

小波十讲

(修订版)

Ten Lectures on Wavelets

[美] Ingrid Daubechies 著

李建平 译



国防工业出版社

National Defense Industry Press

本书由总装备部装备科技译著出版基金资助出版

小波十讲

(Ten Lectures on Wavelets)

(修订版)

[美] Ingrid Daubechies 著
李建平 杨万年 译

国防工业出版社

· 北京 ·

著作权合同登记 图字:军-2003-017号

图书在版编目(CIP)数据

小波十讲/(美)多布(Daubechies, I.)著;李建平译.一修订
本.一北京:国防工业出版社,2011.7
书名原文:Ten Lectures on Wavelets
ISBN 978-7-118-07509-0

I. ①小... II. ①多...②李... III. ①小波理论
IV. ①174.22

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第121246号

Ten Lectures on Wavelets by Ingrid Daubechies

Copyright 1992 by the Society for Industrial and Applied Mathematics

本书中文版由 Society for Industrial and Applied Mathematics 授予国防工业出版社独家出版发行。
版权所有,侵权必究。

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京嘉恒彩色印刷有限公司

新华书店经售

*

开本710×960 1/16 印张22 字数403千字

2011年7月第1版第1次印刷 印数1—4000册 定价66.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

本书得到

国家高技术研究发展计划(863 计划)项目

国家自然科学基金项目

重庆市科技攻关重点项目

重庆市信息产业发展资金项目

四川省科技攻关项目

资 助

重印说明

中文译著《小波十讲》于2004年5月第一次出版后,受到国内外读者普遍关注和欢迎,2个月内4000册书销售一空,许多读者通过各种方式与译者建立了联系。出版社同志通知译者准备第二次印刷。译者立即组织人员对比研读了原稿(从1992年版到2002年版)和译稿,找出并修订了部分错误,更正了一些不规范的叙述。为使读者对小波分析有一个更科学、更全面、更深入的了解,译者在充分占有大量国内外文献的基础上,对小波分析的微观发展历程进行简单总结,并按时间发展序列排列其成果,这样读者能借助《小波十讲》站在全局的高度纵览小波分析全貌,体会小波变换优美神韵,解决自己科研工作的具体问题。

(1) 1910年,Haar函数系在工程界常用,但由于不光滑,理论上没有受到重视和发展。

(2) 1936年,Littlewood-Paley提出对频率按 2^j 进行划分。

(3) 1944年,Gabor引进了窗口Fourier变换概念。

(4) 1946年,Gabor创立了时-频相位空间理论,这是早期的非正交小波展开。

(5) 1948年,Shannon创立了信息论,后来被别人发现可用小波基验证不失真传输编码的存在。

(6) 1974年,Coifman等对HP空间提出了原子分解。

(7) 1975年,A. P. Calderon给出了 H' 的原子分解,它已十分接近小波展开形式。

(8) 1981年,法国地质物理学家Morlet首先(第一次)提出了小波分析的概念。

(9) 1983年,Haar函数的高阶推广。

(10) 1984年,Morlet和Grossman对地质信号的分界提出了伸缩、平移的概念,第一次提出了“wavelets”一词。

(11) 1985年,Meyer证明了一维小波基的存在性,并显示构造小波函数。

(12) 国际上,小波分析热潮从1986年开始。

(13) 1986年,Lemarie和Battle构造了具有指数衰减的小波函数。

(14) 1987年,法国马赛召开了第一次小波分析国际会议。

(15) 1988 年, Mallat 与 Meyer 合作提出了多分辨分析的理论。

(16) 1988 年, Ingrid Daubechies 构造了具有紧支撑的有限光滑小波函数, 这是目前全世界应用最广泛的小波函数, 她在美国 Pure & Appl. Math 上发表了一篇长达 87 页的论文, 被公认为小波分析的经典纲领性文献。

(17) 1989 年, Mallat 在多分辨分析的基础上, 构造了 Mallat 算法, 并在《IEEE Transaction on PAMI》上发表, 为此, Mallat 于 1989 年荣获了 IEEE 优秀论文奖。

