



高等院校小学教育专业教材

高等数学基础

(下册)

王秀莲 主编

GAODENG YUANXIAO XIAOXUE JIAOYU ZHUANYE JIAOCAI



人民教育出版社

高等院校小学教育专业教材

高等数学基础（下册）

GAODENG SHUXUE JICHU

主 编 王秀莲

副主编 邢福弟

陈秀琼

人民教育出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学基础 (下册) / 王秀莲主编.

—北京: 人民教育出版社, 2011

高等院校小学教育专业教材

ISBN 978-7-107-23536-8

I. ①高…

II. ①王…

III. ①高等数学—高等学校—教材

IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 078684 号

 人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京新华印刷有限公司印装 全国新华书店经销

2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月第 1 次印刷

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 19

字数: 316 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 21.30 元

总 序

随着教育体制改革的不断深入，我国开放性的教师教育体系逐步建立起来。在高等教育大众化和基础教育新课程改革的大背景下，小学教师的培养融入高等教育体系的步伐大大加快，进一步深化小学教师教育课程教材改革势在必行。教育部师范教育司根据国际教师教育发展的趋势，结合我国新时期小学教师教育实际，提出了一整套高等院校小学教育专业课程建设的措施，为小学教师教育课程教材研究开发提出了重要依据。

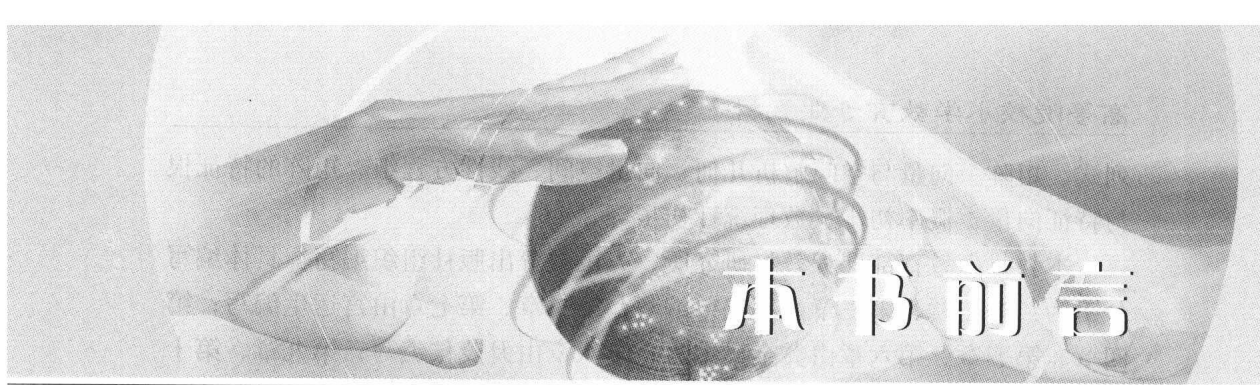
为了进一步促进教师教育在新世纪的改革与发展，教育部课程教材研究所和人民教育出版社计划在“十一五”期间，组织全国各师范院校的专家、学者，共同研究、编写高等院校小学教育专业系列教材。为了加强对教材编写工作的管理、保证教材的质量和水平，特成立“高等院校小学教育专业教材编写委员会”，中国教育学会会长顾明远、教育部师范教育司原司长马立、中央教育科学研究所原所长朱小蔓为编写委员会顾问，中国教育学会副会长、人民教育出版社原社长韩绍祥，人民教育出版社社长李志军，人民教育出版社原总编辑、教育部课程教材研究所原所长魏国栋为编写委员会主任。编写委员会聘请了全国各师范院校具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各科教材的主编，全国各师范学院、初等教育学院（系、科）等直接从事小学教育专业教学的一线骨干教师共同参与编写，并聘请了知名专家对各科编写大纲和初稿进行审核。为了加强对这套教材编审工作的领导、协调和统筹，另成立“高等院校小学教育专业教材编审委员会”，教育部课程教材研究所原常务副所长吕达、人民教育出版社副总编辑魏运华为编审委员会主任。

本套教材的编写，力求以“面向现代化，面向世界，面向未来”为指导思想，反映当代社会经济、文化和科技发展的趋势，体现基础教育新课程改革的理念，紧密结合高等院校小学教育专业教学改革的发展趋势和实施素质教育的要求，注重提高小学教师的综合能力，努力构建科学的教材体系。本

套教材的编写，以党和国家的教育方针以及小学教师的培养目标为依据，坚持以思想性、科学性、时代性和师范性为基本原则，努力实现基础性与时代性、国际化与本土化、逻辑性与专业性、规范性与灵活性、统一要求与各具特色五个结合，试图在内容及其呈现方式上进行大胆的创新，强调培养未来小学教师的创新精神和实践能力；注重把国内外最新研究成果与小学教育一线丰富的教学实践经验融为一体，紧密结合我国大多数地区小学教育的实际。本套教材可以作为全国高等院校小学教育专业的通用教材，也可供广大在职小学教师进修或自学使用。

