



XIANXING XITONG LILUN

线性系统理论

肖建 张友刚 编著



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

研究生教育精品教材——电气工程

线性系统理论

肖 建 张友刚 编著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

线性系统理论 / 肖建, 张友刚编著. —成都: 西南交通大学出版社, 2011.9
研究生教育精品教材. 电气工程
ISBN 978-7-5643-1364-7

I. ①线… II. ①肖… ②张… III. ①线性系统理论—研究生—教材 IV. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 174332 号

研究生教育精品教材——电气工程
线性系统理论

肖 建 张友刚 编著

责任编辑	李芳芳
特邀编辑	宋彦博
封面设计	本格设计
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	170 mm×230 mm
印 张	39
字 数	700 千字
版 次	2011 年 9 月第 1 版
印 次	2011 年 9 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-1364-7
定 价	69.80 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

系统的思想源远流长。线性系统是最简单和最基本的一类动态系统，而线性系统理论是系统和控制领域中研究最为充分、发展最为成熟和应用最为广泛的一个分支，是系统与控制领域中最基本、最重要和最成熟的基础理论。线性系统理论是控制科学与工程、系统科学和信息科学的重要基础，其大量的概念、方法和原理，是学习和研究诸如最优控制、鲁棒控制、随机控制、智能控制、非线性控制、复杂系统分析与控制、系统辨识与参数估计、信号处理、过程控制和通信系统、电气工程及其自动化和机械工程及其自动化等必不可少的基础，在工农业生产、交通运输、国防建设和空间技术等各个领域都具有极其重要的作用。因此，国内外许多高校均将线性系统理论作为控制科学与工程、电气工程和机械工程等学科的一门基础课程。

目前，国内外已有不少有关线性系统理论的专著和教材。例如，国外 20 世纪 80 年代凯拉斯教授著的《线性系统》和 90 年代末期安萨克利斯教授和米歇尔教授所著的《线性系统》等书在国内外有很大的影响，被许多学校选为线性系统理论的教科书。国内清华大学郑大钟教授著的《线性系统理论》和哈尔滨工业大学段广仁教授著的《线性系统理论》，内容系统全面。另外，还有不少这方面的著作和教材，都各具特点。

本书力求从全面、深入和便于自学的角度出发，系统地介绍线性系统理论的概念、方法、原理和结论，使读者对线性系统理论的内涵有较全面的了解和认识。本书有两大特点：

(1) 基础性，为读者继续深入学习控制科学与工程、电气工程和机械工程等学科的相关课程打下良好的基础。为此，本书由浅入深、全面介绍线性系统。虽然本书仅就线性系统的状态空间描述展开讨论，但是强调了内容的全面性和系统性，与一般教材相比，是目前最为全面地介绍线性系统状态空间描述的概念、原理和结论的教材之一。作为新出版的教材，融入了一些线性系统理论的最新进展和作者的相关研究成果，以使得读者能较快地了解线性系统理论研究的前沿问题。

(2) 实用性，针对理工科学生的特点，在不失严谨的前提下，着重阐明相关理论的实质和物理意义。此外，通过大量的例题和应用实例，帮助学生消化与吸收有关理论知识，并能正确地运用这些方法去解决实际工程系统的分析、综合与设计。

本书是结合作者多年来从事“线性系统理论”这一课程教学工作的经验和在这一领域的科研成果，参考大量文献资料并加以总结和提高后编著而成的。全书共分 9 章。第 1 章主要介绍了系统的概念和分类、线性系统的研究对象和主要内容、线性

系统研究的历史与学派等。第2章主要讨论线性系统的数学描述,重点介绍状态空间描述的建立过程和系统不同数学描述之间的相互关系。第3章的线性系统运动分析的目的在于定量地确定系统在初始状态和输入向量的激励下的时间响应。与一般的线性系统教科书不同,虽然离散时间系统理论在很大程度上是与连续时间系统平行的,但是考虑到离散时间系统越来越重要的作用,我们在第4章中对线性定常离散时间系统的建模和运动分析进行了专门介绍。第5章对线性时变系统的数学描述和运动分析作了详细介绍,并介绍了周期时变系统这一特殊的时变系统。第6章介绍了线性系统的结构特性,包括能控性、能达性、能观测性、能重构性、系统的零点和极点等重要概念,并且介绍了与这些概念相关的规范分解和标准型等。第7章实现理论与算法中则讨论如何由系统的传递函数矩阵或脉冲响应矩阵等外部描述得到其等价的状态空间描述问题。第8章主要介绍线性系统的稳定性概念和稳定性判据。与一般教科书不同,本书中采用较大的篇幅阐述了不确定系统的鲁棒稳定性的相关概念。第9章的线性反馈系统的状态空间综合是全书的重点之一,介绍了有关极点配置、状态观测器、解耦控制和渐近跟踪鲁棒调节器等控制系统综合方法和线性系统二次型优化控制方法等,并对用传递函数描述的反馈控制系统设计方法进行了简要的介绍。为了便于读者消化与吸收有关理论和方法,本章用较大篇幅介绍了一些应用实例。