(18) 1990 年, 崔锦泰和王建忠构造了基于样条函数的单正交小波。

(19) 1990 年, Meyer 等出版第一部小波分析系统性专著《小波与算子》, 共三卷, 尤众、王耀东、邓东皋等译成中文版(共两册), 世界图书出版公司出版。这套书详细研究了各种小波基的构造, 小波基与函数空间的关系, Calderson 算子在小波基上的表现以及小波分析在复分析、算子论、偏微分方程与非线性分析等方面的应用。

(20) 1990 年, Latto 和 Tenenbaum 将小波分析用于偏微分方程求解(数值解)。

(21) 1990 年, Aware 公司首次制成小波硬件。

(22) 1991 年, 邓东皋、王建忠在《数学进展》上发表国内第一篇小波分析论文, 对国内的小波分析研究和应用起了很大的推动作用。

(23) 1992 年, 美国崔锦泰出版了《小波导论》, 1995 年, 程正兴译成中文版, 西安交通大学出版社出版。

(24) 1992 年上半年, Ingrid Daubechies 出版了《Ten Lectures on Wavelets》(美国 Society for Industrial Applied Mathematics 出版), 该书系统论述了正交小波的紧致性、正则性、对称性及时频特性, 介绍了离散和连续小波变换等, 是一本有重要影响的学术著作。该著作一出版就引起全世界的普遍关注, 当年(1992 年下半年)就第二次印刷, 1994 年第三次印刷, 1995 年第四次印刷, 1997 年第五次印刷, 1999 年第六次印刷, 2002 年第七次印刷, 印数总量超过 15000 册, 创历史上学术著作新高。

(25) 1997 年, 由李建平组织并任主编、8 位博士完成的《小波分析与信号原理——理论、应用及软件实现》列入全国高技术出版计划, 得到钱伟长院士出版基金资助, 并多次修订重印, 该书获得 1999 年国家科技进步奖(科技著作)二等奖。

(26) 2000 年, 完全由小波分析构成的静止图像世界标准 JPEG2000 标准形成。

(27) 2000 年 4 月 19 日, 国际上第一个小波分析专门研究机构“国际小波分析应用研究中心”在后勤工程学院成立。

(28) 2002 年, 世界上第一份全英文小波分析国际学术期刊 International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing 向全世界公开发行人(World

Scientific Publishing Co. 出版)。

(29) 2004 年国际计算机学术大会、第三届小波分析及其应用国际学术大会、第二届智能体媒介技术国际学术大会于 2004 年 5 月 28 日至 30 日在后勤工程学院成功召开,30 多位外国专家(含 8 位主要创始人)、共计近 300 名专家参加了大会。

为小波分析的发展做出原创性贡献的有五位重量级科学家,他们是 Morlet(提出了小波分析的基本概念),Grossmann(建立了伸缩和平移公式,并从物理上解释了小波概念),Meyer(从数学上建立了小波分析的基本理论体系),Mallat(提出了多分辨分析和快速小波算法),Daubechies(建立了 FIR 共轭滤波器,给出了世界上第一个应用效果很佳的小波基)。Daubechies 在《小波十讲》里用十分优美通俗的语言高屋建瓴总结了大家的成果,深刻剖析了小波分析的本质和内涵,深入浅出描述了公式定理,全面详尽解释了难点疑点,使读者能零距离接触小波分析,并应用其理论解决问题。这就是《小波十讲》风靡全世界的原因。

本书的修订重印得到国家 863 高技术计划项目、国家自然科学基金项目、重庆市科技攻关重点项目、重庆市信息产业发展资金项目资助,得到后勤工程学院、电子科技大学领导和专家的大力支持,在此,译者谨向他们表示衷心感谢。

本次修订重印还会存在错误之处,恳请读者批评,Email:jpli2222@yahoo.com, jpli2222@uestc.edu.cn

李建平

中国人民解放军后勤工程学院国际小波分析应用研究中心

中国 重庆 400016

电子科技大学计算机科学与工程学院

中国 成都 610065

2004 年 8 月 26 日

原著前言

小波分析是在应用数学的基础上发展起来的一门新兴学科,近十年来得到了飞速的发展。众多的科学家(Morlet, Arens, Fourgeau, Giard 等)在小波分析这一领域取得了令人瞩目的成就。他们之所以取得成功有很多方面的原因,一方面,小波分析作为近二三十年从工程、物理及纯数学发展起来的综合学科,吸引着越来越多的来自不同行业的科技工作者;另一方面,小波分析是一种精确而简单的数学工具,在许多行业有着广泛的应用。信号小波分析、小波分析快速算法和积分变换已经取得了令人兴奋的成绩,其他更广泛的应用正在被研究。凭借其广泛的应用,小波分析引起了越来越多科学家的兴趣。

