

经
济
科
学
译
库

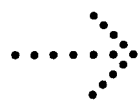
Microeconomic
Theory:
a Concise
Course

微观

微观经济理论： 精略教程

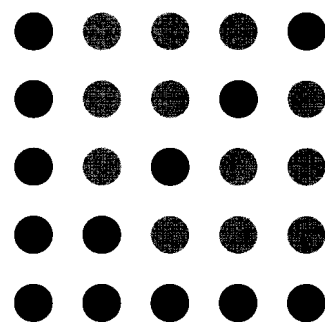
詹姆斯·伯金 / 著
James Bergin

杨其静 等 / 译校



经济科学译库

微观经济理论： 精略教程



詹姆斯·伯金 / 著

James Bergin

杨其静 等 / 译校

Microeconomic
Theory:
a Concise Course

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

微观经济理论：精略教程/伯金著；杨其静等译校. —北京：中国人民大学出版社，2012. 3
（经济科学译库）

ISBN 978-7-300-15136-6

I. ①微… II. ①伯…②杨… III. ①微观经济学-高等学校-教材 IV. ①F016

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 039638 号

经济科学译库

微观经济理论：精略教程

詹姆斯·伯金 著

杨其静 等 译校

Weiguan Jingji Lilun: Jinglüe Jiaocheng

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010 - 62511242（总编室）

010 - 62511398（质管部）

010 - 82501766（邮购部）

010 - 62514148（门市部）

010 - 62515195（发行公司）

010 - 62515275（盗版举报）

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com>（人大教研网）

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

版 次 2012 年 4 月第 1 版

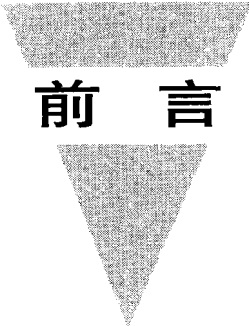
印 张 21.5 插页 2

印 次 2012 年 4 月第 1 次印刷

字 数 466 000

定 价 55.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



前言

本书涵盖了研究生课程中微观经济理论方面的一些传统主题。作者力求简明扼要且又深入细节地总结了每个主题的主要观点。除了个别例外，在没有阅读其他章节的情况下，阅读任何一章都是可能的，因此每一章都可以独立阅读。每一章所需要的时间都与现实的教学设置相对应。

本书并不是作为一本教科书来写的，因而也没有提供习题和教学材料。然而，我们仍然希望它能够成为一本有用的辅助读物，因为大部分的内容在任何的研究生微观经济学教学方案中都有所涉及。本书对各个主题的陈述方式是建立在这样的假设基础上，即假设读者已经对相关问题有所了解，进而试图获得更深入的认识，或者另外一种观点。

本书在一定程度上反映了作者在一些问题上的个人观点，例如：本书相当重视信息经济学和统计学；同时介绍了拍卖中涉及的一些细节；其中一章还介绍了匿名博弈及其在宏观经济学方面的一种应用，等等。这些内容有非常广泛的来源，但主要来源是在每一章结尾处的参考文献——虽然某些章节的参考文献较其他章节更多。在某些情况下，每一章的内容几乎完全依赖少数的文献（例如第8章）；在其他情况下，讨论的范围非常广泛，可能包含不同于参考文献的内容。

非常感谢我的家人在我写作本书的过程中给予的支持。感谢牛津大学出版社安德鲁·舒勒（Andrew Schuller）为本书所做的工作；感谢卡罗尔·拜斯利（Carol Bestley）和詹妮弗·威尔金森（Jennifer Wilkinson）在成书过程中的指导。随后的章节概要部分主要描述了每一章的内容。



