楊維楨 著

系統分析

管理決策與資料處理

東華書局印行

系統分析

管理決策與資料處理

著者

楊維楨

東華書局印行

中華民國六十四年四月初版
中華民國七十四年二月五版

大學用書 **系統分析**

全一冊 定價 新台幣一百六拾元整
（外埠酌加運費滙費）

著者	楊維楨
發行人	卓鑫淼
出版者	臺灣東華書局股份有限公司 臺北市博愛路一〇五號
印刷者	合興印刷廠 台北市大理街一三〇巷二弄一號

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號
(64005)

編 序

編者於民國六十年由中央圖書出版社出版「系統分析」一書，內容專介紹ＥＤＰ系統設計技巧。由於近幾年來在台大電機研究所及商學研究所開授「作業研究」「系統分析」等課程，並於經濟部專業研究中心主講類似題材，乃將教材彙編本書，以管理的決策法為主，並補充了資料處理系統設計的方法，旨在提供有志管理科學人士的參考資料及供作大專學生這一方面的課本。本書內容集合了編者近年來在各種刊物發表的獨立文章加以系統的排列，並補充了一些參考資料。雖每章自成一單元，有其優點，但難免有缺連貫性之處，敬祈讀者指正。系統分析乃需要多數專家合作研究的科學方法，在我國對此門學問以國防部、交大、政大、淡江管科所為中心，從事研究者日衆；簡立、田長模、陸明仁、楊必立、林秋山、陳勝年、張家澤、蕭學儒諸先生均有大作出現，使編者獲益匪淺，尤其自張、蕭兩位之編著中參考之處特多，敬表謝忱。

楊維楨

民國64年2月於台灣大學

系統分析目錄

第一章　管理科學之進步與決策問題

1-1 引　　言

回顧人類的歷史我們可發現過去人類遭遇到困難問題的時候所賴以解決之方法有如下幾種：

(1)對超自然主宰者（如神）之懇請。

(2)對社會或政府主權者（如皇帝等）之懇請。

(3)直觀（直覺）。

(4)常識。

(5)純理論。

(6)科學的方法。

由於所遭遇環境與問題之不同上面的方法被適宜地採用，並無何一時期用何種方法等明顯的區別法，但自第1.項逐漸移行至第6.項表現的方法愈來愈細心愈合理化了。通常在解決多數問題的時候我們常將這些方法組合應用。例如在研究室中直覺往往與常識或邏輯同樣地有用。因研究者所不能缺少的受過洗鍊的想像力，常依賴直覺和常識。在生產系統裏稱解決問題之活動為決策 (Decision Making)，它的意義和「管理」相通的。要建立總合性的決策系統等於強調了一個組織的概念，所以系統愈趨複雜，愈需開發精巧的解析手段使決策容易實行。其有效武器便是科學方法所構成的管理科學 (Management Science)。下面介紹管理科學發達的經過及經營決策之基本概念：

1-2　管理科學的發展過程

歷史上生產管理之發展過程大約如下：

1. 1750 年～1800 年

這個時代產生了工廠系統之概念，亞當史密斯 (Adam Smith) 在 1766 年渠所著的國富論 (The Wealth of Nations) 中已看出了由分工可得到三種基本的經濟利益。他認爲由分工可促進熟練（技術與思考）之進步，時間之節省和新器或工具之發明。雖然史密斯沒有作理論上之分析，但分工被認爲是常識上合理的生產方法，而告發達。

2. 1800 年～1850 年

查理巴柏基 (Charles Babbage) 將史密斯之想法加以發展，對生產組織與經濟性提出富於刺激的問題。在 1832 年所發表的 "On the Economy of Machinery and Manufactures" 一書中他一面同意史密斯的分工優點，一面提出史密斯所遺漏的重要優點。他以針 (Pin) 之製造爲例提出史密斯的分工所致生產性利益，以及作爲支付工資標準的所謂邊際熟練（Limiting Skills) 的原則。

3. 1900 年～第二次世界大戰前

有「科學管理鼻祖」之稱的泰勒 (Frederick W. Taylor) 首先實施原來屬於研究或調查分野的生產組織、勞動之控制、配置以及生產控制。

史密斯與巴柏吉屬於觀察者和作家之流，但泰勒卽屬於思考和力行者。當時的生產，實際上由工員決定生產方式並實施生產，故依賴工員之熟練和過去之經驗爲本錢。生產時間或生產成本因由慣例而定，所以不免有浪費的工作或多付的錢。泰勒當過工廠系統勞工之一員，深知這些內容，但他不理會陋習，努力實驗自己的創見，藉以增加生產。他的哲學可歸納爲科學的方法可適用於所有管理問題，也應被適用。工具從事工作的方法應透過科學調查而來的管理所決定。

