

杜志建 主编

®



试题 调研

高分宝典系列

高考意见领袖

2012高考成功计划

高考
状元

纠错

笔记

2012年高考必纠的**102**个易错点

一本**2011高考状元**夺取高分的秘籍

一本汇集名校名师备考经验的必备手册

一本教你如何避开命题陷阱的笔记簿

数学

— 理科 —



CHISO 新疆青少年出版社

®

试题 调研

高分宝典系列

高考意见领袖

2012高考成功计划

高考
状元

纠错笔记

主 编：杜志建

编 委 会：桑进林 张 健 龙艳青 王献新 孙天桥 张 翰
秦永安 刘洪恩 贾玉兵 蔡中华 宋建玲 边德礼
王志忠 刘立栋 刘其富 吕存正 李长青

本册主编：张 健 龙艳青 王献新

◀ 数 学 ▶

— 理 科 —

CHISO 新疆青少年出版社

图书在版编目(CIP)数据

试题调研·高考状元纠错笔记·数学·理科/杜志建主编. —修订本.
—乌鲁木齐:新疆青少年出版社,2010.6
ISBN 978-7-5371-7326-1

I. ①试… II. ①杜… III. ①数学课—高中—升学参
考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第121777号

出 版 人:徐 江
策 划:王启全
责任编辑:多艳萍
责任校对:刘 娜
封面设计:天星美工室

试题调研·高考状元纠错笔记 数学(理科) 杜志建 主编

出 版:新疆青少年出版社
社 址:乌鲁木齐市北京北路29号 邮政编码:830012
电 话:0991-7833936(编辑部),0371-68698015(邮购部)
网 址:<http://www.qingshao.net>

发 行:新疆青少年出版社营销中心 电 话:0991-7833979 7833965
经 销:各地新华书店 法律顾问:钟 麟 13201203567
印 刷:郑州市毛庄印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16 版 次:2011年7月修订版
印 张:9 印 次:2011年7月第1次印刷
字 数:248千字
书 号:ISBN 978-7-5371-7326-1
定 价:13.80元

目录

Contents

■ 状元有约

携手 2011 年高考新科状元,与你面对面交流数学学习的秘诀,取得高分的法宝,识错、纠错、避错的诀窍.让状元的学习经验成为你高考备考的“利剑”.

我的学习方法和学习心得 001

■ 纠错笔记

以状元的纠错笔记为蓝本选取典例,以名师的教学经验为依托分析错因,以经典解法为基础提炼正解,全面整理考生备考中的易错点、易混点.让状元的笔记与名师的心血完美结合,让状元的思维与名师的智慧激情碰撞,为你打造一本精彩无限的高考状元纠错笔记.

笔记一 集合与常用逻辑用语 004

笔记二 函数与导数 012

笔记三 数列 026

笔记四 三角函数 038

笔记五 不等式 049

笔记六 平面向量 057

笔记七 立体几何 067

笔记八 解析几何 083

笔记九 计数原理 096

笔记十 概率与统计 103

笔记十一 算法、复数、推理与证明 116

笔记十二 选考部分 124

附:《试题调研》大面积命中 2011 高考试题 133

2012年高考必纠的102个易错点

易错点 1	集合中元素的特征认识不明	004
易错点 2	遗忘空集致误	005
易错点 3	忽视集合中元素的互异性致误	005
易错点 4	集合运算不准确致误	006
易错点 5	四种命题的结构不明致误	007
易错点 6	充分必要条件颠倒致误	008
易错点 7	“或”“且”“非”理解不准致误	008
易错点 8	对含有量词的命题的否定不当致误	009
易错点 9	求函数定义域忽视细节致误	012
易错点 10	函数单调性判断错误	013
易错点 11	函数奇偶性判断错误	014
易错点 12	抽象函数中推理不严谨致误	015
易错点 13	函数零点定理使用不当致误	016
易错点 14	导数的几何意义不明致误	017
易错点 15	导数与单调性关系不清致误	018
易错点 16	导数与极值关系不清致误	019
易错点 17	计算定积分忽视细节致误	020
易错点 18	定积分几何意义不明致误	021
易错点 19	混淆基本公式致误	026
易错点 20	辨别不清数列中奇偶项的变化规律致误	027
易错点 21	a_n 与 S_n 关系不清致误	029
易错点 22	数列中的最值错误	030
易错点 23	用错位相减法求和时项数处理不当致误	031
易错点 24	对数列的递推关系转换不当致误	032
易错点 25	用错三角函数的定义	038
易错点 26	忽视函数定义域的限制与变化而出错	039
易错点 27	忽视正、余弦函数的有界性致误	040
易错点 28	三角函数的奇偶性判断不准致误	041
易错点 29	三角函数的单调性判断错误	041
易错点 30	图象变换方向把握不准出错	043
易错点 31	三角恒等变换错误	044
易错点 32	解三角形忽视解讨论而出错	045
易错点 33	不等式性质应用不当致误	049
易错点 34	忽视均值不等式应用条件致误	050
易错点 35	解含参数的不等式时分类讨论不当致误	051
易错点 36	解不等式时同解变形出错	052
易错点 37	线性规划问题寻找整数最优解方法不当致误	052
易错点 38	平面区域不明致误	053
易错点 39	忽视零向量性质致误	057
易错点 40	向量加减法的几何意义不明致误	058
易错点 41	忽视平面向量基本定理的使用条件致误	059
易错点 42	向量的模与数量积的关系不清致误	059
易错点 43	向量的坐标运算不准致误	060
易错点 44	向量夹角范围不清致误	062
易错点 45	向量的几何意义不明致误	062
易错点 46	不能区分实数运算与向量运算致误	063