章节概要

第1章研究了决策理论。本章以序数偏好为起点；而且，为了保证最优选择的存在和能够以效用函数的形式来表示序数偏好，给出了一些充分条件。接着，讨论了风险状况下的决策问题。该讨论的起点是冯·诺依曼-摩根斯坦模型。这一模型构建起一个平台来讨论冯·诺依曼-摩根斯坦理论的缺陷，并思考其他保持简单结构的可能替代模型。这些讨论分化成两个部分：中间性模型，其无差异曲线为线性但非平行线；排序模型（rank order models），允许非线性的无差异曲线。本章最后的部分讨论了不确定条件下的决策。不确定决策与风险决策的讨论逻辑类似，但用萨维奇理论（the theory of Savage）替代了冯·诺依曼-摩根斯坦理论作为讨论的起点。类似地，我们也指出了萨维奇理论的局限，并讨论了所提出的替代。

第2章关注于偏好和风险，并将冯·诺依曼-摩根斯坦偏好下对风险厌恶的讨论作为研究的起点。通过对风险厌恶和资产选择的简要讨论，我们可以得知如何通过风险厌恶的假设来推导出资产组合选择的结论。在描述了状态偏好模型后，我们用绝对风险和相对风险的假设来确定在状态空间下无差异曲线的形状。由于对随机回报的风险存在着很多种测度方法，因此本章详细地讨论了依据占优准则的风险测度。对相关概念完全依据分布来定义，而且与基于偏好的定义相关联。伴随着均值不变展型、条件随机占优、单调或然率占优以及风险率占优等概念，一阶、二阶以及高阶随机占优等概念也相继被解释；并在随后讨论了这些概念之间的关系。另外，本章还介绍了半离差模型。当基于风险的收益成对进行比较时，该模型在作为风险指标方面具有优势。

第3章描述了策略式博弈的基本特征，并考察了多种筛选均衡结果的方法。对于一个参与者如何理性地处理策略决策问题，这些方法提供了其他一些可供选择的视角。其中一部分讨论了纳什均衡，但回避了对知识的思考，而它是纳什均衡的（现代）逻辑基础。本章还以简单的反复试验模型，简要地讨论了纳什均衡的动态稳定性。

第4章讨论了纳什均衡的存在性，并描述了一些主要的均衡精炼（完美，适当，以及持久）。本章同时还列出了一些定点理论，它们出现于对均衡存在的传统证明中。不过，对适当的均衡和序贯均衡之间关系的解释安排在第10章，从而建立了扩展式均衡和策略式均衡间的重要联系。

机制设计在第5章引入。本章同时给出了完全信息和不完全信息的关键分类，并描述了显示原理。本章讨论了直接显示机制和占优策略执行，并将吉巴德—萨特斯威特定理（Gibbard—Satterthwaite theorem）和一些正面结论用来讨论单峰偏好和拟线性偏好。第6章讨论了在策略式博弈和扩展式博弈中，完全信息和不完全信息的执行。本章使用了大量的解概念：纳什解，非劣纳什解（undominated Nash），虚拟执行，以及子博弈完美解。关于单调性和贝叶斯单调性的关键思想得到了阐释，并且展示出它们在设计执行机制中显示出的偏好的基础性作用。这也建立起一些分析框架，用来研究基于其他解的概念或者博弈模式的机制。

第7章描述了独立估价的拍卖，并给出了标准拍卖（一级价格拍卖，二级价格拍卖等）的均衡策略的详细计算。通过计算五种不同类型拍卖的期望收益，解释了基本的收益等价定理，即各种类型的拍卖都满足收益均等的一些关键性的特征（标的物分配给估价最高的买者，而估价最低的一类买者其期望支付为0）。接着，讨论了简化型拍卖。这些都是在此环境中全面学习激励结构的关键。一个重要结论直接来自于激励相容性：除了一个普通常量，分配原则完全决定每种类型下投标人的期望支付。使用简单的包络定理就可以得到这个结论。对于收益的含义的阐述是非常直接的，即收益最大化（最优拍卖）始终是围绕着最优分配原则来求解；而这也通常被用于刻画最优拍卖。最后，本章还包括了一节对风险厌恶的讨论。这里，收益等价关系被打破，越高的风险厌恶带来越高的竞争性出价。这与我们的直觉判断相符：风险厌恶越高，没获得拍卖物带来的损失就越大，因而导致更积极地出价。