本书共有 10 章,包括了 1990 年 6 月,我以主讲人的身份,在美国洛维尔(Lowell)大学举行的 CMBS 会议上所做的 10 次报告。按照 CMBS 大会的惯例,其他报告人——G. Battle, G. Beylkin, C. Chui, A. Cohen, R. Coifman, K. Grochenig, J. Liandratt, S. Mallat, B. Torresani 和 A. Willsky 等,做了关于小波在他们工作中应用的报告。此外还组织了 3 个工作室,用来展示小波分析在应用物理和求逆问题、群论、调和分析、信号分析方面的理论成果。与会者包括活跃在小波分析和数学领域的科研工作者,和那些对小波了解甚少但想进一步了解的科学家和工程师们。在所有与会者中,后者占了很大的比例。为了给我们以后的工作打下坚实的基础,我把向与会者提供小波分析入门指南作为自己的一项任务。在我做的报告中,三分之二是小波基本理论,剩余三分之一提供了较新的和没有发表的成果。同样的分类也反映在这本书中。因此,我相信本书对小波分析的学习非常有帮助,它不仅可以作为入门读本,也可以作为研究生的教材。CMBS 大会的其他内容没有被收入,本书反映更多的是我自己所做的工作。为了更好的说明具体应用,在很多例子中我引用了参考文献。其他关于小波的书籍有:《Wavelets and Time Frequency Methods》——Combes, Grossmann 和 Tchamitchian 著,包含了 1987 年在法国举行的国际小波会议的论文集;《Ondelettes》——Y. Meyer 著,包含了对小波数学方面的描述,较少地涉及其他学科;《Les Ondelettes en 1989》——P. G. Lemarie 著,对在巴黎大学做的演讲的整理;《An Introduction to Wavelets》——C. K. Chui 著,关于小波近似理论的介绍。1989 年举行的国际小波会议的论文集也即将出版。此外,很多向 CMBS 会议投稿但没有来参加会议的作者,都被邀请写了关于自己所做小波工作

的文章,由它们编成的《Wavelets and their Applications》可看成本书的姐妹篇。《Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications》——C. K. Chui 著,是另一本关于小波方面的书籍。我还了解到有几本有关小波的书籍和 M. Holschneider 的专论正在编撰之中,《IEEE Trans. Inform. Theory in March》1992. 3,《Constructive Approximation Theory》和《IEEE Trans. Sign. Proc》1993 中都收录了小波方面的文章。近期出版的下列书中涉及到小波方面的章节,如:《Multirate Systems and Filter Banks》——P. P. Vaidyanathan 著;《Quantum Physics, Relativity and Complex Space-time; Towards a New Synthesis》——G. Kaiser 著。读者可以在这些书籍和文章中进一步了解到关于小波方面的知识。从以上成果我们可以看出小波的发展是多么的迅速。

本书基本上反映了我在会议上所做报告的内容和顺序,每一章就是一次报告的内容。第 1 章对小波变换进行了概括性的描述,后续章节则进行了较详细的讲解。第 2 章介绍了连续小波变换,第 3 章介绍了离散小波变换:框架,第 4 章介绍了时频密度和正交基。在这几章中,我们论证了加窗傅里叶变换和小波变换的许多结论,并且两者是并行的,方便读者进行比较区分。第 5 章介绍了正交小波基和多分辨分析,第 6 章介绍了紧支正交小波以及子带编码,第 7 章介绍了紧支撑小波正则性,第 8 章介绍了紧支撑小波的对称性,第 9 章介绍了正交基是一种好的基,而且适用于许多傅里叶变换不适用的泛函空间。这一章的数学论证较多,并和其他章节的小波应用没有太多的关联,对小波原理没有兴趣的读者可以略过。我将它写出来有几个原因:关于它们的证明对调和分析、 $T(1)$ 定理和数值分析是十分重要的。此外,对 Calderón - Zygmund 分解定理用不同的尺度技巧给出了详细的证明。这种技巧在小波出现以前早就在调和分析中使用了。第 10 章介绍了不同伸缩因子的正交小波基的构造方法:伸缩因子为 2 的多维小波的张量积多分辨分析或不可分算法;伸缩因子为整数或小数,但不是 2 的正交小波基;采用分段方法的频率分析;在一个区间上的小波基。本书中每章都用了一些上标数字对正文进行注释,这样读者既可以更好地理解每章内容,又保持了行文的连贯性。

