



河南省高等教育力学“十二五”规划教材

材料力学(I)

CAILIAO LIXUE

主编 杜云海

 郑州大学出版社



河南省高等教育

材 料 力 学(I)

CAILIAO LIXUE

主编 杜云海

郑州大学出版社
郑州

内 容 提 要

本书以普通工科专业材料力学课程教学大纲要求为基础,以现代创新性工科人才和学生独立分析解决问题的能力培养为目标,力图在优秀传统材料力学教材内容与现代学科研究成果之间实现有机的统一。在教学内容的编排上具有一定伸缩性,也便于学生自学。本教材可作为普通工学本科专业 64~80 学时材料力学课程的理想教材,也可作为工学专科专业材料力学课程的选用教材。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(I)/杜云海主编. —郑州:郑州大学出版社,2012. 2
ISBN 978-7-5645-0670-4

I. ①材… II. ①杜… III. ①材料力学-高等学校-教材
IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 268359 号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路 40 号

出版人:王 锋

全国新华书店经销

郑州文华印务有限公司印制

开本:710 mm×1 010 mm 1/16

印张:30.5

字数:582 千字

版次:2012 年 2 月第 1 版

邮政编码:450052

发行部电话:0371-66966070

印次:2012 年 2 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978-7-5645-0670-4

定价:48.00 元

本书如有印装质量问题,由本社负责调换

作者名单

主 编 杜云海

副主编 刘 彤

编 委 李晓玉 杨 峰 刘雯雯

王 志 姚姗姗 杜云海

刘 彤

前言

在高等学校教学方法研究与教学内容不断深入改革的大环境下,如何设计材料力学课程的教学内容,在极其有限的教学课时内使学生掌握尽可能多的专业知识,并能有效地应用它来解决实践中遇到的各种问题,使学生的能力得到有效培养和增长,是当前建设创新型国家和为之培养所需创新型、应用型人才所必须认真研究的复杂课题。郑州大学力学与工程学院在新教学形式下计划出版的系列力学教材,就是为了满足新时期教学需要而开展的一项工作。在各高等学校新培养计划中,公共材料力学课程教学的学时(60~80)多少不等,目前要以一个统一的教学内容安排来实施教学几乎是不可能的,但我们至少可以做到保证基本内容要求的一致性,然后考虑针对具体学时的扩展性内容教学,出于这种考虑,本教材分为《材料力学(Ⅰ)》和《材料力学(Ⅱ)》两册。《材料力学(Ⅰ)》包括材料力学课程教学的基本内容,主要是为了适应普通工科专业64学时材料力学课程的教学要求,但内容具有可伸缩性,目的是适应各专业不同的培养目标,给任课教师一个自主组织教学内容的空间,也给学生一个自主学习空间。《材料力学(Ⅱ)》的内容主要包括非圆截面杆扭转、弹性基础梁等系列材料力学专题、非线性材料力学问题、蠕变力学基础等扩展性教学内容,主要适用于力学专业32学时材料力学课程教学。截面的几何性质、型钢表、材料力学术语、以及一些需要让学生了解的相关内容以附录形式编入。

本套教材的编写分工为:李晓玉负责编写第1章、第4章、第5章、第13章和附录Ⅰ;刘雯雯、王志编写第2章、第18章;杨峰编写第3章、第6章、第11章、第15章、第16章;姚姗姗编写第7章和附录Ⅱ;刘彤担任副主编,编写第8章、第9章、第10章、第12章、第14章与附录Ⅲ、Ⅴ;杜云海担任主编,负责编写第17章、第19章和附录Ⅳ、Ⅵ,并对教材文稿进行了全面审核与修订。在本教材编写过程中,具有三十余年丰富教学经验的秦力一副教授对教材的内容组织与安排提出了许多宝贵建议,在此深表感谢!