第8章研究了估价非独立分布情况下的拍卖。本章刻画了一级价格拍卖、二级价格拍卖以及英式拍卖中的均衡出价策略。通过比较收益可发现，当估价相关时，适用于标准拍卖的收益等价定理失效了。在此，二级价格拍卖中的期望收益至少与一级价格拍卖中的一样大。由此，连接原理（价格与信息正“相关”）得到了验证。最后，本章还详细地讨论了完全盈余攫取。这类似于独立估价环境中的最优拍卖。

第9章介绍了扩展式博弈。本章解释了信息结构——完美信息，不完美信息以及不完全信息；而且，定义了纯行为策略和混合策略。最后，考虑了完美记忆以及混合策略和行为策略等价（以终结点分布的方式）。接着，第10章讨论了扩展式博弈的均衡。本章覆盖了纳什均衡、完美均衡、序贯均衡以及完美贝叶斯均

衡，同时讨论并解释了经典的连锁店悖论的例子。

第 11 章研究了重复博弈。除了一些定义和熟悉的特征性结论之外，相关的讨论解释了与随机性、可观测性、可行性以及凸性等密切相关的一些问题。取支付的平均值和折现值的博弈，与有限重复博弈在一起被讨论。本章还讨论了多期支付博弈中“单次偏离而无收获”的特性，并给出了证明。最后，本章还介绍了不完全信息下的博弈。

第 12 章讨论了信息模型。本章讨论的起点是，当决策者拥有一些信息的情况下，如何追求效用最大化。本章第一部分关注于建立一个分析框架，以便讨论和证明关于混淆和信息价值的布拉克威尔定理。针对信息和单调决策进行了如下讨论：在什么情况下，对于选择变量，较高的价值会导致较高的最优水平？这个问题通过一个简单争论得到检验，而这个争论引发了对状态信号条件分布的随机占优的讨论，以及随后对效用函数超模态的讨论。接着，这引入了对密度的单调总阳性（被视为单调或然条件的对应）的介绍。本章给出了一些与单调总阳性相关的结论。文献搭建了简短回顾超模性和子模性，以及这些概念如何与最优化联系的平台。随后，引入了多参与人的环境。第一个结果是：较多的信息未必更有价值。理性期望的概念和均衡可能不存在都同时被阐释。这里，给出了一个简短的事实证明：在一个理性期望的均衡中，投机获利是不可能的。随后，讨论了在不完全信息下一个精简博弈的均衡。最后，通过描述其独特的属性，从而讨论了三个传统信息模型；相应地，委托代理、筛选和信号模型的信息结构被勾勒了出来。

第 13 章研究了委托代理问题。完全信息下的委托人问题被视为讨论的基准。完全保险的情况只有当委托人风险中性而代理人风险厌恶时才会出现。接着，同样是在完整信息的条件下讨论了委托人风险厌恶和代理人风险厌恶下的有效风险分配问题。随后，本章讨论了不完全信息的情况，即努力水平的不可观测带来了关键的激励问题。不仅详细研究了服从于一阶条件下的优化问题（即一阶方法），而且还给出了保证一阶方法有效的充分条件。其中的一些关键条件与产出分布函数联系，而产出分布函数又与努力水平相关。

这些条件之一就是单调或然率条件。本章还介绍了一些满足充分条件的分布。最后，用单调或然率解释了作为努力信号的产出，而且，无效率的水平也与单调或然率所蕴含的知识信息有关。第 14 章讨论了信号模型，这个模型被用来强调各种均衡精炼的区别。第 15 章研究传统筛选模型，包括混同均衡和分离均衡。

第 16 章讨论了共同知识。本章描述了信息结构，建立了讨论共同知识的框架，给出了共同知识的定义。迭代宣告下的信念收敛问题得到了讨论，而且关于汇总统计的共同知识的含义得到了阐述。在博弈的理论框架中展示了，共同知识的缺乏如何能够导致有限重复囚徒困境博弈中的合作均衡。最后，给出了无贸易理论。

第 17 章介绍了议价问题。本章以议价公理框架为起点。通过例子解释了基础性环境中议价集的来源。四个公理性的解被给出：平均主义的，功利主义的，纳什的，以及格莱—斯末若丁斯基的。而且，本章还给出了关于纳什和格莱—斯