本套教材的编写出版得到了教育部师范教育司、教育部高等教育司和教育部社会科学司等有关司局领导的多方指导，也得到了中国教育学会、中国高等教育学会、全国教师教育学会、北京师范大学、首都师范大学等学术团体及高校领导和专家的大力支持，谨在此一并致谢。本套教材的编写难免有不完善之处，敬请广大师生不吝指正，以使本套教材日臻完善。

高等院校小学教育专业教材编写委员会
2009年1月



本书前言

确定性数学是分析、代数、几何的有机结合的整体；由于对不同的研究对象有着不同的研究方法，因此又分为不同的学科，但它们之间既有联系，又有区别。随机数学是研究与表达随机现象的数学分支，由于随机现象的普遍性，随机数学在科学技术的发展中起着很重要的作用。本教材共分三篇，第一篇、第二篇主要讲述确定性数学的基础理论，第三篇主要讲述概率论与数理统计，属于随机数学的基础内容。

数学基础课是高等院校各层次、各类型学生的主要必修课程。它不仅是各门学科的重要基础工具，而且在提高人才素质的理性思维中起着重要的作用。许多人认为数学难学，望而生畏。究其原因，学习过程中仅限于表层的学习，或者说仅知道某些理论，当然会越学越难。如果在学习的过程中，对所学知识能有直观的理解、掌握，进而能深刻理解，那么学起来就没那么难了。本教材主要供高等院校小学教育专业学生使用。在编写过程中，我们从知识点的引入到结果的解释，都尽量体现知识的直观性和清晰性，同时注重学生将来从事小学教师职业的特点，注重各部分内容整体的理念、数学思维及基本方法，强调知识之间的衔接。本书旨在便于师范生对所学知识有一个清晰的理解与掌握，并逐渐培养其抽象思维能力和逻辑推理能力，为其进一步的学习、研究奠定良好的基础。

本教材在编写过程中，淡化了某些运算技巧，减少了一些抽象的理论推导，但是未证明的定理及细微的推理，都可参阅每章后的拓展性阅读导航中推荐的材料。教材每节后的习题，都是针对本节要求掌握的基本内容而编写的，每章后的总练习题都是针对每章内容的进一步深化或综合性练习而编写的。

本教材包括上、下两册。上册为第一篇，是一元微积分、多元微积分、常微分方程课程的主要内容，包括函数、极限与连续、导数与微分、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程、多元函数微积分简介等。下册为第二、第三篇，是线性代数、解析几何、概率统计课程的主要内容，包括行

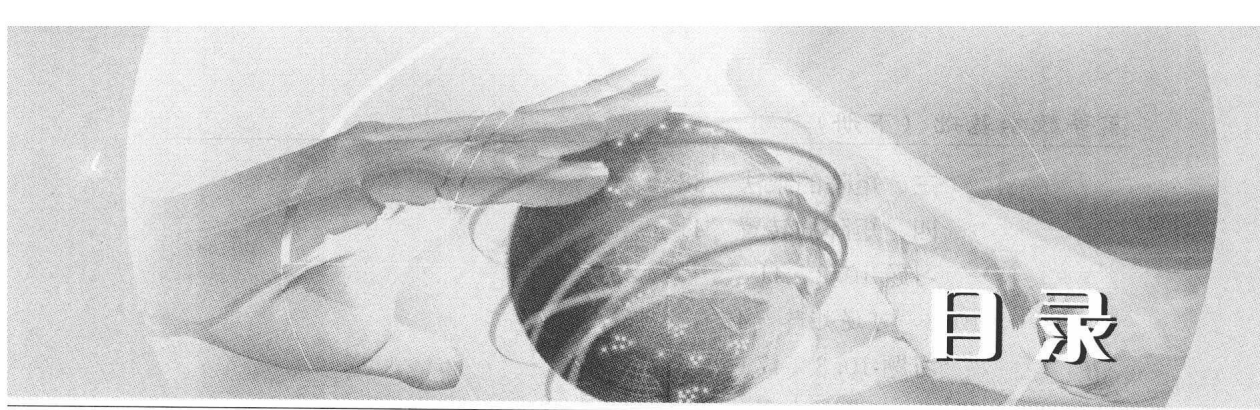
列式、矩阵、向量与空间解析几何、向量空间、线性方程组、矩阵的特征根与特征向量、概率初步、数理统计初步等。