编者期待本教材能在新时期工科教学实践中收到较好的应用效果,为工科人才培养做出应有的贡献,而不违编写委员会开展本项工作的初衷。但因时间仓促,教材成稿后的瑕疵之处还在所难免,望读者在教材使用过程中能及时提出宝贵意见,以便今后对本教材进行进一步的修改与完善。

编者

2011年8月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 外力	5
1.4 内力与应力	6
1.5 线应变与角应变	7
1.6 杆件及其基本变形	9
第2章 拉伸与压缩	12
2.1 拉伸与压缩的概念	12
2.2 轴力及轴力图	13
2.3 拉(压)杆的应力	16
2.4 拉(压)杆的变形·胡克定律	21
2.5 拉(压)杆的应变能	26
2.6 材料的拉(压)力学性能	29
2.7 拉(压)杆的强度计算	40
2.8 拉(压)超静定问题	47
2.9 应力集中的概念	55
2.10 连接件的实用强度计算	57
第3章 扭转	81
3.1 扭转的概念及外力偶矩的计算	81
3.2 扭矩及扭矩图	83
3.3 纯剪切	86
3.4 圆轴扭转应力及其强度条件	88
3.5 圆轴扭转变形及其刚度条件	94

3.6	圆轴扭转时的应变能	96
3.7	非圆截面杆的自由扭转	98
3.8	扭转超静定问题	101
第4章	弯曲内力与应力	109
4.1	基本概念	109
4.2	梁的内力及内力图	112
4.3	作梁内力图的简易法	121
4.4	作内力图的叠加法	128
4.5	平面刚架及曲杆的内力图	131
4.6	梁的正应力及其强度计算	134
4.7	梁的切应力及其强度计算	145
4.8	梁的合理设计	155
第5章	弯曲变形	169
5.1	梁的挠度与转角	169
5.2	求梁变形的积分法	170
5.3	求梁变形的叠加法	185
5.4	求梁变形的共轭梁法	190
5.5	梁的应变能	198
5.6	梁的刚度校核及提高刚度的措施	200
5.7	简单超静定梁	203
第6章	应力状态与强度理论	212
6.1	应力状态的概念	213
6.2	平面应力状态下的应力分析	216
6.3	三向应力状态下的应力分析简介	230
6.4	应力与应变的关系	232
6.5	复杂应力状态的应变能密度	238
6.6	强度理论	240
第7章	组合变形	254
7.1	组合变形概述	254

7.2	斜弯曲	255
7.3	拉(压)弯组合变形	259
7.4	偏心拉压与截面核心	262
7.5	扭弯组合变形	268
第8章	压杆稳定	279
8.1	受压杆件的稳定性概念	279
8.2	细长杆的临界压力	281
8.3	中小柔度杆的临界应力	293
8.4	压杆的稳定性计算	297
8.5	提高压杆稳定性的措施	301
第9章	动载荷	310
9.1	概述	310
9.2	构件等加速直线运动或匀速转动时的动应力	311
9.3	冲击问题	320
9.4	提高构件抗冲击能力的措施	338
9.5	考虑被冲击构件质量的冲击应力	338
第10章	交变应力与疲劳强度	352
10.1	基本概念	352
10.2	交变应力的循环特征	357
10.3	$S-N$ 曲线与疲劳极限	359
10.4	影响疲劳极限的因素	365
10.5	构件的疲劳强度计算	370
10.6	弯扭组合作用时构件的疲劳强度计算	378
*10.7	构件的抗疲劳设计	381
*10.8	焊接结构疲劳强度计算	384
10.9	提高构件疲劳强度的措施	385
第11章	能量法	392
11.1	外力功与应变能	392
11.2	应变能的普遍表达式	396

11.3	单位载荷法	400
11.4	互等定理	406
11.5	卡氏第二定理	408
* 11.6	虚功原理	410
附录 I	平面图形的几何性质	423
I.1	截面的面积、静矩与形心	423
I.2	极惯性矩、惯性矩与惯性积	428
I.3	平行移轴公式	431
I.4	转轴公式、截面的主轴	434
附录 II	型钢规格表	441
附录 III	材料力学术语中英文对照	459
附录 IV	材料力学发展简史	474
	参考文献	480