本书是一本数学书,证明了很多定理。要求读者有一定的数学基础,熟悉傅里叶变换和傅里叶系数的基本性质。我们引用了一些基本的原理和定理。在一些章节熟悉 Hilbert 函数空间是十分有必要的。必要的概念和定理在本书的预备知识中已经做了阐述。

如果读者不熟悉那些预备知识也不必惊慌,本书中的大部分内容只要求有基础的傅里叶分析知识就足够了。此外,我将证明的步骤写得很详细,精通数学的读者可能认为写得过于繁琐。我希望书中的注释,不仅仅吸引数学工作者,而且对有机会读这本书的每一个人都有吸引力。所以我常常避开“定义——引理——命题——定理——推论”的顺序,凭直觉来组织文章,有可能使本书显得比较拖沓。

我只想与读者分享各学科间交叉发展带给我们的快乐。

我想利用这个机会,对主办本次大会的人们——CMBS 大会组委会、Lowell 大学数学系、特别是 G. Kaiser 教授和 M. B. Ruskai 教授表达我的感激之情。这次大会的成功举行和比往届有更多的与会者,是大会组委会高效率组织的结果。正如经验丰富的大会组织者 I. M. James 所说,“一次大会主要依靠几乎做了所有工作的人”;对于 1990 年的 CMBS 会议这个人是 Mary Beth Ruskai。作为大会的组织骨干,她将会议放在第一位,以高效的工作使我花了有限的时间宣讲了我大多数的论著成果。会议之前,我在 Michigan 大学数学系上研究生课程的时候就讲过本书中的内容,我的这次访问得到了美国国家自然科学基金和 Michigan 大学的大力支持,我在这里表示感谢。我还要感谢那些在课堂上配合我的同事和同学们,他们给我反馈了很多信息,提供了很多有用的建议。本书的录入工作是 Martina Sharp 完成的,感谢她的耐心、勤奋和出色的工作成绩。没有她,我是不可能完成本书的。感谢 Jeff Lagarias 编著了本书的注释。感谢帮助我做了很多论证工作的人,尤其是 Pascal Auscher, Gerry Kaiser, Ming - Jun Lai 和 Martin Vetterli。由于本人能力有限,本书可能还存在一些错误,请读者原谅。我还要感谢 Jim Driscoll 和 Sharon Murrell 帮助我整理作者索引。最后,我要感谢我的丈夫 Robert Calderbank,是他的理解和支持帮助我完成了本书!

Ingrid Daubechies

Rutgers University and AT&T Bell Laboratories

序 言 一

由于小波分析的“自适应性”和“数学显微镜性质”,使其被广泛用于基础科学、应用科学尤其是信息科学、信号分析的方方面面,比如:图像处理与传输、信号处理、模式识别(人像识别、语音识别、天体识别等)、地震探测、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、机器视觉、机械故障诊断与监控以及 HDTV 等等。由于小波分析在数字信号分析方面独特的诊断效果,来自不同学科、不同背景、不同兴趣爱好的科技工作者自觉投入到小波分析理论与应用研究中,涌现出一批高水平的论文和著作,在国内外形成一次又一次研究高潮,至今方兴未艾。小波技术是科学家、工程师和数学家们共同创造的,反映了大科学时代学科之间综合、渗透的优势。

世界学术名著《小波十讲》对小波分析的理论和应用研究产生了深刻的影响。该书的二位译者李建平教授、杨万年教授多年从事小波分析理论与应用研究,并取得了突出的研究成果,是目前国际上小波分析研究领域十分活跃的专家,他们的译著有较高的学术水平和学术质量,相信该书的出版会对小波分析与信号信息处理研究产生积极的推动作用。