本教材由教育部课程教材研究所、人民教育出版社组织编写。具体编写分工为：第一章、第三章由邢福弟编写；第二章、第七章由宫运生编写；第四章、第五章、第六章由冀金梁编写；第八章由尹茂仁编写；第九章、第十章、第十四章由陈秀琼编写；第十一章、第十二章、第十三章由董丽波编写；第十五章、第十六章由王秀莲编写。陈建华参与了第十六章的编写工作。王秀莲承担了主编和全书统稿工作，邢福弟、陈秀琼担任了副主编工作。数学教育专家、人民教育出版社资深编审田载今先生应邀担任了本书特约审稿的工作。

在本教材编写过程中，我们参考了许多教材资料，吸纳了部分专家的思想方法；人民教育出版社以及天津师范大学、海南师范大学、湖南第一师范学院、山西忻州师范学院、河北保定学院、黑龙江哈尔滨学院、湖南永州职业技术学院、山西吕梁高等专科学校等单位给予了大力支持，在此一并表示感谢。

尽管在本教材的编写过程中，编者从内容的选取、结构的安排、论述的方法等多方面进行了认真的讨论与细心的分析，但是由于水平所限，难免有不当之处，恳请各位读者提出宝贵意见。

编者
2011年7月



目录

第二篇 线性代数与解析几何

第九章 行列式 3

§ 9.1 行列式的定义 4

一、线性方程组与行列式的定义 4

二、几种特殊的行列式 8

习题 9.1 10

§ 9.2 行列式的性质与计算 11

一、行列式的性质 11

二、行列式的计算 16

习题 9.2 22

§ 9.3 克莱姆 (Cramer) 法则 25

习题 9.3 28

总练习题九 29

拓展性阅读导航 31

第十章 矩阵 32

§ 10.1 矩阵的概念 33

一、矩阵的定义 33

二、几种特殊的矩阵 34

习题 10.1 36

§ 10.2 矩阵的运算 36

一、矩阵的加法运算 36

二、矩阵的数乘运算 37

三、矩阵的乘法	38
四、矩阵的转置	41
习题 10.2	41
§ 10.3 可逆矩阵	42
习题 10.3	47
§ 10.4 矩阵的初等变换	47
一、初等变换的基本概念及性质	47
二、用初等变换求矩阵的逆矩阵	50
三、用初等变换求矩阵方程的解	53
习题 10.4	55
§ 10.5 矩阵的秩	55
一、矩阵的秩的定义	55
二、利用初等变换求矩阵的秩	57
习题 10.5	59
总练习题十	59
拓展性阅读导航	61

第十一章 向量与空间解析几何 62

§ 11.1 向量及其线性运算	63
一、向量的概念	63
二、向量的线性运算	64
习题 11.1	66
§ 11.2 空间直角坐标系、向量的坐标	67
一、空间直角坐标系	67
二、向量的坐标	70
习题 11.2	73
§ 11.3 向量的数量积 向量积 *混合积	74
一、两个向量的数量积	74
二、两个向量的向量积	76
* 三、向量的混合积	78
习题 11.3	79
§ 11.4 平面及空间直线	80

一、平面及其方程	80
二、空间直线及其方程	86
三、直线与平面的位置关系	89
习题 11.4	92
§ 11.5 简单的曲面与空间曲线	93
一、二次曲面	93
二、空间曲线的方程	101
习题 11.5	105
总练习题十一	106
拓展性阅读导航	107

第十二章 向量空间 108

§ 12.1 n 维向量	109
一、 n 维向量的概念	109
二、 n 维向量的线性运算	110
三、向量的线性组合	111
四、向量组的等价	112
习题 12.1	112
§ 12.2 向量组的线性关系	113
一、向量组的线性相关与线性无关性	113
二、向量组的线性相关性的判定	114
习题 12.2	119
§ 12.3 向量组的秩	120
习题 12.3	122
§ 12.4 向量空间	123
一、向量空间	123
二、向量空间的基、维数与坐标	124
习题 12.4	126
总练习题十二	126
拓展性阅读导航	127

第十三章 线性方程组 128

§ 13.1 齐次线性方程组 129

一、齐次线性方程组的解的性质 129

二、齐次线性方程组解的结构 133

习题 13.1 137

§ 13.2 非齐次线性方程组 138

一、非齐次线性方程组的相容性 138

二、非齐次线性方程组的解的结构 143

习题 13.2 146

总练习题十三 147

拓展性阅读导航 149

第十四章 矩阵的特征根与特征向量 150

§ 14.1 矩阵的特征根和特征向量的概念 151

习题 14.1 156

§ 14.2 矩阵的特征根和特征向量的性质 156

习题 14.2 158

总练习题十四 158

拓展性阅读导航 159

第三篇 概率统计

第十五章 概率初步 163

§ 15.1 随机事件与概率 165

一、样本空间 165

二、随机事件 166

三、随机事件的概率 168

习题 15.1 174

§ 15.2 条件概率与事件的独立性 176

一、条件概率 176

二、全概率公式 178

三、贝叶斯 (Bayes) 公式	180
四、事件的独立性	182
五、贝努里 (Bernoulli) 概型	184
习题 15.2	185
§ 15.3 随机变量及其分布	186
一、随机变量的概念及其分布函数	186
二、离散型随机变量的概率分布	188
三、连续型随机变量的概率分布	191
习题 15.3	195
§ 15.4 多维随机变量及其分布	197
一、多维随机变量	197
二、二维随机变量的联合分布	197
三、二维随机变量的独立性	201
习题 15.4	203
§ 15.5 随机变量的数字特征	205
一、数学期望	205
二、方差	210
三、相关系数	213
四、其他矩的概念	214
习题 15.5	214
总练习题十五	216
拓展性阅读导航	217

