

数学

高考复习与应考答问

主编 郝德志
副主编 徐玉华

朴相国

何菊芳
汪景琰



顾问：张志公
主编：牛宝彤

人民教育出版社



名师指点

责任编辑：杨宝发
封面设计：曹杨
征宇

ISBN 7-80091-153-5



9 787800 911538 >

定价：20.50 元

名师指点丛书 顾 岗 张志
主 编 牛宝彤

数学高考复习与应考答问

主 编 郝德志
副主编 徐玉华 何菊芳
朴相国 汪景璞

• 光明日报出版社 •

图书在版编目(CIP)数据

数学高考复习与应考答问/郝德志等编. -北京:光明日报出版社,1997. 6

(名师指点丛书/牛宝彤主编)

ISBN 7-80091-153-5

I. 数… II. 郝… III. 数学课-高中-升学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09296 号



光明日报出版社出版发行

(北京永安路 106 号)

邮政编码:100050

电话:63017788-225

新华书店北京发行所经销

冶金印刷总厂印刷

*

787×1092 1/32 印张 17 字数 382 千字

1997 年 6 月第 1 版 1997 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—10000 册

ISBN 7-80091-153-5/G · 457

定价:20.50 元

丛书顾问 张志公

丛书主编 牛宝彤

本册主编 郝德志

副主编 徐玉华 何菊芳 朴相国 汪景璠

编委 (以姓氏笔画为序)

牛宝彤 王朝璇 叶文涛 边振中

朴相国 刘木华 李佐玉 李能荣

李善昌 张贵才 汪景璠 何菊芳

何德雨 陈道海 金刚 罗家虎

赵学宽 郝德志 荣培元 郭云海

徐玉华 龚德新

要把金针度与人(总序)

韩愈《师说》：“师者，传道授业解惑也。”由此看来，“解惑”是教师的职责之一。人非圣贤，孰能无惑？正在长身体长知识的中学生，对所学的各门功课产生这样那样的问题，是正常现象。有了问题就要问老师。但由于时间、空间的限制，当面问老师也不那么方便和容易。譬如在深夜或假期里有了问题，而老师又不在身边；再如边远地区的学生想当面向京津沪的名师请教，由于路途遥远，就不那么容易。如果把同学们提出的问题加以筛选，请京津沪及全国各地的名师给予解答，并且编辑成书，同学们随时都可以翻阅，如同当面向名师请教，该是多么好啊！基于这种想法，我们编纂了这套《名师指点丛书》，献给广大立志为国成才，渴望求知解惑的中学生，兴许他们会欢迎的。

本丛书分学科编写，采用“问答”形式，便于阅读。同学们可以根据自己的情况选读，也可以利用零星的时间阅读。

本丛书的“问题”多是广大中学生提出的，或是有经验的中学教师提供的。“问答式”稿件是约请京津沪及全国各地特级、高级教师特别是奋战在教学第一线多年来辅导高考有丰富经验的名师编写的，注重科学性、实用性和可读性。由于稿件并非出自一人之手，所以在文笔、风格等方面不强求一律，

允许百花齐放、八仙过海。但有一点是统一的，那就是稿件必须“言之有物”，教给学生真知识、真本领，切实为中学生解难答疑。元代名诗人元遗山诗曰：

晕碧裁红点缀匀，一回拈出一回新；

鸳鸯绣了从君看，莫把金针度与人。

这种态度是不足取的，应当反其道而行之：“要把金针度与人”。这才是本丛书作者、编者的共同心愿。至于这心愿是否实现，只好留待读者评说了。我们热诚欢迎大家提出宝贵意见，以便再版时修订。

本丛书设主编一人，各分册设主编、副主编及编委若干人，层层把关，保证质量。他们多是德高望重的一代名师，为本丛书的完成作出了杰出的贡献。

本丛书中关于高考的几本书，是严格遵照“教纲”和“考纲”编写的，内容有：高考复习内容要点、方法指导，应考心态与方法指导，近年来高考题目（包括上海考区的题目）的分析以及解题方法的指导，使考生温故而知新。同时各册都有“高考应试能力测试题”，并附有答案，可供考生自测和练习。

本丛书是集体劳动的结晶，受到全国各地数以千计的中学教师及教育行政干部的支持与鼓励，得到光明日报出版社安然、杨宝发等同志热情关怀和协助，在这里深表谢忱。最后，聊剥元遗山诗，以表心愿：