中国科学院院士
中国人民解放军总参谋部第五十七研究所研究员 博士生导师

朱中梁

2003 年 4 月 29 日

序 言 二

世界从本质上说是非线性的,线性是非线性的特殊情况,非线性才是世界的本质。以非线性为特征的非线性科学是一门跨学科的综合性、边缘性、交叉性科学,旨在揭示非线性系统的共同性质、基本特征和运动规律。作为非线性科学的前沿高技术之一的小波分析,它是傅里叶分析发展史上里程碑式的进展,是傅里叶分析理论发表 180 多年来最佳的继承、总结和发展,对分析工具起着承前启后、继往开来的重要作用,并取得了许多传统分析方法难以实现的显著应用效果。这种分析技术是一种高新技术,是高科技的重要内容,它已经把信息工业和信息技术推向了一个新时代,是当今国际学术研究和产业发展的热点内容之一。

该书的译者李建平、杨万年二位教授长期从事小波分析及其应用研究,李建平教授是博士生导师,杨万年教授是硕士生导师。他们在小波分析研究方面取得了很好的研究成果,发表学术论文 150 余篇,出版小波分析学术著作 12 部,其中李建平教授主编的列入“全国高技术重点图书·信息获取与处理技术领域”的《小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现》一书,获得国家科技进步奖(科技著作)二等奖。

该书翻译出来后,经研究生多次试用,修订了许多错误。相信本书出版后会对我国的科技事业和教育事业产生良好的推动作用。

中国工程院院士
重庆大学教授 博士生导师

2003 年 5 月 6 日

序言三

傅里叶变换(Fourier Transform)应用非常广泛的原因可能是:(1)表达上的直观性;(2)数学上的完美性;(3)计算上的有效性。但是,傅里叶变换仍有许多局限性,比如在整个时间轴上积分,表示了信号的全局特征(变换后,时间是亚元),如果需要分析信号的局部特征(如乐谱、油田勘探等)却无法办到。于是就有了短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform - STFT, 又称 Gabor 变换, Gabor Transform - GT),这种固定窗口分析方法有一定的局部化功能,但效果并不令人满意。后来就有了小波变换(Wavelet Transform)方法,小波变换是强有力的时间-频率分析工具,是在克服傅里叶变换缺点、短时傅里叶变换缺点的基础上发展而来的,已成功应用于很多领域,如信号处理、图像处理、模式识别等。小波变换在遵守测不准关系(即信号不能同时在时域和频域准确定位)的同时,在时域和频域均具有很好的局部化特征,巧妙体现了人类思维观察的辩证关系,这是非常了不起的,它能够为目标信号各个频率子段的频率信息,这种信息对于信号分类是十分有用的。

比利时著名女科学家、美国普林斯顿大学终身教授、小波分析主要创始人 Ingrid Daubechies 撰写的《小波十讲(Ten Lectures on Wavelets)》是一本世界学术名著,是小波分析与信息处理研究领域必读的经典性、纲领性文献。李建平教授是电子科技大学引进的杰出人才,由李建平教授组织翻译的中文版《小波十讲》于2004年出版,后又多次重印,在“两岸三地”(中国大陆、香港、台湾、澳门)和“亚太地区”学术界产生了重要影响。李建平教授长期致力于小波分析理论与应用研究,有较高的国际学术影响力,同时多年在电子科技大学面向博士生、硕士生主讲《小波分析理论与应用》课程,一直使用《小波十讲》作为教材,并被评为学校的优秀主讲课程,此次再版是对第一版的全面修订和提升,可以期待得到广大读者的普遍欢迎。