易错点 47	三视图识图不准致误·····	067	易错点 74	记错二项式通项公式致误·····	099
易错点 48	对斜二测画法的规则不清致误 ·····	068	易错点 75	混淆项的系数与二项式系数致误 ·····	100
易错点 49	空间几何体面积计算错误·····	069	易错点 76	二项式定理应用错误·····	100
易错点 50	空间几何体体积计算错误·····	070	易错点 77	抽样方法含义理解不清致误 ·····	103
易错点 51	共面条件使用不当致误·····	071	易错点 78	统计图表中概念不清、识图不准 致误·····	104
易错点 52	异面直线所成角理解错误·····	072	易错点 79	概率和频率的关系不清致误 ·····	105
易错点 53	空间点、线、面位置关系不清致误 ·····	073	易错点 80	误解基本事件的等可能性致误 ·····	106
易错点 54	线面位置关系定理使用不当致误 ·····	074	易错点 81	几何概型概念不清致误·····	106
易错点 55	空间向量运算错误·····	075	易错点 82	互斥与对立相混淆致误·····	107
易错点 56	线面角计算错误·····	076	易错点 83	混淆互斥事件与相互独立事件 致误·····	108
易错点 57	二面角计算错误·····	077	易错点 84	对二项分布理解不准致误·····	109
易错点 58	直线的倾斜角与斜率关系不清 致误·····	083	易错点 85	随机变量分布列性质用错致误 ·····	110
易错点 59	忽视斜率不存在致误·····	083	易错点 86	正态分布中概率计算错误·····	111
易错点 60	忽视零截距致误·····	084	易错点 87	回归系数和回归常数相混致误 ·····	111
易错点 61	有关圆的轴对称问题理解不清致误 ·····	085	易错点 88	循环结束的条件判断不准致误 ·····	116
易错点 62	焦点位置考虑不全致误·····	085	易错点 89	程序框图的实际意义不明致误 ·····	117
易错点 63	忽视圆锥曲线定义中的条件致误 ·····	086	易错点 90	条件结构对条件的判断不准致误 ·····	118
易错点 64	离心率范围求解错误·····	087	易错点 91	复数运算法则不熟致误·····	119
易错点 65	恒成立意义不明导致定点问题 错误·····	087	易错点 92	类比不当致误·····	119
易错点 66	弦长公式使用不合理导致解题 错误·····	088	易错点 93	归纳不准致误·····	120
易错点 67	焦点三角形问题忽视细节致误 ·····	089	易错点 94	归纳假设使用不当致误·····	121
易错点 68	忽视限制条件求错轨迹方程 ·····	091	易错点 95	分类不当、考虑不全致误·····	124
易错点 69	两个基本原理不清致误·····	096	易错点 96	不可逆定理逆用致误·····	125
易错点 70	均匀分组与不均匀分组相混致误 ·····	097	易错点 97	错用公式致误·····	125
易错点 71	相邻与不相邻问题方法不当致误 ·····	097	易错点 98	变换前后变量之间关系不清致误 ·····	126
易错点 72	实际排列问题中的位置不清致误 ·····	098	易错点 99	参数的几何意义不明致误·····	127
易错点 73	实际问题意义不清,计算重复、 遗漏致误·····	099	易错点 100	极坐标表达不准致误·····	128
			易错点 101	去绝对值不当致误·····	128
			易错点 102	重要不等式使用不当致误·····	129



状元有约

我的学习方法和学习心得

2011 年江西高考理科状元 桂亚楠



高考成绩

总分:712 分

各科成绩:语文:140 分 数学:137 分

英语:140 分 理综:295 分

状元心得:金无足赤,人无完人。无疑,在学习过程中,我们都会遇到一些困难,经常犯一些错误。这时候,建立纠错笔记本就显得十分重要。纠错不仅在于纠正错误,更在于从中发现自己知识上的漏洞,进行查漏补缺,不断充实自己,提升学习能力。

下面,我简单谈一下在高三的学习心得与学习经验与大家一起分享:我们的学习过程其实就是在和错误作斗争。高考不排斥原题或相仿题。如果做了很多套卷子却不订正,不改错,就只能原地踏步,你仍然在固守会的东西,却没有及时发现不会的东西。因此,及时纠错十分必要。

首先谈一下如何收集错题,错题的收集也是有方法的。我认为收集的错题大致分为两类:一类是属于自己能力范畴的,只要自己足够细致认真就能做出来的;另一类是有利于锻炼思维提高学习能力的。在建立错题集后,关键还在于进行回顾反思做出总结。切忌一味地为收集错题而收集。学习中,我常看到一些人拿着错题本四处摘抄错题,兴致十足,结果笔记本上密密麻麻满是错题,自己却鲜有反思总结,成绩总提不上去。时间花了很多,收效甚微,当然学习效率就低。

谈到反思总结,想必有人会心生疑问:总结,总结,又是总结,以

状元感言

伴随着高考的紧张,高考考场上的沉稳,成绩公布时的淡定,收到录取通知书的喜悦,高三生活在不知不觉中结束了。再回首,高三带给我的有梦想,有现实,有在解出题后喜悦的笑声,还有在奋斗时留下的心酸的泪水。

状元心语

收集错题后要要对错题进行分析,将错题抄写下来或是剪切下来只是第一步,而重要的还在后面。首先要分析错误原因,比如知识不清、题目较难或题型比较新颖;其次要写下正确答案,用荧光笔标出重点;最后要将个人理解或知识迁移写下。如果时间不够,这些过程可以挑重点写,但这三个步骤都要进行思考,否则便会错误得“不明不白”。



建立纠错笔记,有两种方法可选择:第一是借助一本没用的书,通过“剪刀加浆糊”的剪贴方式建立一本纠错笔记。如果选择这种方法,选书方面应选用一本较厚的书,以免错题太多。选笔方面,应尽量选用红、蓝、黑三种颜色的笔。三种颜色分工明确,黑色笔抄题,红色笔答题,蓝色笔标明错误区域,这样一目了然,简单高效。另一种方法是用一本笔记本,摘抄错题和知识盲点,建立一本纠错笔记。尽量各科都各有一本笔记本,也同样可以使用彩色笔以使纠错笔记一目了然。