本书每章后都附有小结和习题。小结是对该章内容的简要概括与总结。设置习题的目的有两个,其一是用以巩固该章所介绍的内容,其二是利用某些习题补充该章中没有讨论的相关内容,这些习题可以看成是相关章节内容的扩充。

本书还包含了一些带有“*”号的选学内容。第一次接触线性系统理论的读者可跳过这些内容,这样并不影响基本内容的学习。

本书第1章到第7章由肖建撰写,第8章和第9章由张友刚撰写。在本书的写作过程中,许多地方得益于前人的工作,他们的著作或论文为本书的一些基本内容提供了丰富的素材。为此,我们对所有相关的作者和多年来在线性系统分析与综合领域不断耕耘的研究工作者们深表谢意。另外,本书所涉及的部分科研成果,得到了国家自然科学基金的资助,作者在此一并致以诚挚的谢意。

本书可以作为控制类专业高年级学生和工科类专业研究生教材,也可以供广大工程技术人员和其他大专院校师生自学时参考。

限于水平,书中难免存在不足之处,敬请读者不吝指正。

作 者

2011年5月

本书提供电子课件,请登录西南交通大学出版社网站(<http://press.swjtu.edu.cn>)下载。

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 系统的定义及分类	1
1.2 线性系统理论概述	6
第 2 章 线性系统的数学描述	16
2.1 线性系统脉冲响应矩阵描述	16
2.2 线性定常系统的传递函数矩阵描述	19
2.3 线性系统的状态空间描述	23
小 结	60
习 题	61
第 3 章 线性定常连续时间系统运动分析	66
3.1 矩阵指数函数	66
3.2 解线性定常系统状态方程的时间域方法	75
3.3 解线性定常系统状态方程的频域方法	80
3.4 连续时间线性定常系统的状态转移矩阵	81
3.5 连续时间线性定常系统各种数学描述之间的关系	86
*3.6 线性定常系统的模态	90
小 结	95
习 题	96
第 4 章 线性定常离散时间系统	99
4.1 离散时间信号的数学描述	99
4.2 离散时间系统的数学描述	106
4.3 线性定常离散时间系统的运动分析	119
*4.4 线性定常离散时间系统的模态	126
小 结	133
习 题	134

第 5 章 线性时变系统	136
5.1 线性时变系统的数学描述	136
5.2 线性时变连续时间系统的运动分析	139
*5.3 线性周期时变系统	158
5.4 线性时变离散时间系统运动分析	164
小 结	169
习 题	170
第 6 章 线性系统的结构特性	174
6.1 能控性与能达性	175
6.2 能观测性与能重构性	202
6.3 对偶性	228
6.4 线性定常连续时间系统的结构分解	232
6.5 单输入系统的能控规范型和单输出系统的能观测规范型	252
6.6 多输入多输出系统的能控规范型和能观测规范型	264
*6.7 极点与零点	284
小 结	301
习 题	303
第 7 章 实现理论与算法	310
7.1 系统外部描述的状态空间实现	310
7.2 最小实现	317
7.3 实现算法	325
7.4 最小实现算法	337
小 结	350
习 题	351
第 8 章 线性系统的稳定性分析	355
8.1 李雅普诺夫意义下的稳定性问题	355
8.2 线性定常系统的稳定性分析	383
8.3 外部稳定性及其与内部稳定性的关系	409
*8.4 线性不确定系统的鲁棒稳定性	421
*8.5 具有区间参数不确定性的线性系统的鲁棒稳定性	438
小 结	448
习 题	449