第十六章 数理统计初步 218

§ 16.1 数理统计的基本概念	219
一、总体、个体、样本	219
二、经验分布	220
三、统计量	221
四、频数的直方图	222
习题 16.1	224
§ 16.2 抽样分布	224
一、三大抽样分布	224

二、正态总体下样本均值与样本方差的分布 225

习题 16.2 228

§ 16.3 点估计 228

一、参数的点估计 228

二、区间估计 233

习题 16.3 237

§ 16.4 假设检验 239

一、单个正态总体均值的检验 240

二、两个正态总体均值的检验 242

三、正态总体方差的检验 244

习题 16.4 246

总练习题十六 247

拓展性阅读导航 249

参考答案 251

附表1 几种常用的概率分布 267

附表2 泊松分布表 269

附表3 标准正态分布表 271

附表4 χ^2 分布表 273

附表5 t 分布表 276

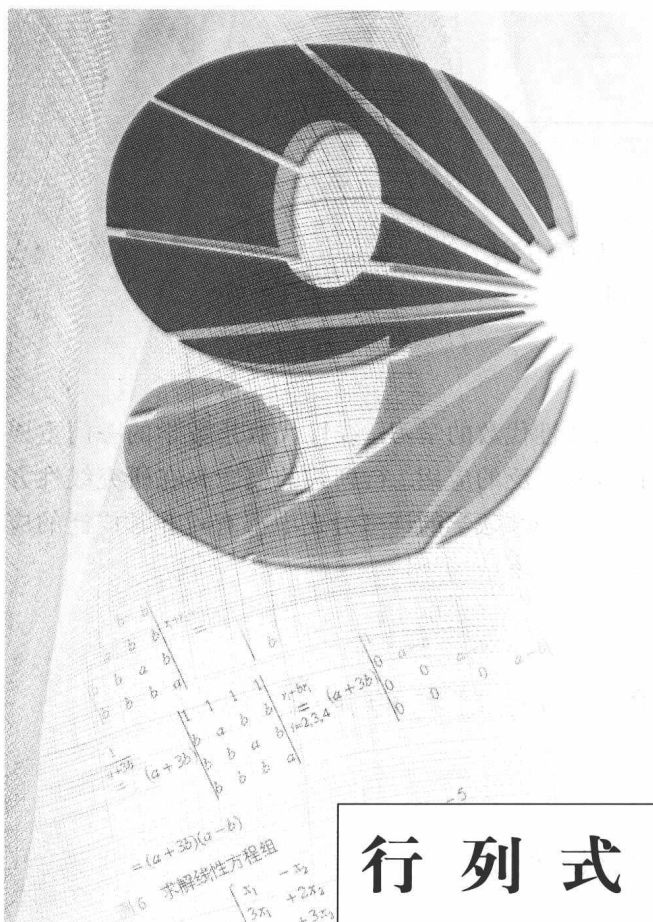
附表6 F 分布表 278

第二篇

线性代数与解析几何

线性代数是讨论有限维空间的线性理论的课程，有较强的抽象性和逻辑性；解析几何是代数和几何相结合的产物，它的研究对象是用代数的方法研究几何问题；代数的许多基本理论都有很强的几何背景.





第九章

行列式

$$= (a+3b)(a-b)$$

例6 求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 \\ 3x_1 & +2x_2 \\ & +3x_3 \end{cases}$$

- 行列式的概念
- 行列式的基本性质及计算方法
- 克莱姆(Cramer)法则

从这一章开始,我们进入线性代数的学习.线性代数是数学的一门重要分支,它有着极其丰富的内容和广泛的应用.行列式的概念是在研究线性方程组的解的过程中产生的,它在当今数学的许多分支中都有着非常广泛的应用,是一种常见的计算工具.

§ 9.1 行列式的定义

一、线性方程组与行列式的定义

1. 二阶、三阶行列式

在中学里,我们已经熟悉二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \quad (1)$$

的解法,若常数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ 不成比例,即 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$,则由消去法便得(1)的解为:

$$x = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, y = \frac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \quad (2)$$

$$\text{若记 } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, \quad (3)$$

则方程组(1)的解(2)可改写为