前我总是这样想,那么到底该如何总结呢?我们犯错有两种原因,犯低级错误和遇到难题,相应地我们的总结也分为两种。在总结低级错误时,我们应该多问几个为什么,回想自己当初是怎样的答题状态。为什么我自己会犯这种低级错误?是看错了问题还是理解错题意了。找出犯错病因后,接下来就要反思如何避免这种低级错误,把解决方法记在自己随身携带的小本子上。对于这个问题我有个口诀:眼到手到,手到口到,口到心到。眼到,就是眼睛要随着题目走,细致看题;手到,就是要用笔划出关键字词;口到,就是在必要时小声读出关键字眼;心到,就是精神要高度集中,思维要跟上。只有当审题到位了,我们做题才能如鱼得水。在总结难题时,同样要多问为什么。为什么自己没做出来,是毫无思路还是有点思路不敢写出来?分析答案要顺推逆推,梳理答案的思路,做到举一反三,触类旁通。在数学学习方面,不可否认,大量的题目练习是必要的,题目不仅可以训练我们的逻辑思维,也可提高我们的熟练度,尤其到后期,熟练度更为重要,简单题与中档题迅速准确的解答,为下面解决难题提供了充足的时间,是取得数学高分的有效方法。

另外,要有总结和整理的过程,归纳题型,找出共性,到后期,我们的时间会非常紧张,在大量做题不能实现的情况下,做典型题就是一个很好的选择,而在林林总总的复习资料中选出典型题,就要靠平时的总结与积累,相信工夫到了,自然手到擒来。

然后是不怕难题,在平时遇难即躲,不愿花时间思考,在考试时遇到难题当然就不会了,相反,在自己的思考下解出难题,就会为自己增加信心,久而久之,难题便不再是难题,即使经过思考,没能独立解决难题,有过思考的过程,便是为解题打下了良好基础。最后是注重细节,有很多题目,不是我们不会做,但一下笔总是出现这样或那样的漏洞,这当然不是大错,但正是这些小错误,让我们每道题都丢掉1~2分,这样一来,我们精心完成的试卷,就很难考出我们想要的分数了。

总之,不管是什么考试,审题一定要清楚,尽量避免低级错误。把简单的事做好就是不简单,把平凡的事做好就是不平凡,把小事做到极致就是大事!

同时,我还要说的是:很多学生整理完纠错本就认为万事大吉了,在以后的学习中,最重要的还要经常地翻看,俗话说温故而知新,在新的学习过程中,你肯定会有更多的想法与感受,这时及时地



状元讲经

对于解答难题也是不能放弃的。首先不要有畏难情绪,毕竟难题也是由简单的步骤组成的;其次,要学会由果溯因,根据最终结果逆推解答过程,由后推前,找出关键点,从而在整体理解下突破。有代表性的难题更要学会积累,这也是得高分的技巧。

状元心语

只有笑到最后的人才是胜者。平时付出汗水哪怕是泪水都不算什么。小考失利时我也哭过,但我在擦干泪水之后便静下心来,认真地把错题写到纠错本上,心中坚定地念到:“即使背十遍,也要记住你!”之后的复习中突然发现了老师出题的目的。

补充错题本,能够使你在学习的过程中受益匪浅。另外经常翻看错题本,还能帮助你加深印象,在考试的过程中,可以在脑海中快速地寻找类似的题目,快速地发现易错点,找出陷阱,轻松地解题。

最后一点也是至关重要的一点,不论是在平时学习中还是在考试过程中,始终要做到六个字“沉稳,严谨,踏实”。以平和的心态来面对成绩的上下波动和各种诱惑,摆脱各种烦躁情绪,静下心来踏踏实实地学习。平和的心态是平时注重培养的结果,高考前想要突然使心态平和是非常困难的。只有平时心态平和,高考也才会像平时一样。在这里我有一个关于如何迅速调整好心态的小秘诀:每门考试前,我都会打开窗户望着窗外喝一杯牛奶看窗外的花草树木,深呼吸让心静下来,然后闭上眼睛设想自己此时在考这门科目的情景,提醒自己要注意的问题,提醒自己如何去更好的应对。例如数学我会提醒自己要精神高度集中,做题要快,为后面做大题腾出充裕的时间以及平时总结好的一些思路的发挥。

总而言之,怎样用好数学纠错本还是有章可循的。毕竟数学是一门逻辑性、结构性很强的学科。只要认真体会,相信每个人都会找到适合自己的使用数学纠错本的方法。

高考就是考能力、考方法,只有掌握了科学、高效的学习方法,才能取得优异的成绩。做事有两种境界:一种是做正确的事情,一种是把事情做正确。正如“南辕北辙”的故事,方向一旦选择错了,我们离成功也就远了。拥有一套好的学习方法,学习效率才会高,才能达到事半功倍的学习效果,高考也就成功了一半!

最后预祝学弟学妹们在明年取得骄人的成绩,也预祝《试题调研》越办越好!!!



纠错笔记

笔记一 集合与常用逻辑用语

错题本,不是心血来潮的产物,而是“执子之手,与子偕老”的选择.不要轻易放过每一道错题,更不要“若即若离”,想起来了就写几道,想不起来就放在一边不管不顾.只有坚持,才能保证每一天做题的意义.持之以恒,才能从错题本中得到提高.