第1章 绪 论

1.1 材料力学的任务

在工程实践和日常生活中,结构和构件随时、随处可见。所谓的结构就是由若干构件按照一定形式组成并能够完成某些工作、满足若干要求的组合物。例如,一栋房屋就可以看作一个结构,它能够为人类活动提供安全的空间,并能为生产或者生活提供必要的条件。结构还可以继续细分成若干分结构,例如,目前最为常见的钢筋混凝土框架结构可以粗略分为地基与基础、主体框架、屋面与楼面、墙体围护体系等部分。由同一平面内的若干根梁、柱连接而成的平面框架也是一种结构。想要研究结构作为整体的种种性质,我们必须从组成结构的最基本元素——构件入手。房屋结构中的一根梁、一根柱、一面墙、一个柱下的独立基础、一片楼板或者屋面板、一段雨水管都可以视作一个构件。构件能否正常工作,决定着整个结构能否正常工作,关键部位的构件甚至会影响整个构件的稳定与平衡。研究构件在荷载作用下的变形与其他表现,是设计与评价结构物或机械的重要内容和理论基础。

处于结构中的构件必然要受到其他构件或因素的作用,我们将这些作用称为荷载。例如,车床工作时车床主轴受到齿轮啮合力和切削力的作用;建筑物中的梁和柱要受到自身的重力和它所支撑的其他构件的重力作用;高层建筑必须考虑风荷载的作用等。在荷载的作用下,构件应该能够具有承受和抵抗荷载的能力,通过自身的正常工作确保整个结构或机械的正常工作。首先,构件在承受荷载时不能发生破坏,例如,工业厂房中的吊车梁如果断裂,整个系统将无法正常工作。其次,不发生破坏并不意味着结构或构件能够正常工作,达到它的基本设计功能。例如,即便不发生断裂,吊车梁如果发生了较大的变形,也会使吊车行驶不平稳甚至卡死。此外,对于某些构件还存在着稳定性要求。如果受压构件比较细长,就有可能在受到扰动时丧失其原有平衡,产生较大的变形,甚至会造成结构突然倒塌。想要正常工作,构件必须能够满足以下要求:

- (1) 具有足够的强度,即在荷载的作用下构件不至于破坏;

(2) 具有足够的刚度,即在荷载的作用下构件不至于产生过大的变形;

(3) 满足稳定性要求,即构件在荷载作用下的平衡状态应该是稳定的平衡。

设计构件时,除了必须满足强度、刚度和稳定性的要求之外,还需要考虑经济方面的问题。要保证前三者得到满足,往往需要多用材料、用好材料,这就会直接导致成本的提高。对于成本的控制主要体现在选择材料和材料的消耗量中,主要的手法就是少用材料、用可以替代的低成本材料。工程设计就是要在安全与经济之间找到平衡点,在尽可能降低成本的情况下保证安全。事实上,某些情况下安全和经济并不矛盾,一味加大截面不仅会带来成本的提高,也会由于构件的自重增加而改变结构的受力特性,而这种改变并不总是趋于更安全的。材料力学的理论就是为解决这一问题而产生和发展起来的。如何保证构件满足强度、刚度和稳定性要求,并兼顾安全与经济的平衡,这就是材料力学研究的主要内容。

要研究构件的强度、刚度、稳定性问题,我们必须对组成构件的材料加以充分了解。材料力学侧重于研究材料的力学性能,也就是材料在外力作用下的变形与外力之间的关系,以及材料抵抗变形与破坏的能力。了解材料力学性能的基本途径就是材料试验。有些情况下,现有的理论不足以解释材料的力学表现,这时就更加需要利用试验来加以解决。材料力学从发展之初就是一门理论分析与试验研究相辅相成的学科,要学好材料力学,对理论和试验都应加以足够的重视。