第 9 章 线性反馈系统的状态空间综合	453
9.1 常用的反馈结构及其对系统特性的影响	454
9.2 极点配置	459
9.3 系统镇定问题	489
9.4 系统解耦问题	492
9.5 状态重构问题与龙伯格状态观测器	508
9.6 渐近跟踪鲁棒调节器	550
*9.7 线性二次型最优控制问题	563
*9.8 离散时间系统的二次型优化问题	583
*9.9 基于传递函数描述的反馈控制系统设计	593
小 结	607
习 题	609
参考文献	614

第 1 章 绪 论

系统科学是 20 世纪对人类生存活动和社会生活产生重大影响的科学之一。系统科学深刻地揭示了事物运动的规律与特性，成为现代科学研究共同的一般方法论。它对哲学、自然科学和社会科学等各个领域都产生了巨大的影响。系统科学主张把事物、对象看做一个系统进行整体研究，研究它的要素、结构和功能的相互联系。系统科学的三个主要组成部分——控制论、信息论和系统论——虽然各有其相对独立的理论与观点，但是它们又相互渗透和包含，三者密不可分。其中系统论是系统科学的核心。

本章的目的是对系统的定义和分类，线性系统理论的研究对象、主要内容、发展过程和主要学派等作一个简单的介绍，以期读者在宏观层次上对线性系统理论有一定认识。

1.1 系统的定义及分类

1.1.1 系统的定义

系统的思想源远流长。“系统”一词，来源于古希腊语，即由部分构成整体的意思。今天，人们从不同角度研究系统，对系统的定义有不下几十种。例如：“系统是诸元素及其顺带行为的给定集合”，“系统是有组织的和被组织化的全体”，“系统是有联系的物质和过程的集合”，“系统是许多要素保持有机的次序，向同一目的行动的东西”，等等。在系统论中，通常把系统定义为：系统是由相互作用和相互依赖的若干部分结合成的，具有特定功能的有机整体。由这个定义可以看出，系统的构成至少有三个条件：

① 有一定的要素。构成系统的元素至少有两个，也可能很多。例如，若将人的大脑看成系统，神经元看成是构成大脑的元素，则元素的数量有 10^{10} 之多。在对系统进行分析时，往往根据研究需要只取其中主要的元素。因此，在系统分析中常常使用“要素”这一概念表示系统的成分。

② 有一定的结构。系统不是孤立元素的简单复合或叠加，而是各元素之间相互作用，即彼此间具有联系并构成一定的关系。它们形成的整体决定着系统的结构和特征。任何系统都是一个有机的整体，其整体功能是各要素在孤立状态下所没有的。同时，系统的组成部分受到系统整体的约束和限制，其性质被屏蔽，独立性丧失。

③ 有一定的环境。系统处在一定的环境之中，又作用于一定的环境。它从环境中获得一定的输入，又给环境一定的输出。系统是一定环境中的系统，没有环境也就没有系统本身。

在现实世界中，一个系统总是具有具体的物理、自然或社会属性。例如：工程领域中的机械系统、电力系统、通信系统、智能建筑系统等；自然界中的生物系统、生态系统、气候系统等；社会领域中的经济系统、教育系统、人口系统等。但作为系统理论的研究对象，通常是抽去了具体系统的物理、自然或社会含义，而把它抽象化为一个一般意义下的系统而加以研究。这种抽象化处理，有助于揭示系统的一般特性和规律，使系统理论和方法具有普适性。

考虑图 1.1 所示的系统。它有 m 个输入端和 p 个输出端。 $u_1, u_2, \dots, u_m$ 为系统的输入，它是考虑到环境对系统的影响而引入的变量。 $y_1, y_2, \dots, y_p$ 为系统的输出，它是考虑到系统对环境的影响而引入的变量。可用列向量 $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ 和 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$ 分别表示输入和输出。输入和输出均定义在 $(-\infty, \infty)$ 的时间域上。

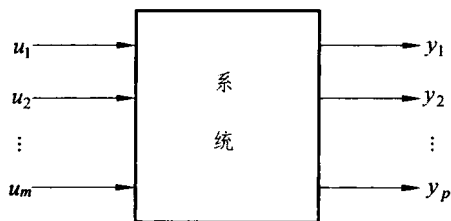


图 1.1 具有 m 个输入端和 p 个输出端的系统

若在 t_1 时刻图 1.1 所示系统没有任何的能量储存，则称系统在 t_1 时刻是松弛的。在这一前提下，若在 t_1 时刻后对系统施加输入 $\mathbf{u}$ ，则系统的输出唯一由 $\mathbf{u}$ 所确定。可记为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{u} \quad (1.1)$$