繼泰勒出現 Carl, Henry L. Gantt, Harrington, Emerson, Frank & Gilbreth (Motion Study 的推動人) 等人依據泰勒的哲學和構架 (Framework) 從事作業。後來 F.W. Harris 首先將數學模型應用於庫存管理；Walter Shewhart 卽首先應用「機率」之原則於品

質控制。現在的生產問題或生產系統模型因適用統計的一般知識和概率之觀念，所以更接近於實際情形。當遇到大規模而複雜的問題，所有變數爲獨立時人們雖然明知需要用數學的方法，但這個時候還不能得到答案，由於沒有高速的計算機幫助，直至 1950 年，尚無法應用數學解析法於工業界。

4. 第二次世界大戰以後

現在的生產管理的概念或方法的發展，可說始於第二次世界大戰以後。軍隊的作業研究催生了新的數學方法和計算方法。同時也使人注意到如何應用舊的方法於戰鬪之作戰問題。這些戰鬪問題方面的應用也逐漸傳遞到產業方面。二次大戰以後 1950 年代開發的有：

(1)線性規劃法及動態規劃等。

(2)數學模型的一般應用。

(3)高速電子計算機。

(4)生產問題之模擬 (Simulation)。

(5)自動化 (Automation)。

(6)人體工學 (Human Engineering) 等。

戰後最重要的科學方法發展爲線性規劃法，由於它的出現可處理大規模而複雜的生產系之中有限的資源之計劃或分擔等很多問題。高速電子計算機之出現使大型線性規劃問題之解答可能，擴大了線性規劃法之應用範圍，於是排隊論 (Queueing Theory)、動態規劃法(Dynamic Programming)、輸入出解析(Input Output Analysis)、競賽理論(Game Theory)、蒙地卡羅法 (Monte Carlo Method) 等數學方法相繼被開發。電子計算機成爲有力工具後不但使計算迅速化也使生產系統模擬運用成爲可能。藉此可判斷有好幾種選擇時各指案之效果，而應用於企業上之意志決定（決策）。

現在模擬方法的開發和利用已被擴大到總生產系統 (Total Production System)上。生產的概念已從狹義的工廠製造擴充成爲廣義的概念，卽包括所有人類活動（系統活動）造成的一切；故知系統模擬已成爲廣義的生產管理之有力武器，並提供了構架 (Framework)。

值得重視的事情是爲了科學地實施動的生產管理，將對象系統之動態特性予以模擬的動態模擬模型(Dynamic Simulation Model)正急速發展中。

由流動系統之力學和控制力學構成動態模擬；這也是大型電子計算機發達之貢獻。

由於科學的管理方法發展，決策全賴總生產系統之模擬而實施；於是對情報（資訊）之認識與要求和處理系統成爲近代化經營所不可欠之東西。尤其是情報已成爲動型總生產系統之主角。依據這種動態系統模擬模型實施管理的具體方法便是所謂工業動態學 (Industrial Dynamics)。

CPM (Critical Path Method) 或網路分析 (Network Analysis) 也是模擬法之一般應用，由於這些方法可實施立案或大規模戰略體制 (Weapon System) 之計劃管理。

計劃評核術(Program Evaluation and Review Technique), PERT 爲網路分析之特殊方法，被應用於實施作業的系統未確立的場合。這些立案控制之管理方法對產業界提供了計劃的立案、評價、控制之可能性。