工程实践的需求推进了材料力学的发展,而材料力学理论也反过来指导着工程实践的进步。随着工程实践的日益进步,材料力学的任务与研究内容也在不断扩大。纷繁复杂的工程实践为材料力学的研究积累了丰富的成功经验和失败教训;科学实践在实验室中不断进行的材料试验也为材料力学提供了丰富的研究资料。而材料力学为工程实践提供了可靠的理论基础,为构件的设计和计算提供了简便实用的方法,使得构件的强度、刚度、稳定性得到保障,并能同时兼顾材料使用的经济与合理。

1.2 变形固体的基本假设

制造构件的材料大多都是固体,这些固体材料在受到荷载作用时会发生变形,我们将这一类材料称为可变形固体或变形固体。

随着研究目的、研究内容和侧重点的不同,我们对可变形固体的各类属性的关注程度也不相同。同时,即便是看似简单的情形,如果对于影响最终结果

的所有因素不加区分全部予以考虑,也会因为计算量过多过大、关联关系太过复杂而很难得到解答,或者解答过程过分冗长不便适应工程需求。

对可变形固体的基本性质加以分析辨别,找到主要属性、忽略次要属性,在研究、计算、试验过程中分清主次、区别对待,才能在确保计算精度的前提下简化计算过程。为了简化计算模型,我们对可变形固体作出以下的基本假设。

1.2.1 连续性假设

连续性假设认为物体内部是密实的,物质毫无空隙地充满其全部的空间。事实上,组成固体物质的粒子相互之间存在着空隙,并不连续,原子内部甚至可以说是“空旷”的。但是,这种微观状态下的不连续并不影响材料作为宏观物体分析时的连续性,因为这些空隙与可变形固体的构件尺寸相比往往小到不可比较。另一方面,构件制造过程中常常也会产生一些较小的空隙和孔洞,只要其尺寸足够小,我们依然可以在研究过程中采用连续性假设而不必担心影响计算精度。以常用的建筑材料钢筋混凝土为例,在制造和使用过程中,其内部会不可避免地产生各种空隙和裂缝——混凝土结硬过程中产生的干缩裂缝、振捣不充分而产生的孔洞、钢筋上部 and 混凝土中的粗骨料上部由于在凝固过程中受到重力作用不同而产生的空隙、构件受力过程中钢筋与混凝土脱开产生的裂隙等。只要这些空隙的尺寸足够小,就不足以影响材料的力学性能,能够利用连续性假设将由粗骨料、细骨料、水泥、钢筋等材料共同组成的构件当作连续性可变形固体来加以研究。

有了连续性假设,我们在研究某些力学量时,就可以把它们看成空间内的连续函数,可以对其进行坐标增量为无限小的极限分析。

值得注意的是,可变形固体在变形后仍然保持其连续性。也就是说,物体内的点在变形前后均是一一对应的,既不会发生变形前的一点变形后成为多点而出现空隙,也不会发生变形前的多点在变形后占据同一个点的“挤入”现象。

1.2.2 均匀性假设

均匀性假设认为变形固体的力学性能与材料的空间位置无关,即物体内各点的力学性能相同。以金属材料为例,组成金属的晶粒在力学性能上有所不同,但是金属材料是由许许多多的晶粒在空间内毫无规则地排列而成,它所表现出来的性质是各种不同晶粒在各个方向力学性能的统计平均值。所以,作为整体而言,金属的力学性能在其分布的空间内可看做均匀的。