——2011年河北高考理科状元 王亚玉

状元纠错



闪记

各种数集的记号:①正整数集合 $\mathbf{N}^*$ 或者 $\mathbf{N}_+$;②自然数集合 $\mathbf{N}$;③整数集合 $\mathbf{Z}$;④有理数集合 $\mathbf{Q}$;⑤实数集合 $\mathbf{R}$;⑥复数集合 $\mathbf{Z}$.有时也把正实数集合记为 $\mathbf{R}^+$ 、负实数集合记为 $\mathbf{R}^-$,这都不难根据问题的实际情况判断这些符号表示什么数集.注意: $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}^*$ 、 $\mathbf{N}_+$ 三者的区别及联系:其中 $\mathbf{N}^* = \mathbf{N}_+$, $\mathbf{N} \supsetneq \mathbf{N}_+$, 切不能将 $\mathbf{N}_+$ 及 $\mathbf{N}^*$ 写为 $\mathbf{N}^+$ 、 $\mathbf{N}_*$,即将“+”、“*”放错了地方.



点拨

集合有三种表示方法:列举法、描述法、韦恩图法.对于用描述法给出的集合

易错点1 集合中元素的特征认识不明

【典例1】 已知集合 $M = \{x | y = \sqrt{-x^2 + 3x}\}$, $N = \{x | |x| > 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x | 1 < x < 3\}$ B. $\{x | 0 < x < 3\}$
C. $\{x | 2 < x < 3\}$ D. $\{x | 2 < x \leq 3\}$

错因分析 可能把集合 M 看成函数的值域,出现求解错误.只要不出现这个问题,根据集合的含义,把集合 M, N 具体求出来,再根据集合的运算法则进行计算即可.

解析 集合 M 是函数 $y = \sqrt{-x^2 + 3x}$ 的定义域,即 x 满足 $-x^2 + 3x \geq 0$,解得 $0 \leq x \leq 3$,即 $M = [0, 3]$;集合 N 是不等式 $|x| > 2$ 的解集,即 $N = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$,所以 $M \cap N = (2, 3]$. 故选 D.

状元笔记

集合中的元素

在集合的试题中明确集合的含义是解题的关键之一,其要点是关注集合的代表元素,如本题中集合 M 的代表元素是 x ,是函数的定义域,不是函数的值域.解答与集合有关的问题时,首先认清集合中的元素是什么,具有什么特征?属于什么类型,是数集还是点集还是图形集?然后再进行相关运算,以免混淆集合中元素的属性.例如: $\{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 表示方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解组成的集合; $\{x | x^2 + 2x - 3 > 0\}$ 表示不等式 $x^2 + 2x - 3 > 0$ 的解集; $\{y | y = x^2 + 2x - 3\}$ 表示函数 $y = x^2 + 2x - 3$ 的值域; $\{(x, y) | y = x^2 + 2x - 3\}$ 表示函数 $y = x^2 + 2x - 3$ 的图象上的点构成的集合.



即时突破 1 (2011·广东卷) 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

易错点 2 遗忘空集致误

【典例 2】 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

错因分析 集合 B 为方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 的实数根所构成的集合, 由 $B \subseteq A$ 可知, 集合 B 中的元素都在集合 A 中, 在解题中容易忽视方程无解, 即 $B = \emptyset$ 的情况, 导致漏解.

【解析】 $\because A = \{0, -4\}$, $\therefore B \subseteq A$ 分以下三种情况:

(1) 当 $B = A$ 时, $B = \{0, -4\}$, 由此知 0 和 -4 是方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 的两个根, 由根与系数之间的关系, 得

$$\begin{cases} \Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) > 0, \\ -2(a+1) = -4, \\ a^2 - 1 = 0, \end{cases} \quad \text{解得 } a = 1;$$

(2) 当 $\emptyset \neq B \subsetneq A$ 时, $B = \{0\}$ 或 $B = \{-4\}$, 并且 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) = 0$, 解得 $a = -1$, 此时 $B = \{0\}$ 满足题意;

(3) 当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$, 解得 $a < -1$.

综上所述, 所求实数 a 的取值范围是 $a \leq -1$ 或 $a = 1$.

状元笔记

空集的特殊性

由于空集是任意一个集合的子集, 因此 $B = \emptyset$ 时也满足 $B \subseteq A$. 尤其要注意在解决含有参数的方程或不等式的问题时, 往往漏掉空集的讨论而导致漏解. 空集是一个特殊的集合, 由于思维定势的原因, 考生往往会在解题中遗忘这个集合, 导致解题错误或是解题不全面.

即时突破 2 已知集合 $A = \{x | x^2 + (a+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

易错点 3 忽视集合中元素的互异性致误

【典例 3】 已知集合 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的取值集合.

错因分析 由 $1 \in A$ 可知, 集合 A 中的三个元素都可能等于 1, 得到 a 的值后, 忽视对集合中元素的互异性检验而导致错解.

【解析】 (1) 若 $a+2=1$, 即 $a=-1$, $(a+1)^2=0$, $a^2+3a+3=1-3+3=1$, 元素重复;

(2) 若 $(a+1)^2=1$, 即 $a=-2$ 或 $a=0$,

$\{x | x \in P\}$, 要紧紧抓住代表元素 x 及其所具有的性质.



因为集合 A 中含有 0 与 -4 两个元素, 且 $B \subseteq A$, 所以 B 中元素的个数不超过 2, 只能取 0, 1, 2, 故可以根据集合 B 中所含元素的个数进行分类讨论, 从而转化为方程根的个数进行讨论, 但要注意, 当该方程有两个相等实根时, 集合 B 只有一个元素, 而不是两个元素.

警示

0 与 $\emptyset$: 0 是一个实数, $\emptyset$ 是一个集合, 这个集合中含有 0 个元素, 但 $0 \notin \emptyset$, 而 $\emptyset \subseteq \{0\}$.

集合 $\{\emptyset\}$ 与空集 $\emptyset$ 的区别与联系: $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$, $\emptyset \in \{\emptyset\}$.