其中， $\mathbf{H}$ 是某一算子或函数，它按照系统的输入 $\mathbf{u}$ 唯一确定系统输出 $\mathbf{y}$ 。

1.1.2 系统的分类

由于现实世界的多样性,系统的种类也呈现多样性。根据看问题的角度不同,可以将系统进行不同的分类,下面简要介绍这些分类。

(1) 动态系统与静态系统

动态系统又称为动力学系统或有记忆系统。它是运动状态按确定规律或确定统计规律随时间变化的一类系统。该类系统的模型可用微分方程或差分方程来部分或完全描述。由于该类系统在 t 时刻的运动状态,不但与 t 时刻系统的状态以及外部环境对系统的输入有关,还与 t 时刻以前的状态以及输入有关,故也称为有记忆系统。

静态系统也称为瞬时系统或无记忆系统。它的模型只是各变量间的代数方程。该类系统在 t 时刻的状态仅与该时刻系统状态及外部输入有关,故也称为无记忆系统。仅由电阻构成的网络,即属此类系统。

大量的工程系统、自然系统和社会系统都属于动态系统,系统论也主要研究动态系统。在本书中,除非另有说明,我们所指的系统均是动态系统。

(2) 连续时间系统与离散时间系统

动态系统是随时间变化的,若时间变量 t 可以在一个实数区间 (a, b) 内连续取值,即系统的相关变量都是连续时间函数,则称相应的系统为连续时间系统。或者说是,用微分方程描述的系统为连续时间系统。

若系统相关的时间变量 t 只能在区间内某些离散的点上取值,即系统的相关变量都是离散时间函数,则称相应的系统为离散时间系统。或者说,用差分方程描述的系统是离散时间系统。相比连续时间系统,离散时间系统在分析和计算上要简单得多。

从本质上来说,大多数物理系统,如工程系统、自然系统等都是连续时间系统。但是,许多社会系统,例如经济系统中存在大量的离散时间系统。另外,随着数字计算机的普及及计算机控制系统的广泛应用,大量的连续时间系统被离散化成离散时间系统(通过采样来实现)来进行分析和设计。因此,离散时间系统日益显示出其重要性。

(3) 线性系统和非线性系统

若系统为初始松弛的,且其输入输出关系满足叠加原理,即对任何输入 u_1 和 u_2 以及任何实数 α_1 和 α_2 均有

$$H(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2) = \alpha_1 H u_1 + \alpha_2 H u_2 \quad (1.2)$$

则称其为线性系统；否则，称其为非线性系统。其中 H 由式(1.1)所定义。

对线性系统来说，描述其系统模型的数学方程具有线性属性。而非线性系统模型的数学方程则具有非线性属性。相对于线性系统，非线性系统在运动行为上要丰富得多，因此分析起来难度较大，例如分叉(bifurcation)、混沌(chaos)、奇异吸引子(strange attractor)等一些重要物理现象，都只可能出现在非线性系统中。正因为如此，非线性系统需要逐个或逐类加以讨论，目前还没有一种方法可以被用来分析所有非线性系统。实际上，几乎所有的现实系统都具有非线性特性。而在实际系统的研究中采用了许多线性系统模型，其实它们都是对实际系统的不同程度的近似。在这些线性系统模型中，或者忽略了回路中的非线性特性，或者采用某种线性特性来近似实际的非线性特性，我们称这一过程为非线性系统的线性化。之所以采用线性系统模型来研究实际系统，是因为对于线性系统存在着一套较为完善的理论和方法，比较容易得出分析结果。而且对相当多的实际系统，这种线性化的近似结果也基本符合实际要求，是可以接受的。

(4) 集总参数系统和分布参数系统

动态系统按其参数的空间分布类型可分为集总参数系统和分布参数系统。集总参数系统是一类不存在或不考虑参数的空间分布性的动态系统。它可以由常微分方程或差分方程描述，也称为有穷维系统。相应地，分布参数系统是必须考虑其参数的空间分布性的一类动态系统，需要采用偏微分方程来描述，也称为无穷维系统。在人口增长过程、化工过程、振动过程中，以及社会经济、环境、生物医学等领域中存在大量分布参数系统。囿于数学工具，有时候人们会把一个分布参数系统的问题简化成集总参数系统来处理。这是因为，对于集总参数系统的分析与综合目前已经有了相对完善的解决方案。

