高等学校工科数学系列丛书

概率论与数理统计学习指导与习题精解

主 编 沈 艳 隋 然

HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

概率论与数理统计
学习指导与习题精解

主编　沈　艳　隋　然

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书是为配合哈尔滨工程大学理学院应用数学系编写的《概率论与数理统计》而编写的教学参考书，与国内通用的各类《概率论与数理统计》教材相匹配。本书每章由五个版块组成，分别为知识要点、典型例题、同步训练题、测验题及《概率论与数理统计》部分习题解答。本书对每一章的知识体系进行了广泛而深入的概括和总结，每一版块内容详细、充实，针对每一例题都有分析、详解和评注，各章还收录了近几年的部分硕士研究生入学考试试题。

本书可作为理工科学生学习概率论与数理统计的同步辅导书，也可作为习题课参考书，更可作为考研学生考前强化训练的自学辅导书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导与习题精解/沈艳，隋然主编．—哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2012.3

ISBN 978－7－5661－0324－6

Ⅰ．①概…　Ⅱ．①沈…　②隋…　Ⅲ．①概率论－高等学校－教学参考资料　②数理统计－高等学校－教学参考资料　Ⅳ．①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 029318 号

出版发行　哈尔滨工程大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码　150001
发行电话　0451－82519328
传　　真　0451－82519699
经　　销　新华书店
印　　刷　哈尔滨工业大学印刷厂
开　　本　787mm×960mm　1/16
印　　张　17.75
字　　数　371 千字
版　　次　2012 年 3 月第 1 版
印　　次　2012 年 3 月第 1 次印刷
定　　价　35.00 元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　　言

概率论与数理统计是大学理工科、经济学、管理学等非数学类专业的基础课，也是硕士研究生入学考试的必考科目. 为了帮助在校大学生学习及准备考研的同学复习好概率论与数理统计，依据国家教育部制定的高等学校《工科数学课程教学基本要求》及最新的《全国工科、经济学硕士研究生入学考试数学考试大纲》，并结合哈尔滨工程大学理学院应用数学系主编的教材《概率论与数理统计》（哈尔滨工程大学出版社 2012 年出版）我们编写了此书。全书紧扣《概率论与数理统计》教材，共分 10 章，内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析及随机过程简介。

本书的主要特点如下：

一、对基本概念、基本理论进行剖析，并通过例题对重要概念、定理和公式加以强化讲解，使学生们能够深刻领会其中的精髓。

二、每章都编排有典型例题、同步训练题、测验题及《概率论与数理统计》部分习题解答，内容详尽充实，题型丰富，语言简练。

三、习题中选编了近几年来与考研相关的试题，可以使学生在刚接触概率论与数理统计时，就对考研数学的试题有所了解，使学生们在解题思路、方法和技巧上有所提高。

参加本书编写的成员有国萃（第 1 章）、李彤（第 2 章）、凌焕章（第 3 章）、隋然（第 4 章）、郑雄波（第 5 章）、王珏（第 6 章）、王立刚（第 7 章）、刘献平（第 8 章）、孙薇（第 9 章）、廉春波（第 10 章）。全书由沈艳、隋然担任主编，沈艳、隋然统稿。

在本书的编写过程中，我们得到了哈尔滨工程大学理学院应用数学系广大教师的支持和帮助，也得到了学校各级领导的鼓励和指导，在此表示衷心感谢。

本书成书仓促，错误和疏漏之处在所难免，恳请数学界同仁和读者予以指正。

编　者

2012 年 2 月

目　　录

第1章　随机事件及其概率

【本章基本要求】

1. 了解样本空间(基本事件空间)的概念,理解随机事件的概念,掌握事件的关系及运算.

2. 理解概率、条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会计算古典型概率和几何型概率,掌握事件加法、减法和乘法的概率公式,全概率公式以及贝叶斯公式.

3. 理解事件独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算的方法,理解独立重复试验的概念.

【本章重点】

随机事件与样本空间;事件的关系与运算;概率的概念;概率的基本性质;古典型概率;几何型概率;条件概率;概率的基本公式;事件的独立性;独立重复试验.

【本章难点】

把复杂事件分解为若干个简单事件的交或并,从而利用概率论的基本定理与基本公式计算随机事件的概率,是读者应该掌握的基本方法,也是本章的重点和难点.