集合的三要素: 确定性、无序性、互异性. 确定性: 指集合中的元素必须是确定的; 无序性: 指集合中的元素没有先后顺序; 互异性: 指集合中的元素互不相同.



当 $a = -2$ 时, $a + 2 = 0, a^2 + 3a + 3 = 4 - 6 + 3 = 1$, 元素重复;

当 $a = 0$ 时, $a + 2 = 2, a^2 + 3a + 3 = 3$, 满足题意;

(3) 若 $a^2 + 3a + 3 = 1$, 解得 $a = -1$ 或 $a = -2$, 由(1)(2), 可知均不符合题意.

所以实数 a 的取值集合为 $\{0\}$.

状元笔记

集合元素的互异性对解题的影响

集合中的元素具有确定性、无序性、互异性, 集合中元素的三种性质中互异性对解题的影响最大, 特别是类似本题这种带有字母参数的集合, 实际上就隐含着对字母参数的一些要求, 如根据集合 A 可知三个元素两两不等, 首先根据 1 是集合中的元素建立方程, 然后分别求出这三个数值检验是否相等, 所以解题时一定要注意含字母参数的有关问题.

即时突破 3 若 $A = \{2, 4, a^3 - 2a^2 - a + 7\}, B = \{1, a + 1, a^2 - 2a + 2, -\frac{1}{2}(a^2 - 3a - 8), a^3 + a^2 + 3a + 7\}$, 且 $A \cap B = \{2, 5\}$, 试求实数 a .

易错点 4 集合运算不准确致误

提示

集合运算类的试题中, 集合中的代表元素一般是方程的解集、不等式的解集、函数的定义域、函数的值域等, 在解题中就是把把这些集合求出来, 再进行运算.

【典例 4】 若集合 $A = \{x | |x| = x\}, B = \{x | x^2 + x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$

A. $[-1, 0]$

B. $[0, +\infty)$

C. $[1, +\infty)$

D. $(-\infty, -2]$

错因分析 求错两个集合, 特别是集合 A , 虽然是方程的解集, 但这个方程的解集是一个无限集合. 具体解答本题的思路是求出两个集合, 再求交集.

【解析】 $A = [0, +\infty), B = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$, 故 $A \cap B = [0, +\infty)$. 故选 B.

状元笔记

集合运算三要点

在进行集合运算时, 首先要明确集合交、并、补运算的含义. 交集: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$; 并集: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$; 补集: 若 $B \subseteq U$, 则 $\complement_U B = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin B\}$; 其次要掌握好集合运算中的几个辅助性结论: ① $A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A, A \cap A = A, A \cup A = A$; ② $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B, A \cup B = A \Leftrightarrow A \supseteq B$; ③ $A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U, \complement_U \complement_U A = A, \complement_U U = \emptyset, \complement_U \emptyset = U$; ④ $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B), \complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ (德·摩根律), 这些辅助性结论往往是转化问题的关键. 最后, 要特别注意进行集合运算时的“端点元素”.



点拨

在解决集合运算问题时, 要从集合中元素的性质入手, 明确集合中的元素与已知集合之间的关系, 要么属于这个集合, 要么属于这个集合的补集, 然后利用交集、并集、补集表示集合运算.



即时突破 4 (2011·陕西卷) 设集合 $M = \{y | y = |\cos^2 x - \sin^2 x|, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | |x - \frac{1}{i}| < \sqrt{2}, i \text{ 为虚数单位}, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 为

- A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $[0, 1)$ D. $[0, 1]$

易错点 5 四种命题的结构不明致误

【典例 5】 有下列四个命题:

- ①命题“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题;
- ②命题“面积相等的三角形全等”的否命题;
- ③命题“若 $m \leq 1$, 则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根”的逆否命题;
- ④命题“若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题.

其中是真命题的是_____ (填上你认为正确的命题的序号).

错因分析 对四种命题的构成规律不明确, 不知道如何构造一个命题的否命题、逆命题和逆否命题; 对一些简单命题的否定错误. 本题的基本解题思路是先写出各个命题的其他形式的命题, 再判断其真假或者是根据四种命题之间的等价关系进行判断.

【解析】 命题①的逆命题是“若 x, y 互为倒数, 则 $xy = 1$ ”, 这显然是一个真命题; 命题②的否命题是“面积不相等的三角形不全等”也是一个真命题; 命题③中若 $m \leq 1$, 则方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的判别式大于或者等于零, 方程一定有实数根, 故这个命题是真命题, 其逆否命题与其等价, 故这个命题的逆否命题是真命题; 命题④中, 原命题是假命题, 故其逆否命题也是假命题. 故填①②③.

状元笔记

四种命题的构造方法

在根据给出的命题构造其逆命题、否命题、逆否命题时, 首先要将原命题的条件和结论弄清楚, 这样逆命题就是把原命题的条件和结论交换了的命题, 否命题就是把原命题中否定了的条件作条件、否定了的结论作结论的命题, 逆否命题就是把原命题中否定了的结论作条件、否定了的条件作结论的命题. 在这四种命题中原命题和逆否命题等价、否命题和逆命题互为逆否命题也是等价的.

即时突破 5 (2011·山东卷) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 命题“若 $a + b + c = 3$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$ ”的否命题是

- A. 若 $a + b + c \neq 3$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 3$
 B. 若 $a + b + c = 3$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 3$
 C. 若 $a + b + c \neq 3$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$
 D. 若 $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$, 则 $a + b + c = 3$



集合的运算多借助数轴或韦恩图, 利用数形结合解决.



一般地, 用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论, 用 $\neg p, \neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定, 则四种命题的形式为:

原命题: 若 p , 则 q ;

逆命题: 若 q , 则 p ;

否命题: 若 $\neg p$, 则 $\neg q$;

逆否命题: 若 $\neg q$, 则 $\neg p$.