(5) 确定性系统和随机系统

若系统中的某些变量是随机变量或随机过程，则系统的动态行为只能在随机意义下被确定，这类系统被称为随机系统。随机系统用随机微分方程或差分方程描述。

反之，若系统中所有变量都是确定性变量，则称该系统为确定性系统。确定性系统用确定的微分方程或差分方程描述。

随机系统的分析涉及概率论和随机过程理论，分析所得到的结论是系统变量的统计规律。本书中只讨论确定性系统。

(6) 因果系统和非因果系统

若系统在 t 时刻的输出 $y(t)$ 仅取决于 t 时刻和 t 时刻之前的输入, 与 t 时刻以后系统的输入无关, 则称其为因果系统, 或称为非预期系统。

若系统在 t 时刻的输出不仅取决于 t 时刻及其以前的输入, 还取决于 t 时刻以后的输入, 则称之为非因果系统或预期系统。

现实物理中的系统的输出只能与系统过去的输入有关, 所以都是因果系统。本书中所讨论的系统也都是因果系统。

(7) 时变系统和时不变系统

若系统的特性不随时间而变, 即在系统模型描述中全部参数均与时间无关, 则称其为时不变系统或定常系统。时不变系统可以由常系数微分方程或差分方程描述。

反之, 若系统的特性与时间有关, 即在系统模型描述中含有时变参数, 则称其为时变系统。

严格来说, 几乎所有的系统都是时变系统。但是, 许多系统是随着时间缓慢变化的, 因此, 在一定程度上可以将其看成定常系统, 从而可以采用定常系统的较为简单的分析与综合方法来进行系统的分析与设计。

(8) 连续变量动态系统与离散事件动态系统

连续变量动态系统服从物理学定律 (如物理、化学定律等) 或广义物理学定律 (如经济学规律、人口学规律、生态学规律、社会学规律等), 其数学模型可表示为传统意义下的微分方程或差分方程。大量的自然系统和工程系统都是连续变量动态系统。本书所讨论的系统也是连续变量动态系统。

离散事件动态系统是由离散事件驱动, 并由离散事件按照一定的运动规则相互作用, 导致状态演化的一类动态系统。离散事件动态系统本质上属于人造系统的范畴, 其典型例子有柔性生产线或装配线、大规模计算机/通信网络、空中或机场交通管理系统、军事上的 3C 系统等。对于离散事件动态系统, 其状态只能在离散时间点上发生跃变, 状态的变化具有异步性和并发性, 并且往往呈现出不确定性。与连续变量动态系统不同, 离散事件动态系统服从的是人为制定的逻辑规则, 而不是物理定律。这就决定了通常不能采用传统的微分方程或差分方程来描述它, 而需要按照不同层次分别采用排队论、极大极小代数、自动机理论、Petri 网等数学工具来进行建模和分析。若一个动态系统中同时含有相互作用的连续变量过程和离散事件过程, 则称其为混合动态系统, 它是目前的研究热点之一。

1.2 线性系统理论概述

本书的研究对象为线性系统。线性系统是最简单和最基本的一类动态系统，而线性系统理论是系统论中研究最为充分、发展最为成熟和应用最为广泛的一个分支。线性系统理论中的概念和方法，也成为非线性系统理论、最优控制、自适应控制、鲁棒控制、随机控制、智能控制等的基础。

本小节主要介绍线性系统理论的研究对象、主要内容、发展过程和主要学派等。

1.2.1 线性系统理论的研究对象

前面已经介绍了线性系统的一个基本特征是其输入输出关系满足叠加原理，即满足式 (1.2)。必须指出，在线性系统定义中，叠加原理关系式通常限制于有限项和，如果不引入附加的假设，一般不能推广到无限项和。正是线性系统满足叠加原理这一特性，使得可以采用比较成熟和简便的数学工具（例如拉普拉斯变换、Z 变换、线性代数等），来完成系统的分析和综合。

虽然几乎所有的动态系统都是非线性的，但是对于很大一部分实际系统，其某些主要关系特性可以在一定范围内足够精确地用理想化线性系统来近似代表，并且实际系统与其理想化线性系统间的差别，相对于所研究的问题可以忽略不计，从而可以通过对其理想化线性系统的讨论，来实现原实际系统的分析与综合任务。这正是研究线性系统的实际背景之一。而对具体某个系统来说，是否可以通过对其理想化线性系统的研究来完成系统的分析与综合，需要具体问题具体分析，难以给出普适的和绝对的判断准则。对于一个实际系统，不仅需要考虑系统本身的因素，也要考虑所研究的问题方面的因素，并加以权衡，才能决定是否可以将其看成线性系统。