提问作答点缀匀，一回辑出一回新；

丛书编就从君看，要把金针度与人。

牛宝彤

丁丑年写于中国人民公安大学木樨斋

序 言

过去的十多年中,不少高考复习资料为应试教育曾立下过汗马功劳。然而,书山题海又曾使莘莘学子耗费了多少宝贵的时间,走了多少弯路!今天,当我们站在新世纪的大门口,实施由应试教育向素质教育转轨的过程中,要培养造就一代高素质跨世纪人才,就必须减轻学生负担,提高学习效率。因而,寻求内容精、质量高的高考复习备考参考书,成为广大师生和学生家长的共同愿望。为此,我们邀请了全国部分重点中学德高望重、经验丰富的一代名师,精心编写了这本《数学高考复习与应考答问》。

本书紧扣现行高中数学教学大纲和考试大纲,突出高中数学的重点、难点、热点疑点,注重知识的整体结构,目标具体,例题典型,分析透彻,归纳完整,同时,每个答问后留有适量的练习题,并附有答案。

本书采用“答问”的形式,其特点是针对性强,一目了然,一箭中的,重在开拓思路,点拨方法,启迪思维,指点迷津。对于学生进一步深刻理解数学的基本概念,切实掌握数学的基本技能,熟练运用基本数学思想方法,迅速提高数学解题能力和复习效率十分有益。特别对于苦无名师指点的考生,将会起到节省时间,少走弯路,自我解惑,事半功倍的效果。拥有此

书,你将会感到,得心应手,茅塞顿开,仿佛名师就在身旁。

本书是《名师指点丛书》中的一本,是在丛书主编牛宝彤教授统筹部署下开展编辑工作的。在体例上,与丛书其它各本大体保持一致。由于编者水平有限,又兼仓促完稿,不当之处在所难免,恳祈斧正。

相信本书一定会成为广大高中师生和有志于高考的社会青年所喜欢的读物之一。

郝德志

1997. 2. 于荆州

目 录

1. 如何指导高三数学总复习?	(1)
2. 如何提高高三学生的运算能力?	(4)
3. 如何探求综合题的思考途径?	(9)
4. 如何解答与集合有关的问题?	(12)
5. 如何应用四种命题的相互关系解题?	(16)
6. 如何理解“充要条件”? 如何应用“充要条件”解题?	(19)
7. 怎样求函数的定义域?	(23)
8. 怎样求函数的值域?	(28)
9. 怎样求函数的解析式?	(34)
10. 怎样作函数的图象?	(38)
11. 怎样判断函数的奇偶性?	(42)
12. 怎样判断函数的单调性?	(45)
13. 怎样解指数方程、对数方程?	(50)
14. 怎样解指数不等式和对数不等式?	(54)
15. 怎样应用函数的观点解题?	(58)
16. 怎样解绝对值不等式?	(63)
17. 怎样解简单的高次不等式?	(66)
18. 怎样运用基本公式证明不等式?	(70)

19. 怎样用分析法证明不等式?	(73)
20. 怎样运用变量替换法证明不等式?	(77)
21. 怎样用判别式法证明不等式?	(82)
22. 怎样用反证法证明不等式?	(85)
23. 怎样运用 $ a - b \leq a \pm b \leq a + b $ 解题?	(88)
24. 怎样运用不等式解决一些最值问题?	(93)
25. 如何表示终边相同的角, 如何表示象限角?	(97)
26. 弧度制与角度制之间如何转换?	(100)
27. 如何运用同角三角函数关系式解题?	(104)
28. 如何记忆和应用诱导公式?	(108)
29. 如何进行三角问题与代数和几何问题的转换? ...	(112)
30. 如何运用正弦定理和余弦定理解题?	(116)
31. $y = \arcsin x$ 是 $y = \sin x$ 的反函数吗?	(120)
32. 如何进行反三角函数的三角运算?	(123)
33. 如何进行三角函数的反三角运算?	(127)
34. 如何证明反三角恒等式?	(133)
35. 如何解简单的三角方程?	(137)
36. 如何进行等差数列与等比数列的基本运算?	(142)
37. 等差数列与等比数列有哪些性质?	(145)
38. 如何应用等差数列与等比数列的性质解题?	(148)
39. 如何求数列前 n 项之和?	(152)
40. 如何求数列的通项公式?	(155)
41. 如何求数列的极限?	(159)
42. 如何利用数列极限解决实际问题?	(163)
43. 如何用数学归纳法证题?	(167)
44. 如何应用“归纳——猜想——证明”解题?	(172)
45. 如何进行复数的代数式运算?	(177)