! 警示

命题的否定与否命题不一样. 若命题为: 若 p , 则 q , 则该命题的否命题为若 $\neg p$, 则 $\neg q$; 命题的否定为若 p , 则 $\neg q$.



闪记

对于两个条件 A, B , 如果 $A \Rightarrow B$ 成立, 则 A 是 B 的充分条件, B 是 A 的必要条件; 如果 $B \Rightarrow A$ 成立, 则 A 是 B 的必要条件, B 是 A 的充分条件; 如果 $A \Leftrightarrow B$, 则 A, B 互为充分必要条件.



点拨

依据多个命题间的关系, 判断其中两个命题之间的关系时需要注意明确两者之间的关系, 可先用“ $\Rightarrow$ ”作运载工具, 将各自命题之间的联系找出来, 最后找到所求命题之间的关系.



闪记

$p \wedge q$ “见假就假”, $p \vee q$ “见真就真”, $\neg p$ 与 p “真假相对”.



易错点 6 充分必要条件颠倒致误

【典例 6】若 $p: a \in \mathbf{R}, |a| < 1, q: \text{关于 } x \text{ 的二次方程 } x^2 + (a + 1)x + a - 2 = 0 \text{ 的一个根大于零, 另一个根小于零, 则 } p \text{ 是 } q \text{ 的}$

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

错因分析 解答本题易出现的错误是颠倒了充分条件和必要条件, 把充分条件当成必要条件而致误.

解析

$p: a \in \mathbf{R}, |a| < 1 \Leftrightarrow -1 < a < 1 \Rightarrow a - 2 < 0$, 可知满足 q 的方程有两根, 且两根异号, 条件充分; 条件不必要, 如 $a = 1$ 时, 方程的一个根大于零, 另一个根小于零. 也可以把命题 q 中所有满足条件的 a 值求出来, 再进行分析判断, 实际上二元二次方程两根异号的充要条件是两根之积小于 0, 对于本题就是 $a - 2 < 0$, 即 $a < 2$. 故选 A.

状元

笔记

判断充分条件、必要条件、充要条件时, 常用的方法是通过“ $\Rightarrow$ ”来判断. 一方面是要注意箭头的指向(单向或双向); 另一方面是看“ p 是 q 的……”或“ q 是 p 的……”, p 是 q 的充分条件表示为 $p \Rightarrow q$, p 是 q 的必要条件表示为 $q \Rightarrow p$. 解题时最容易出错的就是颠倒了充分性与必要性, 所以在解决这类问题时一定要根据充要条件的概念作出准确的判断.

即时突破 6 已知条件 $p: x \leq 1$, 条件 $q: \frac{1}{x} < 1$, 则 q 是 $\neg p$ 成立的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件



易错点 7 “或”“且”“非”理解不准致误

【典例 7】

已知命题 $p: \text{关于 } x \text{ 的方程 } x^2 - ax + 4 = 0 \text{ 有实根; 命题 } q: \text{关于 } x \text{ 的函数 } y = 2x^2 + ax + 4 \text{ 在 } [3, +\infty) \text{ 上是增函数. 若 } p \text{ 或 } q \text{ 是真命题, } p \text{ 且 } q \text{ 是假命题, 则实数 } a \text{ 的取值范围是}$

A. $(-12, -4) \cup [4, +\infty)$

B. $[-12, -4] \cup [4, +\infty)$

C. $(-\infty, -12) \cup (-4, 4)$

D. $[12, +\infty)$

错因分析

对 p 或 q 为真命题时, p, q 之间的真假关系判断错误.



解析 命题 p 等价于 $\Delta = a^2 - 16 \geq 0$, 解得 $a \leq -4$ 或 $a \geq 4$;

命题 q 等价于 $-\frac{a}{4} \leq 3$, 解得 $a \geq -12$. 因为 p 或 q 是真命题, p 且 q 是假命题, 则命题 p 和 q 一真一假. 当 p 真 q 假时, $a < -12$; 当 p 假 q 真时, $-4 < a < 4$. 故选 C.

状元笔记

含逻辑联结词的命题真假

判断含有逻辑联结词的复合命题的真假, 可利用真值表转化为一些简单命题的真假判断. 已知命题 p, q , 只要有一个命题为假, $p \wedge q$ 就为假; 只要有一个命题为真, $p \vee q$ 就为真, $\neg p$ 与 p 真假相对.

即时突破 7 设 p : 实数 x 满足 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$, 其中 $a \neq 0$,

q : 实数 x 满足 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0, \\ x^2 + 2x - 8 > 0. \end{cases}$

(1) 若 $a = 1$, 且 $p \wedge q$ 为真, 求实数 x 的取值范围;

(2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

易错点 8 对含有量词的命题的否定不当致误

【典例 8】 命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是

- A. 不存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ B. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$
C. 存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$ D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$

错因分析 本题是对全称命题的否定, 因此否定时既要在全称量词“任意”否定, 又要对“ $\leq$ ”进行否定, 全称量词“任意”的否定为存在量词“存在”, “ $\leq$ ”的否定为“ $>$ ”, 可能出现的错误是“顾此失彼”, 忽略了细节.

【解析】 题目中命题的意思是“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ 都成立”, 要否定它, 只要能找到至少一个 x , 使得 $x^3 - x^2 + 1 > 0$ 即可, 故命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是“存在 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$ ”. 故选 C.

状元笔记

命题的否定方法

对全称命题的否定, 在否定判断词时, 还要否定全称量词, 变为特称命题. 特别要注意的是, 由于有的命题的全称量词往往可以省略不写, 从而在进行命题否定时易将全称命题只否定判断词, 而否定省略了的全称量词.

即时突破 8 已知命题 $p: \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$, 则命题 p 的否定

$\neg p$ 为_____.