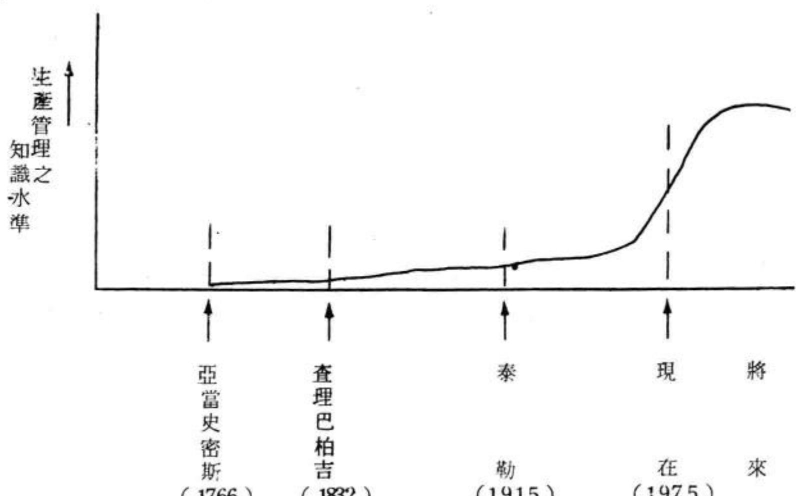

圖 1 - 1 管理知識的進步

PERT 係以「任何計畫祇有時間、資源（人、設備、資金）工作樣式等三種變數」之概念爲基礎。

在網路分析中常見的便是此 PERT 和 PEP (Program Evaluation Procedure)。

有關生產管理的知識之生長曲線約如圖 1-1所示。

1-3　經營管理與決策

經營之基本功能可說在於對組織體決定短期或長期的未來行動途徑的決斷。此種方針決定必牽涉到市場及流通，財務計畫、人才確保政策、選擇可能的工場擴大計畫，資源調度政策，勞動管理等所有實際上的問題或組織上之問題。因之決策之理論朝向如何作合理之決定

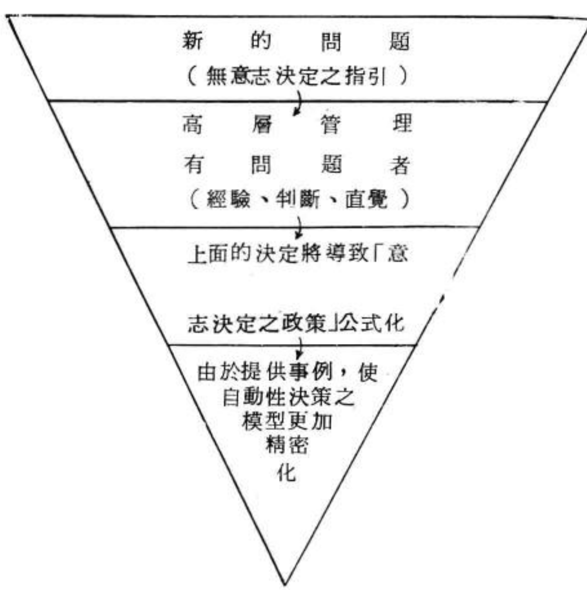

圖 1-2　決策的重要性

，須先確立邏輯上的結構，對可供選擇之各種行動方針模型和現實之世界互相關連。

對天天之操作（即有反複性之意志法定）如有一套決策之規則當可連續而且圓滑地實施。

經營上的新問題發生時通常以所能利用的工具（經營上之經驗判斷、直覺等）予以處理，但爲了誘導今後之決定也可在政策或在手續上予以公式化。這些可分類爲半自動的決定，通常屬於中級管理之領域。產生在某事例的某種問題，由於自身有助於把決策公式模型更加精密化；有時可導致自動性的決定規則。

在經營決定中各分野之重要性可表示如圖 1-2。

經營的科學無法僅賴機械性規則而作用，雖然經營之科學家想把更多的問題領域納入於機械性規則內，但經營之作用是多方面的，所以我們祇能希望減少適用科學方法較難的範圍，而逐漸擴大（如開發很現實的模型）經營科學之應用範圍。

作決策的時候必須從一組可供選擇之方案中選定最佳的行動途徑。爲了判斷何者最佳，我們必須具備測定這些方案之相對價值的規準或價值，也需要具備予測這些可供選擇方案之徑特性之系統。

總合這些即可設定比較判斷方案中所希望的和所不希望的特性之標準。

不過要比較互爲矛盾之各種規準，並決定可供選擇之方案之將來特性是相當麻煩的手續。系統分析便是解決這些問題的有力工具

圖 1-3 表示決策之構造：

經營科學中最大的對象是予測系統，因它關連着我們所要處理之動作構造之模型

我們常想將自己要操作之系統或局部系統之行動影射到某種模型因爲現實狀態如果與模型相似，即操作模型比操作現實系統更易研究特性；所以模型對意志決定之公式化非常重要，可說是予測系統之基礎了