末若丁斯基的特征解的证明。非合作议价问题也得到了讨论，且特别强调了轮流出价模型及其递归结构。纳什议价与轮流出价模型之间的联系得到了阐释。非合作基础的基本逻辑为：若出价的时间间隔接近于0，轮流出价的均衡将收敛于一般纳什议价解。最后，描述了多参与人情形中出现的难点。

第18章研究合作博弈。本章讨论了合作博弈理论中的一些关键思想。核心分配（the core）的理论得到了介绍；而且，通过对偶规划方法阐释了隐藏在非空性（平衡性）背后的关键思想。由于对联合函数的一般性介绍并不涉及基本偏好和选择集等问题，因此这里也只通过和有效性对它进行讨论。接着，讨论了冯·诺依曼-摩根斯坦解，而且冯·诺依曼-摩根斯坦稳定也得到了定义。本章还包括了对夏普利值的描述。

第19章描述了大型博弈，即具有大量参与者的博弈。一次博弈和动态博弈都得到了讨论。讨论集中于匿名博弈，其中只有参与人和行动的分布会影响到任何给定的参与人。本章还讨论了均衡的社会计划者模型。无汇总不确定性也得到了简要的介绍。

第20章研究了进化和学习。本章始于对虚拟博弈和模仿者动态的讨论——两个早期的动态调整或学习模型。随后，给出了随机稳定性的一些详细讨论，包括对不变分布和最小成本树的计算。

一个例子说明了这些计算如何与吸引状态的吸引区域的大小直接联系。第二个计算说明了最小成本树方法如何用于区分随机稳定状态。布拉克威尔可接近性被用来定义在行动上最小化遗憾的策略，而这与关联性均衡相联系。校准预测的概念被定义，而它与关联性均衡之间的关系也被阐释。该章还对贝叶斯学习和鞅收敛理论的关键作用做了简短讨论。最后，讨论了布拉克威尔渐进性。

目 录

第 1 章 决策理论	1
1.1 引言	1
1.2 偏好和最优选择	2
1.3 风险下的决策制定	5
1.4 状态偏好理论	13
1.5 不确定性下的决策	13
参考文献	18
第 2 章 偏好、风险和随机占优	20
2.1 引言	20
2.2 冯·诺依曼-摩根斯坦偏好及风险	22
2.3 风险厌恶及状态偏好理论	25
2.4 随机占优	28
2.5 占优标准的等价性	29
参考文献	36
第 3 章 策略式博弈	37
3.1 引言	37
3.2 策略	38
3.3 求解	39
3.4 纳什均衡	43

3.5 关联均衡	45
参考文献	50
第4章 纳什均衡——存在与精炼	52
4.1 引言	52
4.2 纳什均衡	53
4.3 均衡的存在性	54
4.4 完美均衡	57
4.5 适当均衡	58
4.6 持久均衡	60
参考文献	61
第5章 机制设计	62
5.1 引言	62
5.2 机制	63
5.3 完全信息和不完全信息环境	64
5.4 执行：完全信息	65
5.5 占优策略执行	66
参考文献	76
第6章 执行：完全信息和不完全信息	77
6.1 引言	77
6.2 完全信息环境	79
6.3 策略形式机制（完全信息）	79
6.4 扩展式机制（完全信息）	87
6.5 不完全信息环境	89
6.6 其他机制	93
参考文献	93
第7章 拍卖Ⅰ：独立价值	95
7.1 引言	95
7.2 拍卖程序	97
7.3 收益等价	100
7.4 简化型拍卖	102
7.5 最优拍卖	106
7.6 风险厌恶	110
7.7 效率和最优	112
参考文献	113
第8章 拍卖Ⅱ：依赖估价	114
8.1 分析框架	114
8.2 拍卖方式	116
8.3 价格与信息连接	128
8.4 赢者诅咒	130