1.1　知识要点

1.1.1　随机试验

1. 随机试验

在概率论中,我们称具有以下三个特点的试验为随机试验,简称为试验,常用字母E表示:

(1) 可以在相同条件下重复进行的试验;

(2) 在进行一次试验之前,不能事先确定试验的哪个结果会出现;

(3) 试验的全部可能的结果是明确的.

1.1.2　样本空间　随机事件

1. 样本空间

随机试验E的所有可能结果组成的集合称为E的样本空间,记为S. 样本空间的元素,即E

的每个结果,称为样本点,记为 e. 样本空间可简记为 $S = S(e)$.

评注 样本空间中的样本点可以是有限个,也可以是无穷个;可以是数也可以不是数. 试验目的不同,决定了样本空间中的样本点不同.

2. 随机事件

试验 E 的样本空间 S 的子集称为 E 的随机事件,简称为事件. 事件是概率论中最基本的概念.

由一个样本点组成的单点集称为基本事件.

样本空间 S 包含所有的样本点,所以在每次试验中它总是发生的,称为必然事件.

空集 $\varnothing$ 中不包含任何样本点,在每次试验中都不发生,称 $\varnothing$ 为不可能事件.

3. 事件间的关系

(1) 包含:若 $A \subset B$,则称事件 B 包含事件 A. 这里指的是,事件 A 发生,必然导致事件 B 的发生.

(2) 相等:若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$,即 $A = B$,则称事件 A 与 B 相等.

(3) 和:事件 $A \cup B = \{e \mid e \in A$ 或 $e \in B\}$ 称为事件 A 与 B 的和事件. 当且仅当事件 A,B 中至少有一个发生时,事件 $A \cup B$ 发生. $A \cup B$ 也记作 $A + B$.

类似地,当 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个事件发生时,称和事件 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$ 发生.

(4) 积:事件 $A \cap B = \{e \mid e \in A$ 且 $e \in B\}$ 称为事件 A 与 B 的积事件. 当且仅当事件 A 与 B 都发生时,事件 $A \cap B$ 发生. $A \cap B$ 也记作 AB.

类似地,当 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 都发生时,称积事件 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i$ 发生.

(5) 差:事件 $A - B = \{e \mid e \in A$ 且 $e \notin B\}$ 称为事件 A 与 B 的差事件. 当且仅当事件 A 发生而事件 B 不发生时,事件 $A - B$ 发生.

对任一事件 A,有

$$A - A = \varnothing, A - \varnothing = A,\ A - S = \varnothing$$

(6) 互不相容(互斥):若 $AB = \varnothing$,则称事件 A 与 B 是互不相容的或互斥的,表示事件 A 与 B 不能同时发生.

n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互不相容,是指其中任意两个事件都是互不相容的,即 $A_i \cap A_j = \varnothing\ (i \neq j; i,j = 1,2,\cdots,n)$.

(7) 对立(互补):若 $A \cup B = S$ 且 $A \cap B = \varnothing$,则称事件 A 与 B 为互补事件,也称 A 与 B 为对立事件,记 $B = \bar{A}$.

评注 对立事件必是互不相容(互斥)的,但互不相容的两个事件不一定是对立事件.

4. 事件的运算规律

在进行事件运算时,经常要用到以下的运算律:

交换律　$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

结合律　$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

分配律　$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

德·摩根(De. Morgan)律　$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

对于差事件的运算,有

$$A - B = A\bar{B} = A - AB$$

1.1.3　频率与概率

1. 频率

在相同条件下进行了 n 次试验,在这 n 次试验中,随机事件 A 发生的次数 n_A,称为事件 A 发生的频数. 比值 $\frac{n_A}{n}$ 称为事件 A 发生的频率,记为 $f_n(A)$.

频率表示 A 发生的频繁程度. 频率愈大,意味着 A 在一次试验中发生的可能性愈大. 当 n 逐渐增大时,频率 $f_n(A)$ 逐渐稳定于某个常数,我们称这个"稳定值"为事件 A 发生的概率.

2. 概率

设 E 是随机试验, S 是其样本空间. 对于 E 的每一个事件 A,有唯一的实数与之对应,记为 $P(A)$,称 $P(A)$ 为事件 A 发生的概率. 如果函数 $P(\cdot)$ 满足以下条件:

(1) 非负性　对每个事件 A, $P(A) \geqslant 0$;

(2) 规范性　对于必然事件 S, $P(S) = 1$;

(3) 可列可加性　若 $A_1, A_2, \cdots$ 是两两互不相容的事件,即当 $A_iA_j = \varnothing (i \neq j; i,j = 1,2,\cdots)$,有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$

称这个定义为概率的公理化定义.