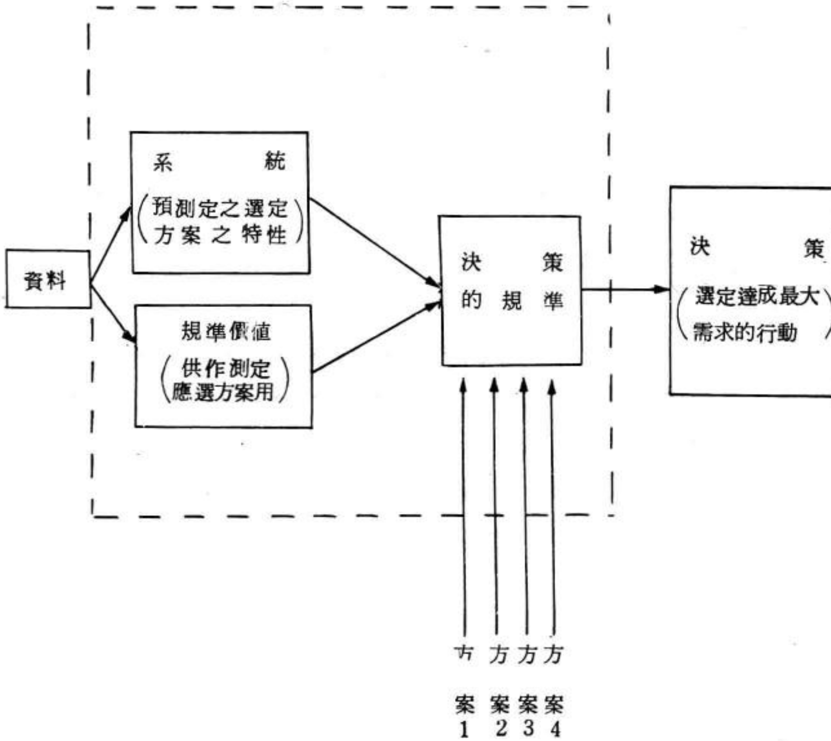
資料
系　統
（預測定之選定方案之特性）
規準價值
（供作測定應選方案用）
決策的規準
決　策
（選定達成最大需求的行動）
方案1
方案2
方案3
方案4

圖 1-3 決策的構造

第二章　計劃與最佳化

2-1　目的函數與限制條件

當決策人員要解決某項問題時，通常有好幾種方法去達成目的。這些問題中固然有爭取時效，不惜化好多錢，不管投入好多勞力者；但大多數場合係在所有方法中選定經濟、省力、迅捷而效果大者爲考慮對象。

例如要一戶一瓶地送牛奶給一千戶，雖然先拿一瓶送一家，再回來取第二瓶送第二戶，再依序一瓶一瓶地配……；照樣可以配完所有訂戶；但化時間，化勞力太多，很少有人這樣做。通常的方法是先取某數量的牛奶出發。沿某路線配送完畢後返店再取牛奶，這時候一次帶一千瓶，恐怕不勝負荷，所以應有中間的合適的數量；同時要求配送距離（或配達時間）最短也應有適當的路線之存在。由是可知當決策人員處理此種計劃問題 (Planning Problem)時必須考慮兩個事項：第一項就前例而言乃是測量什麼是聰明的配達方法的尺度。這個尺度可由配送所需總時間、所需勞力或所需工資大小等加以判斷依何種尺度測量乃視依何種目的來考慮計劃問題而異。總之，計劃問題應有目的 (Object) 之存在。第二項是關於何種方法被容許爲達成目的之手段的規定條件。在上例中配送人所能携帶的牛奶量有體力的限制；使用汽車即除了裝載量尙有使用汽油量之限制；有時某戶會附帶何時以前送達之特別條件。所以我們所面臨的問題少有任何手段方法均可的場合　常需在某限制條件下加以考慮。易言之，要判斷結果之良否時應考慮當事人所被置的周圍條件或限制。附隨於計劃問題之各種條件通常稱之爲限制條件 (Constraint or Restriction)。

上述計劃問題，不僅在工程分野，在經濟社會之分野也容易找出例子；係對由種種要素 (Component or Element) 之活動 (Activity) 有機地組合而成的體系或組織之分析和計劃所不可缺少者。