“ p 或 q ”为真, 则必有一真, “ p 且 q ”为假, 则必有一假, 所以由已知条件可得命题 p, q 只能是一真一假.

! 警示

原命题为真, 它的逆命题不一定为真;

原命题为真, 它的否命题不一定为真;

原命题为真, 它的逆否命题一定为真.



否定一个全称命题, 只需找出一个实数, 使结论不成立即可. 否定该命题只需把“任意”改为“存在”, 不等式中的“ $\leq$ ”换成“ $>$ ”即可.

! 警示

命题的否命题与命题的否定是不同的两个概念, 若 p 表示命题, 非 p 叫做命题的否定; 如果原命题是“ p 则 q ”, 那么命题的否定为“若 p 则非 q ”, 而否命题为“若非 p 则非 q ”, 既否定结论, 又否定条件.

纠错体验

1. 设 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x - a > 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是
A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, -1]$
C. $[1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
2. 若条件 $p: |x+1| \leq 4$, 条件 $q: x^2 < 5x-6$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. 下列判断错误的是:
A. “ $am^2 < bm^2$ ”是“ $a < b$ ”的充分不必要条件
B. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 - 1 \leq 0$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 - 1 > 0$ ”
C. 若 $p \wedge q$ 为假命题, 则 p, q 均为假命题
D. “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的充分不必要条件
4. 已知命题:
 p_1 : 函数 $y=2^x-2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数,
 p_2 : 函数 $y=2^x+2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数,
则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2, q_2: p_1 \wedge p_2, q_3: (\neg p_1) \vee p_2$ 和 $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$ 中, 真命题是
A. q_1, q_3 B. q_2, q_3 C. q_1, q_4 D. q_2, q_4
5. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | kx - y - 2 \leq 0\}$, 其中 $x, y \in \mathbf{R}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 k 的取值范围是_____.
6. 已知集合 $A = \{x | |x-1| < 2m-1\}$, $B = \{x | \begin{cases} x^2 \leq 9, \\ |x-1| \leq 2 \end{cases}\}$, 且 $A \cup B = B$, 则实数 m 的取值范围是_____.
7. 设 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (m+1)x + m = 0\}$. 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 求 m 的值.

答案与解析

【即时突破】

1. B 直线 $y=x$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有两个不同的交点, 故 $A \cap B$ 的元素的个数只有两个.
2. 由 $A \cap B = \emptyset$, (1) 当 A 中的元素为非正数时, 即方程 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 只有非正数解.

$$\therefore \begin{cases} \Delta = (a+2)^2 - 4 \geq 0, \\ a+2 \geq 0, \end{cases}$$
 解得 $a \geq 0$;
 (2) 当 $A = \emptyset$ 时, $\Delta = (a+2)^2 - 4 < 0$, 解得 $-4 < a < 0$.
 综上所述, 得 $a > -4$.
3. $\because A \cap B = \{2, 5\}, \therefore a^3 - 2a^2 - a + 7 = 5$, 解得 $a = 2$ 或 $a = \pm 1$.
 当 $a=1$ 时, $a^2 - 2a + 2 = 1$, 与元素的互异性矛盾, 故舍去 $a=1$;
 当 $a=-1$ 时, $B = \{1, 0, 5, 2, 4\}$, 此时 $A \cap B = \{2, 4, 5\}$, 这与 $A \cap B = \{2, 5\}$ 矛盾, 故舍去 $a=-1$;
 当 $a=2$ 时, $A = \{2, 4, 5\}, B = \{1, 3, 2, 5, 25\}$, 此时 $A \cap B = \{2, 5\}$ 满足题意, 故 $a=2$ 为所求.
4. C 集合 M 是函数 $y = |\cos^2 x - \sin^2 x| = |\cos 2x|$ 的值域, 所以集合 $M = [0, 1]$; 集合 N 中 $|x -$

- $\frac{1}{i} | < \sqrt{2}$, 即 $|x+i| < \sqrt{2}$, 即 $\sqrt{x^2+1} < \sqrt{2}$, 解得 $-1 < x < 1$, 所以集合 $N = (-1, 1)$, 所以 $M \cap N = [0, 1)$.
5. A “ $a+b+c=3$ ”的否定是“ $a+b+c \neq 3$ ”, “ $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否定是“ $a^2+b^2+c^2 < 3$ ”.
6. B 即 $\frac{1}{x} < 1$ 是 $x > 1$ 的什么条件, $\frac{1}{x} < 1$ 的解是 $x > 1$ 或者 $x < 0$, 故条件是必要但不是充分的.
7. (1) 由 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$, 得 $(x-3a)(x-a) < 0$,
 当 $a=1$ 时, 解得 $1 < x < 3$, 即 p 为真时实数 x 的取值范围是 $1 < x < 3$. 由 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0, \\ x^2 + 2x - 8 > 0, \end{cases}$ 得 $2 < x \leq 3$, 即 q 为真时实数 x 的取值范围是 $2 < x \leq 3$.
 若 $p \wedge q$ 为真, 则 p 真且 q 真, 所以实数 x 的取值范围是 $2 < x < 3$.
 (2) p 是 q 的必要不充分条件, 即 $q \Rightarrow p$, 且 $p \nRightarrow q$, 设 $A = \{x | p(x)\}, B = \{x | q(x)\}$, 则 $A \supsetneq B$,



又 $B = (2, 3]$, 当 $a > 0$ 时, $A = (a, 3a)$; $a < 0$ 时, $A = (3a, a)$.

所以当 $a > 0$ 时, 有 $\begin{cases} a \leq 2, \\ 3 < 3a, \end{cases}$ 解得 $1 < a \leq 2$;

当 $a < 0$ 时, 显然 $A \cap B = \emptyset$, 不合题意.