46. 如何进行复数的三角式运算?	(180)
47. 如何求复数的模及辐角?	(184)
48. 如何应用复数的几何意义解题?	(188)
49. 如何求复平面上点的轨迹?	(192)
50. 如何解复数集上的代数方程?	(195)
51. 如何运用复数解反三角命题?	(200)
52. 如何运用复数求函数最值和几何最值?	(203)
53. 排列组合这部分内容的主要议题是什么?	(206)
54. 如何区分排列事件和组合事件? 怎样分类分步?	(210)
55. 解排列组合应用题应注意哪些问题?	(216)
56. 如何求二项展开式中的特定项?	(222)
57. 如何应用二项式系数的性质解题?	(227)
58. 如何应用二项式定理解题?	(231)
59. 如何运用平面的基本性质将立体几何问题转化为平面几何问题解决?	(235)
60. 怎样判断和论证直线异面?	(240)
61. 证明线线平行有哪些思考途径?	(244)
62. 怎样证明线面平行与面面平行?	(249)
63. 证明线线垂直有哪些思考途径?	(255)
64. 怎样证明线面垂直与面面垂直?	(259)
65. 怎样求两条异面直线所成的角?	(263)
66. 求二面角的大小有哪些方法?	(267)
67. 求点到直线的距离有哪些方式?	(273)
68. 怎样求点到平面的距离?	(278)
69. 如何转化的方法求异面直线的距离与直线到平面的距离?	(283)

70. 在立几中,哪些问题适宜于用反证法证明?	(288)
71. 直线方程有哪几种不同的表现形式?	(292)
72. 如何理解和运用定比分点公式?	(296)
73. 如何理解和应用点到直线的距离公式?	(300)
74. 如何理解和应用两条直线的交角公式?	(304)
75. 如何解直线关于点或直线对称的问题?	(308)
76. 如何解曲线关于点或直线对称的问题?	(313)
77. 如何利用圆锥曲线的基本概念解题?	(318)
78. 如何利用焦点弦性质解题?	(323)
79. 如何解有关抛物线的定法弦问题?	(328)
80. 如何使用圆锥曲线焦点弦定理?	(331)
81. 如何用纯几何法解决有关椭圆的问题?	(336)
82. 如何求动曲线弦长?	(342)
83. 如何应用圆锥曲线的关系解题?	(348)
84. 如何解决动曲线过定点问题?	(354)
85. 如何解决与圆锥曲线有关的最值问题?	(358)
86. 如何讨论含参数的方式或不等式?	(364)
87. 如何应用圆锥曲线的极坐标方程?	(367)
88. 如何用图像法解参变量方程(组)?	(372)
98. 如何巧用直线的参数方程?	(375)
90. 如何用极坐标两点间距离公式证几何题?	(380)
91. 如何用极坐标方法证明平面几何题?	(383)
92. 如何用极坐标距离公式解几何题?	(386)
93. 如何用直角坐标表示极坐标公式?	(390)
94. 如何解多个参数消去问题?	(395)
95. 如何选取求轨迹时的参数?	(398)
96. 如何求动点的轨迹?	(403)

97. 如何求中点轨迹?	(407)
98. 如何用韦达定理理解解析几何问题?	(412)
99. 如何解解析几何中的立体几何问题?	(417)
100. 如何解(证)解析几何中的定值问题?	(422)
101. 如何用图形法解解析几何中的极值问题?	(427)
102. 如何用解析几何知识进行构造法解题?	(433)
103. 如何解二次曲线相交问题?	(439)
104. 如何运用圆锥曲线统一的极坐标方程解题?	(443)
105. 如何解选择题?	(448)
106. 如何运用代数方法解几何题?	(452)
107. 如何运用几何方法解代数题?	(457)
108. 如何运用数形结合的思想解题?	(461)
109. 如何运用配方法解题?	(466)
110. 如何运用“换元”法解题?	(469)
111. 如何运用参数法解题?	(475)
112. 近几年来,上海数学高考试题有哪些特点?	(479)
参考答案	(483)