均匀性假设使得我们从固体中取出一部分作为研究对象时,无论大小和位

置,其力学性能总是相同的。当然,该单元的最小尺寸必须保证能够包含足够数量的基本组成部分,以保证其力学性能的统计平均值能够达到一个稳定的水平。

1.2.3 各向同性假设

在以上的两个基本假设之外,有时会做出各向同性假设,认为固体的力学性能不具有方向性。也就是说,无论沿任何方向,固体的力学性能都是相同的。仍以金属材料为例,就单一的金属晶粒而言,沿各个方向的力学性能肯定是不尽相同的。但是,组成金属的晶粒数量多如恒河沙数,其排列又是杂乱无章的,没有很强的方向性。所以,这样组成的金属材料在各个方向上一定表现出相同的力学性能。常见的各向同性材料主要包括钢材、玻璃等。

经过轧制的钢板、型钢等,由于在加工过程中晶粒排列择优取向,沿轧制方向和垂直轧制方向的力学性能会有些不同,但在材料力学的计算过程中,往往不必考虑这些不同。

木材等天然材料及其加工物通常不具备各向同性,例如木材顺纹方向和横纹方向的力学性能差别很大;三合板等纤维增强叠层复合材料,由于具有明显的层状结构而各方向力学性能很不相同。对于此类材料,各向同性假设明显不再适用,必须作为各向异性材料加以讨论。

综上所述,传统材料力学研究的是连续、均匀、各向同性的可变形固体。这几个假设抓住了各类工程材料的基本性能,为工程计算提供了简捷实用的理论。而经过大量理论研究和实践检验,采用这些假设计算所得的结果能够满足绝大多数工程要求的计算精度。

材料力学所研究的构件,在承受荷载作用后发生的变形量很小,与构件的原有尺寸不可比较。这样,我们又做出了小变形假设,即假设构件受力变形后的尺寸变化小到可以忽略不计,可以近似地认为未发生变化。这样,在研究和计算中,我们就能用变形前的构件尺寸来代替变形后的尺寸,大大简化了计算,同时也并不影响计算精度。

在有些问题中,构件受力变形后,必须按照变形后的构件尺寸加以讨论,例如压杆稳定就是这一类问题。

当然,对于变形量过大的大变形物体,小变形假设显然不再适用,本书对于大变形问题不做详细讨论。

物体在承受荷载后发生变形,荷载不超过一定范围时,当荷载撤除后,物体具有变形消失、恢复其原有形状的性质,这一性质称之为弹性。但是,荷载过大

时,卸除荷载并不能使荷载所造成的所有变形消失。随着荷载卸除而消失的那一部分变形称为弹性变形,不能够消失,永远保留下来的变形称为塑形变形。通常,在荷载不超出某一限值时,每种材料的表现都是完全弹性的。材料力学研究的对象——构件,在正常的工作条件下,一般都要求只发生弹性变形。也就是说,材料力学研究的大部分问题都处于完全弹性假设之下。

1.3 外力

作用于构件上的外力(包括载荷和支反力),按其作用方式可分为体积力和表面力。体积力连续分布于物体内部各点,例如物体的自重就是体积力,惯性力也作为体积力处理。体积力的单位是牛/米³,记为 N/m^3 。表面力是作用于物体表面上的力,又可分为分布力及集中力。连续作用于物体表面某一面积上的力称为分布力,例如作用于油缸内壁的油压力,作用于船体上的水压力等,均为分布力。分布力的单位是牛/米²,或兆牛/米²,分别记为 N/m^2 和 MN/m^2 。有些分布力是沿构件的轴线作用的,如楼板对屋梁的作用力,其强弱程度以沿轴线每单位长度内作用多少力来度量,计算单位是牛/米或千牛/米,分别记为 N/m 和 kN/m 。若外力分布的面积远小于物体的整体尺寸,或者沿构件轴线分布的长度远小于轴线的尺寸,就可以看做是作用于一点的集中力,例如火车轮对钢轨的压力、轴承对轴的反作用力等,都可以看做是集中力。集中力的单位是牛或千牛,分别记为 N 和 kN 。按载荷随时间变化的情况,又可将载荷分成静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动很不显著,即为静载荷。例如,当把机器缓慢地置放在基础上时,机器的重量对基础的作用便是静载荷。若载荷随时间而变化则为动载荷。按其随时间变化的方式,动载荷又可分为交变载荷与冲击载荷。交变载荷是随时间作周期性变化的载荷,例如当齿轮转动时,作用于每一个齿上的力都是随时间按周期性变化的。冲击载荷则是物体的运动在瞬时内发生突然变化所引起的载荷,例如急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤的锤杆等都受到冲击载荷的作用。在静载荷和动载荷两种情况下,材料所表现出来的性能颇不相同,分析方法也有差异。因为静载荷问题比较简单,而且在静载荷下所建立的理论和分析方法,又是解决动载荷问题的基础,所以我们首先研究静载荷问题。