将上一小节关于时不变系统和时变系统的分类应用到线性系统，可以将线性系统细分为线性时变系统和线性时不变系统（线性定常系统）两类。

线性时不变系统也称为线性定常系统或线性常系数系统。其特点是，描述系统动态过程的线性微分方程或差分方程中所有的系数均是不随时间变化的常数。这体现了定常系统本身的性质不随时间变化的特点。由于几乎所有的系统都是时变的，线性定常系统只是实际系统的一种理想化模型，实质上是对实际系统经过近似化和工程化处理，忽略系统的一些次要因素而导出的一类理想化系统模型。线性定常系统是最易于研究的，也是研究得最透彻的

一类系统。同时，很多实际系统都可以在一定范围内足够精确地用线性定常系统来代替，因而它自然成为线性系统理论中的主要研究对象。

线性时变系统也称为线性变系数系统。其特点是，在描述系统动态特性的线性微分方程或差分方程中至少包含一个随时间 t 变化的系数。这体现了时变系统的性质随时间 t 变化的特点。在实际系统中，由于系统内部或外部环境的原因，系统的性质随时间变化是不可避免的。因此，严格地说几乎所有的线性系统都是线性时变系统。但是，从研究的角度来看，只要系数随时间 t 的变化速度远远慢于系统状态随时间 t 的变化速度，则可以将系统当成时不变系统来看待，并可忽略由之引起的误差。

虽然线性时变系统和线性定常系统二者的差别仅在于线性微分方程或差分方程的系数是否随时间变化，但它决定了两者运动特性上的实质性差别，也决定了两者的系统分析与综合方法上的实质区别。由于不能利用拉普拉斯变换、Z 变换等重要工具，线性时变系统的研究方法远比线性定常系统的要复杂得多，也远不成熟得多。本书将重点介绍线性定常系统的分析与综合方法，对线性时变系统的相关研究方法只介绍一些基本内容，感兴趣的读者可参考有关文献。

1.2.2 线性系统理论的主要内容

线性系统理论的学习是为自动控制、信号处理、系统工程等学科的学习打下良好的基础。因此，通过线性系统理论的学习，读者应无论是在深度上还是在广度上都对线性系统的分析与综合方面有较深入的了解。只有这样，在今后的控制系统设计和信号处理算法设计中才能游刃有余。

简单地说，线性系统理论主要研究线性系统状态的运动规律和改变这种运动规律的可能性和方法。由此，研究线性系统理论的主要任务有两个，即系统的分析与系统的综合。系统的分析主要研究系统的运动规律，以认识系统的动态行为，避免系统有可能发生的有害运动行为。系统的综合主要研究改变系统运动规律的可能性和方法，使系统具有期望的性能。从哲学的角度讲，前者属于认识系统的范畴，后者属于改造系统的范畴。

(1) 系统数学模型的建立

实验法是物理系统研究和设计的方法之一。人们将各种信号施加于系统，并测量其响应，若系统特性不能令人满意，根据经验调整系统的某些参数或者在其中接入某种补偿器以改善系统特性，并采用逐次试凑法，直至系统特

性符合要求。但是，如果物理系统十分复杂，或者由于各种原因无法进行实验，或者系统特性的技术要求较为苛刻，实验法就难以奏效了，必须采用解析的方法，建立系统的数学模型，并在此基础上进行系统的分析与综合。这也是本书所介绍的方法。

建立系统的数学模型是对系统进行分析与综合的基础。建立模型时，最重要的是要确定什么是需要反映和研究的系统主要属性，什么是可以忽略的系统次要属性，并在此基础上定出它们的定量关系。由于问题的提法和系统运行范围等的不同，一个系统可以有不同类型的模型，它们代表了系统不同侧面的属性。例如，在高频和低频下工作的电子电路，其模型是不相同的。又如，欲研究宇宙飞船的飞行轨道，则视宇宙飞船为一个质点，但若研究其姿态控制，则必须视宇宙飞船为刚体。系统数学模型的基本要素是变量、参量、常量和它们之间的关系。其中，变量包括状态变量、输入变量和输出变量。有些情况下还要考虑扰动变量。参量可以是系统的参数或表征系统性能的参数。例如，描述系统运动的微分方程的系数，或系统的性能指标如过渡过程时间常数等。系统的参数有可能受环境的影响而产生变动，而表征系统性能的参数则可随设计的要求利用系统综合的方法人为地改变其取值。常量是指系统中不随时间改变的参数。变量、参量和常量之间的关系，需要针对具体的问题，根据物理学定律或广义物理学定律来确定。