3. 概率的基本性质

性质 1　$P(\varnothing) = 0$.

性质 2　若 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互不相容,则

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) \text{(有限可加性)}$$

性质 3　若事件 A, B 满足 $A \subset B$,则有

$$P(B - A) = P(B) - P(A), P(B) \geqslant P(A)$$

性质 4　对任意事件 A, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

性质 5　对任意事件 A, B 有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$
$$P(A \cup B) \leqslant P(A) + P(B)$$

进一步地,性质 5 还可推广到多个事件的情形:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1A_2) - P(A_2A_3) - P(A_1A_3) + P(A_1A_2A_3)$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n}^{n} P(A_iA_j) + \sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant n}^{n} P(A_iA_jA_k) + \cdots + (-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n)$$

1.1.4 等可能概型

1. 等可能概型

若随机试验 E 满足以下条件:

(1) 样本空间 S 只有有限个样本点;

(2) 每个样本点出现的可能性相同.

称这类随机现象的数学模型为等可能概型. 等可能概型中,事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{A\text{ 中包含的基本事件数}}{S\text{ 中基本事件的总数}}$$

2. 几何概型

若试验 E 满足以下条件:

(1) 样本空间 S 是一个几何区域,这个区域的大小是可以度量的,并把对 S 的度量记为 $m(S)$;

(2) 向区域 S 内任意投掷一个点,它落在区域内任一点处都是等可能的.

称这类随机现象的数学模型为几何概型. 在几何概型中,事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)}$$

1.1.5 条件概率 全概率公式 贝叶斯公式

1. 条件概率

设 A,B 是两个事件,且 $P(A) > 0$,称

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

为在事件 A 发生的条件下,事件 B 发生的条件概率.

2. 乘法公式

对于事件 A,B,若 $P(A) > 0$,则有

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A)$$

若 $P(B) > 0$,则有

$$P(AB) = P(B)P(A|B)$$

进而推广到 $A_1,A_2,\cdots,A_n(n \geqslant 2)n$ 个事件积的情形. 设 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1}) > 0$,则有

$$P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

3. 全概率公式

在计算较复杂的概率时,经常将复杂事件分解成互不相容的简单随机事件之和,分别计算出这些简单随机事件的概率后,利用概率的可加性得到所求事件的概率.

(1) 样本空间 S 的一个划分

设 S 为试验 E 的样本空间,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 E 的一组事件. 若 $B_iB_j = \varnothing(i \neq j;\ i,j = 1,2,\cdots,n)$,并且 $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n = S$,则称 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 是样本空间 S 的一个划分.

(2) 全概率公式

设试验 E 的样本空间为 S, A 为 E 的一个事件,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分,且 $P(B_i) > 0,i = 1,2,\cdots,n$,则有

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n) \\ &= \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i) \end{aligned}$$

这个公式称为全概率公式.

评注 用全概率公式求解问题的关键在于寻找 $B_1,B_2,\cdots,B_n$,而 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 应是导致 A 发生的原因,故用找原因的方法确定 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 比较方便.

4. 贝叶斯公式

设试验 E 的样本空间为 S, A 为 E 中的事件,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分,且 $P(A) > 0$, $P(B_i) > 0\ (i = 1,2,\cdots,n)$,则有

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(B_j)P(A|B_j)}$$

这个公式称为贝叶斯(Bayes) 公式.

评注 在全概率公式和贝叶斯公式中,B_i 是导致 A 发生的诸多原因之一. “由因溯果” 用全概率公式,也称为先验概率,“由果溯因” 用贝叶斯公式,也称为后验概率.

1.1.6 事件的独立性

1. 两个事件的独立性

若 $P(AB) = P(A)P(B)$,则称事件 A 与事件 B 相互独立.

若事件 A,B 相互独立,则事件 $\bar{A}$ 与 B,A 与 $\bar{B}$,$\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立.

实际上,两个事件相互独立的直观含义是其中一个事件的发生对另一个事件的发生没有

影响.