此種問題基本的數學表現如下：

「當待決定的要素之活動爲 $\boldsymbol{x}$，向量變數 $\boldsymbol{x}$ 屬於某限制領域 R 時，試求出使定義於 R 上之函數 $f(\boldsymbol{x})$ 爲最小值（或最大值）的 $\boldsymbol{x}$ 值 $\boldsymbol{x}^\circ$ 及此時目的函數的最佳值 $f(\boldsymbol{x}^\circ)$。」

領域 R 表示變數 $\boldsymbol{x}$ 被要求包含在其中的限制條件，有時被稱爲限制區域 (Constraint Domain) 。

$f(\boldsymbol{x})$ 係吾人所欲求其最佳值（最小值或最大值）的函數，通常稱爲目的函數 (Objective Function) 。

以上例言，變數 $\boldsymbol{x}$ 乃是將從店舖裏每次帶出的牛奶量 x_1，x_2，……，x_n，…（x_n 爲第 n 次帶出的牛奶量）或指定配達時之路線順序之變數 x_{ijt}（例如第 t 次從 i 戶到 j 戶時 $x_{ijt}=1$，否則爲 0）等總括地指示者。

限制領域 R 便是加於此 x_n 或 x_{ijt} 之限制條件式。例如每次帶出的牛奶量須少於某值 M 時，得表示：

$$0 \leq x_k \leq M,\ k = 1, 2, \cdots\cdots\cdots \tag{2-1}$$

或每戶必須訪問一次之事得表示如

$$\sum_i \sum_t x_{ijt} = 1,\ j = 1,\ 2, \cdots\cdots \tag{2-2}$$

由上述各種條件（等式或不等式）決定的變數 x_k，x_{ijt} 等領域便爲限制領域 R。

目的函數 $f(\boldsymbol{x})$ 如前所述，係將對配送方法 $\boldsymbol{x}$ 之勞力，費用以 $\boldsymbol{x}$ 之函數表示者，如 $\boldsymbol{x}$ 值被指定即隨之定。

例如假定取配送所需總費用爲目的函數，並設此費用係由配送所用汽車租費及配送距離二項要因而定。假定配送車之大小由所裝載之牛奶量 x_k 而定，其租金即與 x_k^2 成比例。又假定與配送距離成比例即令 i 戶到 j 戶距離爲 d_{ij} 時，配送所需總費得表示如下式

$$f(\boldsymbol{x}) = C_1 \sum_k x_k^2 + C_2 \sum_i \sum_j \sum_t d_{ij}\ x_{ijt} \quad \cdots\cdots\cdots (2\text{-}3)$$

但 C_1，C_2 爲正比例常數。

目的函數通常為無向量函數 (Scalar Function)

限制領域R通常由$\boldsymbol{x}$之函數表現，此函數有時以等式表示，亦有由不等式表示之場合；等式表示之場合，例如$g(\boldsymbol{x})=0$得由兩個不等式的組合表示，如

$g(\boldsymbol{x})\geqq 0$，$g(\boldsymbol{x})\leqq 0$，故通常規定R的函數可認為是不等式。有時此限制條件式不為單一之函數，須同時滿足如下m個不等式，如

$$g_1(\boldsymbol{x})\leqq 0,\ g_2(\boldsymbol{x})\leqq 0,\ \cdots,\ g_m(\boldsymbol{x})\leqq 0 \qquad (2\text{-}4)$$

至於變數$\boldsymbol{x}$，有連續量之場合，亦有離散值 (Discrete Value)之場合。上例中取送牛奶員最初携出之牛奶總量x_1 為變數時，如以牛奶瓶配送即為離散值；如裝於大容器到現場再分，即為連續量。於決定路徑時如前所述，取第t次從i戶向j戶場合為$x_{ijt}=1$，否則為$x_{ijt}=0$，即變數x_{ijt}僅取0或1之兩個離散值。

2-2 凸極性 (Convexity)

