad (1.1.18)$$

将式 (1.1.16) 代入式 (1.1.18)，得到

$$\begin{cases} r_1(t) = \frac{A}{2}x_1(t) + \frac{A}{2}x_1(t) \cos 2\omega_0 t + \frac{A}{2}x_2(t) \sin 2\omega_0 t \\ r_2(t) = \frac{A}{2}x_2(t) + \frac{A}{2}x_1(t) \sin 2\omega_0 t - \frac{A}{2}x_2(t) \cos 2\omega_0 t \end{cases} \quad (1.1.19)$$

若使信号 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 通过截止频率为 ω_m 的低通滤波器，就可得到两个调制信号。

和抑制载波双边带调制一样，正交幅度调制也需要在接收端有一个与发送端完全一致的载波信号用于解调。因此，这种方法一般并不用于模拟信号的直接传输，而是在数据传输及离散时间序列的传输方面得到应用。

1.1.3 信号的工程实例

为了更好地理解信号与系统面临的任务，下面给出一些典型的工程应用信号实例。

1. 远程通信

远程通信的任务就是把多种信息，如音频、视频信号，计算机文件格式和其他类型的数据信息，从一个地方传输到另一个地方。为了传输信息，通常需要一个在两地间建立联系的信道。信道可以是电话线、光纤、互联网络或大气等。长途通信公司为客户提供这些信息的传输业务，但他们必须建立和维护这一传输信道。其中的利益规则既简单又明确：在单一信道上能够传输的信息越多就越有效益。这就导致相应的信号分析及处理技术，如信号铃声的生成和检测、频带搬移、滤除电源线的交流干扰等飞速发展。这里简单讨论 3 个典型的例子，它们是多路技术、压缩和回声抑制。

(1) 多路技术 全世界的电话机（包括移动电话）远远超过 10 亿部。当一个用户按下几个数字键后，电话交换网络允许这一部电话与世界上任何一部别的电话在几秒内建立起连接。这种连接的复杂程度是难以想象的。直到 20 世纪 60 年代，任意两部电话之间的连接依然需要通过继电式交换机转换和传输模拟语音信号，一次连接就需要一对电话线。信号分析及处理技术使这种情况发生了根本的变革，它将模拟音频信号转化为数字数据码流，由于数据码流容易编码和解码，因此可以实现多路电话同时通过一根电线传输。例如所谓的 T 载波标准能够同时传输 24 路语音信号，每路信号采用 8bit 压缩扩展（对数压缩）模-数转换算法，采样频率为 8000 次/s，因此每路语音信号就有 64000bit/s，24 路语音就包含 1.544Mbit/s 数据量。

(2) 压缩 当一路语音信号经过 8000 次/s 的采样和量化（其中包含许多冗余数据）