中国科学院院士
中国科学院成都计算机应用研究所研究员
电子科技大学教授 博士生导师

张景中

2011年4月26日

译者的话

小波分析是近年出现的一种新的数学分析方法。它被数学家和工程师们独立地发现,是多元调和分析 50 年来发展的一个突破性进展,反映了大科学时代学科之间相互渗透、交叉、融合的趋势,是纯粹数学与应用数学及工程技术殊途同归的光辉典范。从 1994 年开始,小波分析曾多次引发了学术研究高潮,在小波分析国际学术会议上,参加者不仅有高等院校、科研机构的人员,而且还有公司企业代表、政府工作人员。“第三届小波分析及其应用国际学术大会”在重庆中国人民解放军后勤工程学院召开,吸引了 40 多位国际知名专家和 200 多位国内专家参加,大会由 World Scientific Publishing Co. 出版论文集 5 本(李建平主编,每本论文集 500 页,每篇论文均被国际四大检索机构之 EI 和 ISTP 同时收录),这些足以显示小波分析的魅力和威力。事实上,小波分析对当前的理论科学、应用科学、尤其是信息科学产生了重要影响,对非线性科学、智能计算、网络与信息安全研究有很好的推动作用,被誉为学科发展的 Windows 平台,具有牵一而动全局的影响力,并形成国际研究热点,其发展方兴未艾。

目前,国内外有一些小波分析方面的书,但这些书或偏重理论研究或偏重某一专题分析或偏重某一应用范围,像 Ingrid Daubechies《小波十讲》这样完美的著作目前很少见。我们在研究生教学中使用此书已达数年,深感它的重要价值与意义,因此汇集师生之力共同翻译了该书的全文。译文中尽可能反映 Daubechies 犀利的文风、严谨的推理和广泛的应用,以期传达小波分析优美的神韵。《小波十讲》与国内外同类书相比有如下特点:

1. 《小波十讲》是一本经典名著,其学术影响力巨大;
2. 《小波十讲》讲的是小波分析共性的关键问题,其中包含世界上第一个应用效果很好的 Daubechies 小波基,现已经形成 JPENG2000 国际标准的重要内容,是国际上公认的经典教材;
3. 《小波十讲》是一本以推广普及小波分析为目的的学术著作;
4. 《小波十讲》原作者 Ingrid Daubechies 是小波分析主要创始人之一。

后勤工程学院国际小波分析应用研究中心与重庆大学数理学院在小波分析研究方面进行了长期合作,并得到多项国家和重庆市科研基金资助。本书的翻译工作是在杨万年教授的组织下完成的。许多专家和研究生为本书的翻译作出了贡

献,其中,重庆大学研究生院部分博士研究生参与了本书翻译的前期工作,重庆大学数理学院黄薇博士翻译了第9章;重庆交通学院杨永琴副教授和后勤工程学院国际小波分析应用研究中心许多同志(如赵刚、潘伟、王森华、谢骏等)为本书的翻译校对、后期修订、联系出版等付出了辛勤劳动;中国科学院院士、中国人民解放军总参谋部第五十七研究所朱中梁研究员,中国工程院院士、重庆大学黄尚廉教授在百忙中为本书列入中国人民解放军总装备部专项资金资助项目撰写了推荐意见,并撰写序言;西安交通大学理学院博士生导师、《工程数学学报》总编程正兴教授审阅了本书译稿,并提出了许多宝贵意见;国内外许多专家为本书的翻译出版作出了贡献,对此译者一并向他们表示衷心感谢。特别感谢重庆大学、后勤工程学院领导和专家对本书翻译出版的鼎力支持。本书的翻译出版是国内外小波分析研究工作集体智慧的结晶。

本书得到国家高技术研究发展计划(863计划)项目资助(2003AA148040)、国家自然科学基金项目资助(69903012,60216263)、重庆市科技攻关重点项目资助(7220-B-13)、重庆市信息产业发展资金项目资助(200113012)。

李建平

中国人民解放军后勤工程学院
国际小波分析应用研究中心
中国 重庆 400016

杨万年

重庆大学数理学院
中国 重庆 400044
2003年7月28日

《小波十讲》中译本修订前言

一、引言

从古希腊人开始,对于知识的研究与探索一直是人类追求的目标。几千年来,情况都是这样的:哲学家研究有关知识的一般特性与规律,而自然科学家孜孜不倦地猎取具体的知识。20 世纪中叶以后,这种研究格局发生了变化。由于知识在人类文明中所起的作用越来越大,不仅是哲学家、逻辑学家和心理学家,而且计算机科学家也在认真地研究知识的一般特性与规律。这是因为人类已经进入了信息化社会,而且正在向知识化社会前进。人类对知识的掌握很大程度上体现为这些汪洋大海般的知识是能够通过计算机和计算机网络操作和使用的。计算机科学家的任务是要研究处理各种复杂知识的理论与方法。这些理论和方法从总体上分为线性和非线性两种。