1.4 内力与应力

物体因受外力而变形,其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用就是内力。我们知道,即使不受外力,物体的各质点之间,依然存在着相互作用的力,材料力学中的内力是指,在外力作用下上述相互作用力的变化量,所以是物体内部各部分之间因外力而引起的附加的相互作用力,即“附加内力”。这样的内力随外力的增加而加大,当到达某一限度时就会引起构件破坏,因而它与构件的强度是密切相关的。

为了显示出构件(物体)在外力作用下, P 截面上的内力,用平面假想地把构件分成 S' 、 S'' 两部分,任取其中一部分,例如 S' 作为研究对象(图 1.1a)。在部分 S' 上作用的外力有 F_1 和 F_2 ,欲使 S' 保持平衡,则 S'' 部分必然有力作用于 S' 的 P 截面上,以与 S' 所受外力平衡,如图 1.1b 所示。根据作用与反作用定律可知, S' 必然也以大小相等、方向相反的力作用于 S'' 上。上述 S' 与 S'' 之间相互作用的力就是构件在 P 截面上的内力。按照连续性假设,在 P 截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。今后我们也把这个分布内力系的合力 T (有时是合力偶)称为截面上的内力。

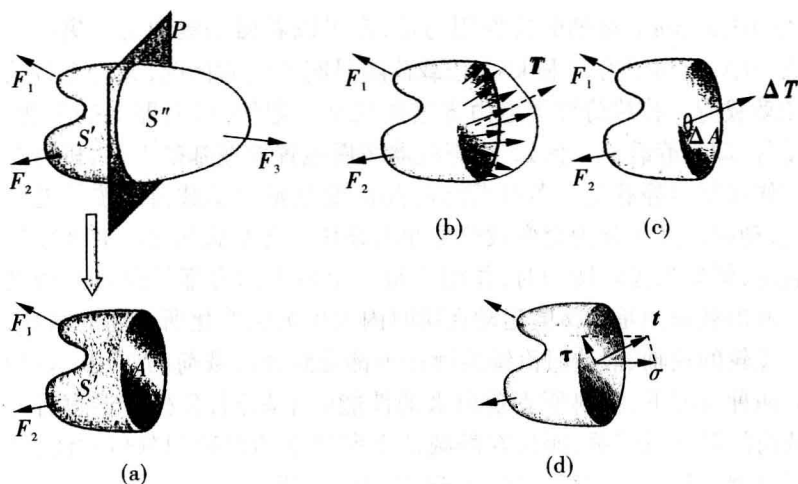


图 1.1

上述用截面假想地把物体分为两部分,以显示并确定内力的方法,称之为

截面法,这是在后面的研究中常用的方法,将其归纳为以下三个步骤:

(1)截开 欲求某一截面上的内力时,就沿该截面假想地把构件分成两部分,任意地取一部分作为研究对象或者称为分离体,并弃去另一部分。

(2)代替 用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3)平衡 建立分离体的平衡条件,以确定未知的内力。