线性系统的数学模型有两种主要形式，即时间域模型和频率域模型。时间域模型直接从时间域描述系统各变量的相互关系，主要表现为微分方程组或差分方程组，可同时适用于线性定常系统和线性时变系统。频率域模型主要有传递函数和频率响应，只适用于线性定常系统。对应于系统的这两种模型，发展和形成了两类不同方法，即时域方法和复频域方法。

建立系统数学模型的基本途径有解析法和实验法。解析法通过分析系统的机制，直接运用物理学定律或广义物理学定律，如电气系统中的基尔霍夫电压和电流定律，机械系统中的牛顿定律来建立表征系统动态过程的数学描述。实验法则是在待建模的系统上进行实验，取得系统输入、输出数据，并采用适当的数据处理方法，如系统辨识方法等，导出最接近系统实际情况的模型。这两种方法并不相互排斥，有时候，同时应用两种方法能相得益彰。建模问题是系统研究中的一个非常基本和重要的问题，它已成为系统理论中的一个独立分支。

目前研究线性系统理论的主要数学描述，在时间域中有脉冲响应函数矩阵和状态空间描述等，在频率域中有传递函数矩阵、矩阵分式描述等。根据所研究问题的角度不同，选择适当的数学描述将会给后续研究带来方便。为

此, 线性系统各种不同数学描述之间的相互等价转换也是一个重要的课题。

(2) 系统分析理论

经过前人多年的研究积累, 线性系统理论已基本成熟。在系统数学模型的基础上, 可以把线性系统理论进一步区分为“分析理论”和“综合理论”两个基本部分。当然, 这两个部分又相互依赖, 相互渗透。

线性系统分析还可进一步区分为“定量分析”和“定性分析”。

线性系统定量分析的目的是解析地给出系统在某种输入作用下的系统状态或输出的运动轨线, 以作为分析系统响应和性能的基础。

在古典控制理论中, 通过求解微分方程得到了单输入单输出系统在典型输入信号(如单位阶跃信号)作用下系统输出的响应曲线, 再据此定义了如过渡过程时间、上升时间和超调量等一系列描述系统响应特性的量。对多输入多输出系统, 分析清楚系统在输入作用下的状态或输出的时间响应, 无疑也是十分必要的。从数学的角度, 系统的定量分析归结为求解作为系统数学模型的微分方程组或差分方程组。随着系统规模的不断扩大, 当应用微分方程理论或差分方程理论来分析比较线性系统响应时, 将会面临繁多和复杂的计算, 有时甚至得不到系统状态或输出相对于输入的时间响应的解析表达式。在这种情况下, 常常要借助计算机来完成系统的定量分析工作。在这方面, 目前流行甚广的应用软件 MATLAB 可以提供很大的帮助。

定性分析着重于研究对系统性能和系统综合具有重要意义的基本结构特性, 主要包括稳定性、能控性、能观测性等。线性系统的定性分析也深刻地揭示了系统的特性。例如, 系统稳定性研究的是当系统在实际运行时, 若在外扰动作用下, 系统偏离了其正常运动的状态轨线, 当外部扰动消除后, 系统能否经过“足够长”的时间后恢复到其正常运动轨线上。对于这样的问题, 根据系统定量分析的结果是不能立即得到答案的。因此, 系统定性分析既是对系统特性的揭示, 也是进一步研究系统综合问题的需要。

(3) 线性系统综合理论

任何一个系统都有特定的任务或性能要求。当一个系统不能满足期望的性能要求或不能完成所规定的任务时, 就需要寻找并确定适当的控制规律来对系统进行干预、调节或控制, 以改变原系统, 使改变后的系统满足期望的性能要求或能完成规定任务。这样一个过程称为系统综合或系统设计。

线性系统的综合是建立在线性系统分析基础上的, 它同时基于系统模型和期望性能指标, 确定满足综合要求的控制律。