2. 多个事件的独立性

(1) 三个事件两两独立

设 A,B,C 是三个事件,如果下面的等式成立:

$$\begin{cases} P(AB) = P(A)P(B) \\ P(AC) = P(A)P(C) \\ P(BC) = P(B)P(C) \end{cases}$$

则称三个事件 A,B,C 两两独立.

(2) 三个事件相互独立

设 A,B,C 三个事件两两独立,且满足 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$,则称三个事件 A,B,C 相互独立.

推广到更一般的情形,设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 n 个事件,若对于所有可能的 $1 \leqslant k_1 < k_2 < \cdots < k_l \leqslant n$,等式

$$P(A_{k_1}A_{k_2}\cdots A_{k_l}) = P(A_{k_1})P(A_{k_2})\cdots P(A_{k_l}) \quad (l = 2,3,\cdots,n)$$

成立,则称 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立.

评注 在实际应用中,事件的独立性我们可根据事件的实际意义来判断,而不必根据定义来判断.

1.2 典型例题

例 1 设 A,B,C 为三个事件,下述运算关系错误的是( ).

A. 若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$,则 $A = B$　　B. 若 $(A \cup B) \subset C$,则 $A = C - B$

C. $\overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}$　　D. $(AB)(A\bar{B}) = \varnothing$

解 B.

例 2 设 A,B 为两个事件,且 $A \neq \varnothing, B \neq \varnothing$,则 $(A+B)(\bar{A}+\bar{B})$ 表示( ).

A. 必然事件　　B. 不可能事件

C. A 与 B 不能同时发生　　D. A 与 B 恰有一个发生

分析 本题主要考查事件的运算规律. 易得 $(A+B)(\bar{A}+\bar{B}) = A\bar{B} + B\bar{A}$,故选 D. 注意不要错选 C,它表示 $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$.

解 D.

例 3 (2009,数学三) 设事件 A,B 互斥,则( ).

A. $P(\bar{A}\bar{B}) = 0$　　B. $P(AB) = P(A)P(B)$

C. $P(A)=1-P(B)$　　　　D. $P(\bar{A}\cup\bar{B})=1$

分析　本题考查互斥的定义和德·摩根定律的应用. 因为事件 A,B 互斥,于是有 $AB=\varnothing$,即 $\bar{A}\cup\bar{B}=S$,故 $P(\bar{A}\cup\bar{B})=1$.

解　D.

例 4　设 A,B 为两事件,且已知 $P(B)=0.5$,$P(A\cup B)=0.7$,则 $P(A\bar{B})=$(　　).

A. 0.4　　B. 0.3　　C. 0.2　　D. 0.1

分析　由于 $AB\subset A$,且 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$,所以 $P(A\bar{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=P(A\cup B)-P(B)=0.7-0.5=0.2$.

解　C.

例 5　20 件产品,其中 18 件正品,2 件次品,从中任取 2 件,则至少有一件为次品的概率为(　　).

A. $1-\left(\dfrac{18}{20}\right)^2$　　B. $1-\dfrac{C_{18}^2}{C_{20}^2}$　　C. $C_2^1\left(\dfrac{9}{10}\right)^2$　　D. $\left(\dfrac{9}{10}\right)^2$

分析　设事件 $A_i=\{$第 i 次取到次品,$i=1,2\}$,则

$$P(A_1\cup A_2)=1-P(\overline{A_1\cup A_2})=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2})=1-\frac{C_{18}^2}{C_{20}^2}$$

解　B.

例 6　设 A,B,C 三事件两两独立,则 A,B,C 相互独立的充要条件是(　　).

A. A 与 BC 独立　　B. AB 与 $A\cup C$ 独立

C. AB 与 AC 独立　　D. $A\cup B$ 与 $A\cup C$ 独立

分析　由题设知

$$P(AB)=P(A)P(B),P(AC)=P(A)P(C)$$
$$P(BC)=P(B)P(C)$$

所以 A,B,C 相互独立的充要条件是

$$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)\Leftrightarrow P(ABC)=P(A)P(BC)\Leftrightarrow A\text{ 与 }BC\text{ 独立}$$

解　A.

例 7　设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\dfrac{1}{9}$,A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等,则 $P(A)=$(　　).

A. 1　　B. $\dfrac{8}{9}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

分析　由题设有 $P(AB)=P(A)P(B)$,$P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$,且 $P(\bar{A}\bar{B})=\dfrac{1}{9}$,所以有

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{9}$$

$$P(A) - P(AB) = P(B) - P(AB) \Rightarrow P(A) = P(B)$$

故

$$1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) = \frac{1}{9}$$

即

$$1 - 2P(A) + P^2(A) = \frac{1}{9}$$

从而

$$P(A) = \frac{2}{3} \quad (\text{这是由于 } P(A) \leqslant 1)$$

解 D.