1. 如何指导高三数学总复习？

对历年来的高考数学命题所反映出来的有关信息利用统计分析进行适当的研究后，我们清楚的看到：高考试题存在着一个“变”与“不变”的问题。所谓“变”是指题型年年有翻新，难度年年有变化；所谓“不变”是依据考试《说明》、考基础、考能力的命题方向不变。因此，在高三复习中的最佳方法应是：立足于不变以应万变，也就是说，“依据《说明》，加强基础，注重能力”才是指导高三总复习的有效办法。

一、依据《说明》

普通高等学校招生全国统一考试《数学科说明》（以下简称《说明》）是依据 1990 年和 1994 年国家教委颁布的《全日制中学数学教学大纲（修订本）》高中部分的调整意见制定的。

《说明》规定了数学考试的内容要求。而考试要求是四个不同的层次，依次为了解、理解、掌握、灵活运用和综合运用。试题强调对重点知识和主要知识的考查，且不超过数学教学重点知识和主要知识的考查，且不超过数学教学大纲，试题不偏不怪，尽量去掉与《说明》无关的成分。这对于高三的师生来说是一粒定心丸。按照《说明》复习，大方向正确。

二、加强基础

《说明》明确指出：“数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法”。

基础知识是指中学教学课程所涉及的概念、法则、公式、性质、定义、定理等。数学有严格的逻辑体系，各部分内容组成一个知识整体结构。在复习中对基础知识的要求不仅仅是对知识的记忆和再认识，还应注意在理解基础上的应用及各部

分知识之间的联系和区别,还应要求学生从纵向和横向两个方面对知识进行归纳,将《说明》提出的十三章内容分别列出知识小结,熟悉各章的来龙去脉及其内在联系。

基本技能是指数学的智力活动,它包括按照一定的程序和步骤进行运算、画图、推证等。高考试题入口宽,出路广,方法灵活,能使不同程度的考生,特别是那些成绩优秀的考生,有展示他们才华的机会。

基本方法是指解决过河的桥或船的问题。高考试题涉及的数学方法主要有代入法、比较法、数学归纳法、配方法、待定系数法、换元法、同一法等;高考试题涉及的逻辑思维方法主要有分析法、综合法、反证法、穷举法等。这些方法在解答高考试题中起着重要作用。

《说明》规定试题分为选择题、填空题和解答题三种题型

其中选择题和填空题主要考查基础知识和基本方法,它们的分数分别占整套试题的 45% 和 15%,可见基础知识份量之重。

纵观近几年高考试题,对《说明》的 128 个知识点考查的覆盖率都在 70% 左右。试题规范而不落俗套,源于教材而高于教材。即使难度大的试题,通常在课本中也能找到它的“影子”。因此对课本知识进行再认识是十分有益的。

三、注重能力

高考试题在考查基础知识的同时,逐步注重对能力的考查,注重对数学思想方法的考查。全日制中学数学教学大纲指出:“培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力,以逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力”。数学作为锻炼思维的体操,方法是它的核心;数学作为一门工具学科,方法是它应用的手段。数学思想方法是数学最本质的东

西,是数学知识的精髓.掌握好数学思想方法,对于提高数学能力、数学素质、高考成绩将是大有裨益的.

高考试题涉及的数学思想,主要有数形结合的思想,函数与方程的思想,分类讨论的思想,等价变换的思想等.这些数学思想都是分析、解决数学试题的有效途径.

训练题 1

一、选择题

1. $y = \sin^2 x$ 是 ()

- (A) 最小正周期为 2π 的偶函数
- (B) 最小正周期为 2π 的奇函数
- (C) 最小正周期为 π 的偶函数
- (D) 最小正周期为 π 的奇函数

2. 对集合 P 和 Q 使 $P \subseteq Q$ 不成立的充要条件是 ()

- (A) $Q \subset P$ (B) $P \cap Q = Q$ (C) $P \cap Q = P$ (D) $P \cap Q \neq P$

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 450$, 则 $a_2 + a_8$ 的值等于 ()

- (A) 45 (B) 75 (C) 180 (D) 300

4. 一个正三棱锥的底面边长为 6,侧棱长为 $\sqrt{15}$,则这个正三棱锥的体积是 ()

- (A) 9 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 7 (D) $\frac{7}{2}$

二、填空题

5. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a+8} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 则实数 a 的值等于_____.