所以实数 a 的取值范围是 $1 < a \leq 2$.

$$8. \frac{1}{x^2 - 4x + 3} < 0 \text{ 或 } x = 1 \text{ 或 } x = 3 \quad \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \geq 0 \\ \Leftrightarrow 1 \times (x^2 - 4x + 3) \geq 0 \text{ 且 } x^2 - 4x + 3 \neq 0. \therefore \neg p \\ \text{为 } x^2 - 4x + 3 < 0 \text{ 或 } x = 1 \text{ 或 } x = 3. \text{ 故填} \\ \frac{1}{x^2 - 4x + 3} < 0 \text{ 或 } x = 1 \text{ 或 } x = 3.$$

【纠错体验】

1. B 集合 $B = (a, +\infty)$, $A \subseteq B$, 则只要 $a \leq -1$ 即可, 即 a 的取值范围是 $(-\infty, -1]$.

2. A 条件 $p: |x+1| \leq 4 \Rightarrow -5 \leq x \leq 3$, 则 $\neg p: x > 3$ 或 $x < -5$.

条件 $q: x^2 < 5x - 6 \Rightarrow 2 < x < 3$, 则 $\neg q: x \geq 3$ 或 $x \leq 2$.

则 $\neg p \Rightarrow \neg q$, $\neg q \not\Rightarrow \neg p$, 故 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件. 故选 A.

3. C 选项 A 中的结论正确; 选项 B 中的结论正确; 对于且命题只要其中有一个是假命题, 这个且命题就是假命题, 故选项 C 中的结论不正确.

4. C 解法一 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 是一个增函数与一个减函数的差, 故函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数, p_1 是真命题; 而对 $p_2: y' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{2^x}$

$\ln 2 = \ln 2(2^x - \frac{1}{2^x})$, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $2^x \geq \frac{1}{2^x}$, 又 $\ln 2 > 0$, 所以 $y' \geq 0$, 函数单调递增; 同

理当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 函数单调递减, 故 p_2 是假命题. 由此可知 q_1 真, q_2 假, q_3 假, q_4 真. 故选 C.

解法二 p_1 是真命题同解法一; 由于 $2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 2$, 故函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上存在最小值, 故这个函数一定不是 $\mathbf{R}$ 上的单调函数, 故 p_2 是假命题. 由此可知 q_1 真, q_2 假, q_3 假, q_4 真. 故选 C.

5. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ 解法一 实质上本题中的圆 $x^2 + y^2 = 1$ 在直线 $kx - y - 2 = 0$ 的上方, 直线 $kx - y - 2 = 0$ 是斜率为 k 、在 y 轴上的截距为 -2 的直线, 根据图形可知 $k \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$.

解法二 根据子集的定义, 本题中 $A \subseteq B$ 即集合 A 中的任意一个元素都在集合 B 中, 我们不妨设集合 A 中的 $x = \cos \theta, y = \sin \theta$, 说明 $k \cos \theta - \sin \theta - 2 \leq 0$ 对任意 θ 恒成立, 即 $\sqrt{k^2 + 1} \sin(\theta + \varphi) \leq 2$ 对任意 θ 恒成立, 即 $\sqrt{k^2 + 1} \leq 2$ 恒成立, 即 $-\sqrt{3} \leq k \leq \sqrt{3}$.

$$6. (-\infty, \frac{3}{2}] \quad B = \{x | \begin{cases} x^2 \leq 9, \\ |x-1| \leq 2 \end{cases}\} = \{x | \begin{cases} -3 \leq x \leq 3, \\ -1 \leq x \leq 3 \end{cases}\}.$$

由于 $A \cup B = B$, 故 $A \subseteq B$,

(1) 当 $A = \emptyset$ 时, $2m - 1 \leq 0$, 得 $m \leq \frac{1}{2}$, 符合题意;

(2) 当 $A \neq \emptyset$ 时, $2m - 1 > 0$, 得 $m > \frac{1}{2}$. 此时 $A = \{x | -2m + 2 < x < 2m\}$,

$$\therefore \begin{cases} m > \frac{1}{2}, \\ -2m + 2 \geq -1, \\ 2m \leq 3, \end{cases} \text{ 解得 } \frac{1}{2} < m \leq \frac{3}{2}.$$

综上所述, 实数 m 的取值范围是 $(-\infty, \frac{3}{2}]$.

7. 解法一 $A = \{-2, -1\}$, 由 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 得 $B \subseteq A$,

$\therefore$ 方程 $x^2 + (m+1)x + m = 0$ 的判别式 $\Delta = (m+1)^2 - 4m = (m-1)^2 \geq 0$, $\therefore B \neq \emptyset$.

$\therefore B = \{-1\}$ 或 $B = \{-2\}$ 或 $B = \{-1, -2\}$.

①若 $B = \{-1\}$, 则 $m = 1$;

②若 $B = \{-2\}$, 则应有 $-(m+1) = (-2) + (-2) = -4$ 且 $m = (-2) \cdot (-2) = 4$, 这两式不能同时成立,

$\therefore B \neq \{-2\}$;

③若 $B = \{-1, -2\}$, 则应有 $-(m+1) = (-1) + (-2) = -3$ 且 $m = (-1) \cdot (-2) = 2$, 由这两式, 得 $m = 2$.

经检验, 知 $m = 1$ 和 $m = 2$ 符合条件. $\therefore m = 1$ 或 2 .

解法二 本题集合 B 中方程的根是 $x_1 = -1, x_2 = -m$. 当 $-m \neq -1$ 时, 集合 $B = \{-1, -m\}$, 此时只能 $A = B$, 即 $m = 2$; 当 $-m = -1$ 时, 集合 $B = \{-1\}$, 此时集合 B 是集合 A 的真子集, 也符合要求. $\therefore m = 1$ 或 2 .