小波分析的“自适应性质”和“数学显微镜性质”,使得它被广泛用于基础科学、应用科学,尤其是信息科学、信号分析的方方面面,比如:图像处理与传输、信号处理、模式识别(人像识别、话音识别、天体识别等)、地震勘探、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、机器视觉、机械故障诊断与监控、以及 HDTV 等等。由于小波分析在数字信号分析方面具有独特的诊断效果,所以来自不同学科、不同背景、不同兴趣爱好的科技工作者自觉投入到小波分析理论与应用研究中,涌现出一批高水平的论文和著作,在国内外形成一次又一次研究高潮,至今方兴未艾。小波技术是科学家、工程师和数学家们共同创造的,反映了大科学时代学科之间的综合、渗透、交叉的优势。

作为众多学科发展的 Windows 平台,小波分析被认为是当前信号、信息获取与处理领域中一个十分活跃且迅速发展的新领域,它同时具有理论深刻和应用十分广泛的双重意义。

二、小波技术的发展简介

1. 小波技术的起源

小波变换的概念是由法国从事石油信号处理的科学家 J. Morlet 在 1984 年首先提出的,通过物理的直观和信号处理的实际需要经验建立了反演公式,当时未能

得到数学家的认可。正如 1822 年法国的热学工程师 J. B. J. Fourier 提出任一函数都能展开成三角函数的无穷级数的创新概念未能得到著名数学家 J. L. Lagrange, P. S. Laplace 以及 A. M. Legendre 的认可一样。幸运的是,早在 20 世纪 70 年代, A. Calderon 表示定理的发现、Hardy 空间的原子分解和无条件基的深入研究为小波变换的诞生做了理论上的准备,而且 J. O. Stromberg 还构造了历史上非常类似于现在的小波基;1986 年著名数学家 Y. Meyer 偶然构造出一个真正的小波基,并与 S. Mallat 于 1989 年合作建立了构造小波基的多尺度分析、创造性提出快速小波算法(又称 Mallat 算法)之后,小波分析才开始蓬勃发展起来,其中比利时著名女科学家 I. Daubechies 撰写的《小波十讲(Ten Lectures on Wavelets)》对小波在全世界的普及起到了重要的推动作用。它与傅里叶变换、窗口傅里叶变换(Gabor 变换)相比,这是一个时间和频率的局域变换,因而能有效的从信号中提取信息,通过伸缩和平移等运算功能对函数或信号进行多尺度细化分析(Multiscale Analysis),解决了傅里叶变换不能解决的许多困难问题,从而小波变换被誉为“数学显微镜”,它是调和分析发展史上里程碑式的进展,是一项真正意义上的高新技术。

2. 小波技术的发展现状

小波,从字面上理解就是一种小的、短的函数波形,也就是说:小波 = 小 + 波形,凡是一切积分等于零的函数均可以作为小波函数。过去我们分析信号是用傅里叶方法,将信号用正弦和余弦函数展开,这种方法适合变化平稳的信号,而对于非平稳变化信号(如天气预报、地震预测、洪水预防、股市分析、图像识别等等),其效果十分不理想,也就是说傅里叶方法没有局部化能力。而小波分析方法却能精确检测奇异信号。

小波分析的应用是与小波分析的理论研究紧密地结合在一起的。现在,它已经在科技信息产业领域取得了令人瞩目的成就。电子信息技术是六大高新技术中相当重要的一个领域,它的重要方面是图像和信号处理。现今,信号处理已经成为当代科学技术工作的重要部分,信号处理的目的是:准确的分析、诊断、编码压缩和量化、快速传递或存储、精确地重构(或恢复)。从数学的角度来看,信号与图像处理可以统一看作是信号处理(图像可以看作是二维信号),在小波分析的许多应用中,都可以归结为信号处理问题。现在,对于其性质随实践是稳定不变的信号,处理的理想工具仍然是傅里叶分析。但是在实际应用中的绝大多数信号是非稳定的,而特别适用于非稳定信号的工具就是小波分析。

3. 小波技术的应用领域

小波分析的应用领域十分广泛,它包括:数学领域的许多学科;信号分析、图像处理;量子力学、理论物理;银行信息安全管理;军事电子对抗与武器的智能化;军