由于内力在 P 截面上处处不同,若在截面 P 上的一点 A 取一个面元 ΔA ,设这个面元上所作用分布内力的合力为 ΔT ,如图 1.1c 所示,则在 ΔA 上内力的平均集度定义为

$$t_m = \frac{\Delta T}{\Delta A}$$

t_m 称为面元 ΔA 上的平均应力。这个平均应力与所取面元的大小有关,还不能真实反映 A 点处内力强度。为了消除所取面元大小的影响,可对上式取 ΔA 趋于零时的极限值

$$t = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} t_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{dT}{dA} \quad (1.1)$$

作为 A 点的内力集度,称为 A 点的应力。这个应力 t 是矢量,具有方向性,一般可把它分解成垂直于截面和相切与截面的两个分量 σ 和 τ 来表示,如图 1.1d 所示,其中 σ 称为正应力, τ 称为切应力(或剪应力)。这两个分量可用标量表示。应力的常用单位是兆牛/米²,记为 MN/m^2 或 MPa 。

从应力的定义可见,应力具有如下特征:

(1)应力定义在受力物体的某一截面上的某一点处,因此,讨论应力必须明确是在哪一个截面上的哪一点处。

(2)在某一截面上的一点处的应力是矢量。对于应力分量,通常规定离开截面的正应力为正,反之为负,即拉应力为正,压应力为负;而对截面内部(靠近截面)的一点产生顺时针转向力矩的切应力为正,反之为负。

(3)应力的量纲为 $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ 。应力的单位为 Pa 。

(4)整个截面上各点处的应力与微面积 dA 之乘积的合成,即为截面上的内力。

1.5 线应变与角应变

为了研究构件截面上的内力分布规律,必须对构件内一点处的变形作深入

的研究。设想把构件分割成无数微小的正六面体,在外力作用下这些微小正六面体的边长必将发生变化。如图 1.2 所示,表示从受力构件的某一点 C 的周围取出的一个正六面体,其与 x 轴平行的棱边 CD 原长为 Δx ,变形后变为 $\Delta x + \Delta s$, Δs 称为线段 CD 的绝对变形(图 1.2b)。由于 Δs 的大小与原长度 Δx 的长短有关,不能完全表明线段 CD 的变形程度。用比值

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

表示线段 CD 每单位长度的平均伸长(或缩短),称为平均应变。一般情况下各点的变形并非均匀的,因而平均应变与所取线段的长度有关,为了消除这种影响,取平均应变在线段长度 Δx 趋于零时的极限值

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \varepsilon_m = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1.2)$$

表示 C 点沿 x 方向变形的程度,称为沿 x 方向的线应变(或简称应变)。用相似的方法也可定义其他方向的线应变。在小变形物体中, ε 是很小的量。

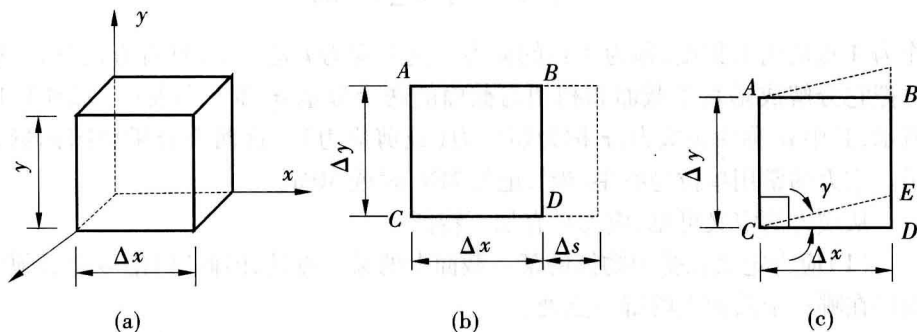


图 1.2

物体变形后,其任一单元体不但棱边的长度改变,而且原来相互垂直的两条棱边的直角夹角也将发生变化(图 1.2c)。同理,定义极限

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle ACE \right) \quad (1.3)$$

为 C 点在 oxy 平面内的剪应变或切应变。 γ 也是一个极其微小的量,用弧度来度量。

线应变和角应变是度量构件内一点处变形程度的两类基本量。它们都是