例 8 (2003,数学四) 对于任意事件 A,B,有( ).

A. 若 $AB \neq \varnothing$,则 A,B 一定独立　　B. 若 $AB \neq \varnothing$,则 A,B 有可能独立

C. 若 $AB = \varnothing$,则 A,B 一定独立　　D. 若 $AB = \varnothing$,则 A,B 一定不独立

分析 本题考查独立与互斥之间的关系. 事实上,独立与互斥之间没有必然的互推关系. 若 $AB \neq \varnothing$ 推不出 $P(AB) = P(A)P(B)$,因此推不出 A,B 一定独立,排除 A;若 $AB = \varnothing$,则 $P(AB) = 0$,但 $P(A)P(B)$ 是否为零不确定,因此 C 和 D 也不成立.

解 B.

例 9 掷三颗骰子,则 3 个点数能排成公差为 1 的等差数列的概率为________.

分析 由于每个骰子有 6 个点数,因此基本事件共有 $6 \times 6 \times 6 = 216$ 个. 而掷出点数能构成公差为 1 的等差数列由 1,2,3 或 2,3,4 或 3,4,5 或 4,5,6 组成,于是所求概率为 $\frac{4 \times 3!}{216} = \frac{1}{9}$.

解 $\frac{1}{9}$.

例 10 (2007,数学三) 在区间(0,1) 中随机地取两个数,则两数之差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为________.

分析 显然,这是一个几何概型,设 x,y 为所取的两个数,则样本空间 $S = \{(x,y) \mid 0 < x,y < 1\}$,记 $A = \left\{(x,y) \in S \,\middle|\, |x-y| < \frac{1}{2}\right\}$,故

$$P(A) = \frac{A \text{ 的面积}}{S \text{ 的面积}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1} = \frac{3}{4}$$

解 $\frac{3}{4}$.

例 11 设 10 件产品中有 4 件不合格品,从中任取两件,已知所取两件产品中有一件是不合格品,则另一件也是不合格产品的概率为________.

分析 设事件 A 表示所取两件产品中有一件是不合格品的事件,B 表示另一件也是不合格品的事件,则 AB 表示所取两件产品都是不合格品的事件,则有

$$P(A)=\frac{C_4^1C_6^1+C_4^2}{C_{10}^2},\quad P(AB)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}$$

由条件概率公式知

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$$

解 $\frac{1}{5}$.

例 12 设工厂甲和工厂乙生产产品的次品率分别为 1% 和 2%,现从甲厂和乙厂产品分别占 60% 和 40% 的一批产品中随机抽取一件,发现是次品,则该产品属甲厂生产的概率是________.

分析 设 A 为抽到次品,B_1,B_2 分别为甲厂和乙厂的产品,则由全概公式有

$$\begin{aligned}P(A)&=P(AB_1)+P(AB_2)=P(A\mid B_1)P(B_1)+P(A\mid B_2)P(B_2)\\&=0.6\times0.01+0.4\times0.02=0.014\end{aligned}$$

再由贝叶斯公式有

$$P(B_1\mid A)=\frac{P(AB_1)}{P(A)}=\frac{P(A\mid B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{0.006}{0.014}=\frac{3}{7}$$

解 $\frac{3}{7}$.

例 13 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立,$P(A_i)=p_i,i=1,2,\cdots,n$. 则 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中一个也不发生这一事件的概率是________.

分析 $P(\bar{A}_1\bar{A}_2\cdots\bar{A}_n)=P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)\cdots P(\bar{A}_n)=\prod\limits_{i=1}^{n}(1-p_i)$.

解 $\prod\limits_{i=1}^{n}(1-p_i)$.

例 14 设两事件 A,B 满足条件 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$,且 $P(A)=p$,求 $P(B)$.

解
$$P(\bar{A}\bar{B})=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)+P(AB)$$

由已知 $P(\bar{A}\bar{B})=P(AB)$,代入上式,得 $P(B)=1-P(A)=1-p$.

例 15 将 4 个红球和 4 个黄球随机地装在两个盒中,每盒 4 个球,求每盒中有 2 个红球的