計劃問題含目的函數和限制條件兩個要因前面已述及，就數學上而言最重要者為凸極性 (Convexity) 性質。

所謂限制領域R為凸之意乃是「令屬於R之任意二點為X_1，X_2時，在連接二點X_1,X_2之線段上之任意點

$$X=\gamma X_1+(1-\gamma)X_2,\ 0\leqq\gamma\leqq 1 \qquad (2\text{-}5)$$

仍再屬於R時，即稱R為凸。」

凸一詞之意義自圖 2-1(a)，(b)可知，因(b)的區域中連X_1,X_2線段上的點跑出外面，故為非凸區域。

(a)凸區域　　(b)非凸區域

圖 2-1 限制領域之凸極性

設於前例，令將牛奶分三次搬運卽（2-1）式變爲

$$0\leqq x_1\leqq M$$

$$0\leqq x_2\leqq M$$

$$0\leqq x_3\leqq M$$

如應配送牛奶總量爲 V，卽 $x_1+x_2+x_3=V$

故課於 x_1, x_2 之限制領域成爲圖 2-2中有斜線之部份

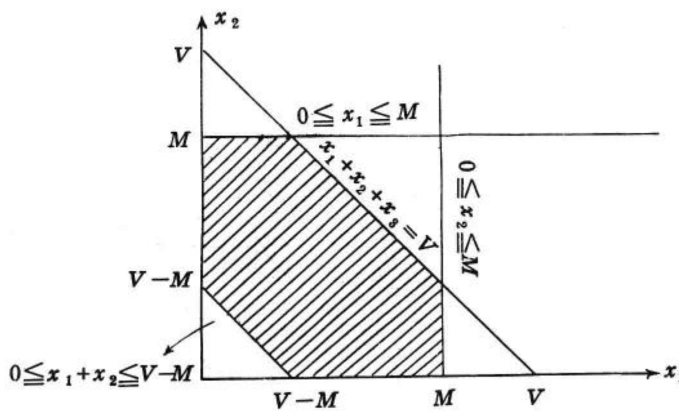

圖 2-2 限制領域

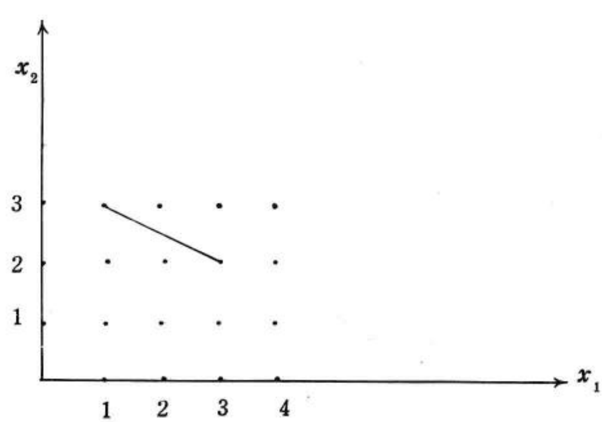

圖 2-3 離散變數領域或非凸極性

如變數 x_1, x_2 僅取整數值時，即等於僅取圖 2-3中之格子點，因連接這些格子點之線幾乎全不是整數值，乃爲非凸極性之極端者。前述 $x_{i,j,t}$ 非 0 即 1 即等於此場合。

如（2-4）各式所指的區域

$$R_i : g_i(\boldsymbol{x}) \leqq 0 \qquad i=1, 2, \cdots\cdots, m \tag{2-6}$$

皆爲凸，即由圖 2-4 可知屬於 R_1 ,R_2,……，R_m 任一者的區域亦爲凸。

$$R = R_1 \cap R_2 \cap \cdots\cdots \cap R_m \tag{2-7}$$

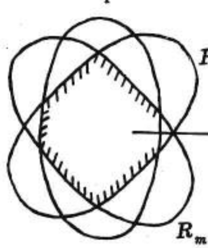

圖 2-4 凸區域之重疊

圖 2-2 斜線所示限制區域亦由

R_1 :　$0 \leqq x_1 \leqq M$

R_2 :　$0 \leqq x_2 \leqq M$

$$R_3 : \begin{cases} 0 \leqq x_3 \leqq M \\ x_1 + x_2 + x_3 = V \end{cases}$$

之重疊而生者。吾人所面臨的問題中以在滿足所有條件R_1，條件R_2……，條件R_m的 $\boldsymbol{x}$ 中求目的函數 $f(\boldsymbol{x})$ 之最佳的場合爲多。

與限制領域之凸極性一樣，吾人亦可定義目的函數之凸極性，即於求取目的函數 $f(\boldsymbol{x})$ 之最小值之場合，如第 2-5 圖所示，今對應$\boldsymbol{x}_1$，$\boldsymbol{x}_2$的目的函數之值爲 $f(\boldsymbol{x}_1)$，$f(\boldsymbol{x}_2)$，而對應於連結 $\boldsymbol{x}_1$,$\boldsymbol{x}_2$ 的線段上任意