8.5 最优性：盈余攫取	131
8.6 法卡斯引理	136
参考文献	137
第9章 扩展式博弈	138
9.1 引言	138
9.2 扩展式博弈表述	139
9.3 策略	140
参考文献	147
第10章 扩展式博弈中的均衡	149
10.1 引言	149
10.2 扩展式和策略式均衡	150
10.3 完美均衡	152
10.4 序贯均衡	155
10.5 完美贝叶斯均衡	159
10.6 适当均衡与序贯均衡	159
10.7 连锁店悖论	160
参考文献	165
第11章 重复博弈	166
11.1 引言	166
11.2 框架	167
11.3 重复的影响	169
11.4 均衡支付的特征	169
11.5 取平均值的无限重复博弈	173
11.6 取贴现值的无限重复博弈	174
11.7 有限重复博弈	177
11.8 有限重复博弈和贴现	178
11.9 不完全信息重复博弈	180
参考文献	184
第12章 信息	186
12.1 引言	186
12.2 框架	187
12.3 信息和决策	188
12.4 效用最大化和信息的价值	188
12.5 单调性决策	194
12.6 或然率、 MTP_2 和超模态	196
12.7 多人环境	201
12.8 n -参与人贝叶斯博弈中的均衡	207
12.9 多代理人模型：信息结构	209
参考文献	210

第 13 章 委托—代理问题	211
13.1 引言	211
13.2 细节	212
13.3 完全信息的情况	213
13.4 不完全信息的情况	217
参考文献	225
第 14 章 信号	227
14.1 引言	227
14.2 信号博弈	228
14.3 例子	232
参考文献	237
第 15 章 筛选	238
15.1 引言	238
15.2 筛选模型	239
参考文献	247
第 16 章 共同知识	248
16.1 引言	248
16.2 信息结构	249
16.3 共同知识	250
16.4 后验宣告	252
16.5 公告	253
16.6 一个汇总统计的共同知识	254
16.7 共同知识与均衡	256
16.8 无交易定理	257
参考文献	259
第 17 章 议价	260
17.1 引言	260
17.2 公理议价	261
17.3 公理性议价解	262
17.4 非合作议价	268
17.5 轮流出价和纳什议价	271
17.6 多个当事人议价	272
参考文献	273
第 18 章 合作结果	274
18.1 引言	274
18.2 框架	275
18.3 核心分配	275
18.4 不可转移效用	277
18.5 冯·诺依曼-摩根斯坦解和稳定性	279

18.6 夏普利值	280
参考文献	285
第 19 章 匿名博弈	286
19.1 引言	286
19.2 匿名博弈的公式化	287
19.3 以函数表示策略	290
19.4 动态匿名博弈	291
19.5 社会计划者规划	293
19.6 无总不确定性	297
参考文献	297
第 20 章 演化和学习	298
20.1 引言	298
20.2 虚拟博弈	299
20.3 模仿者动态	300
20.4 随机稳定性	301
20.5 遗憾最小化	313
20.6 校正	317
20.7 贝叶斯学习	318
20.8 可接近性	319
参考文献	324
译后记	325
翻译说明	327



第 1 章 决策理论

1.1 引言

决策理论是有关如何做出最优选择的理论，即如何从一个决策集中挑选出一个首选方案。这项工作产生于千差万别的环境之中，并由于环境的差别而导致了框架、具体问题和分析方法上的差别。当面对确定性的决策问题时，一个选择将导致明确的结果或后果。然而，当我们将风险纳入考虑中时，一个决策的结果或后果将是未知的，是由已知的概率决定的（例如，投掷一枚均匀的硬币）。与之对应的是，当存在不确定性时，不同结果出现的概率也就不得而知了。这些不同的背景会形成不同类型的决策问题，我们将在下文进行阐述。

尽管环境有所差别，但是一些基本的结论仍然成立。给出一个备选集以及这个备选集之上的偏好排序，我们可以证明，在正则条件下，该备选集中存在最优（optimal）或者最佳的（best）选择。更进一步，我们通常可以用一个效用函数来代表偏好。由于效用函数可以方便地用于诸如边际分析这样的广泛分析之中，所以它是一个很有用的结果。

我们将在 1.2 节根据一个抽象的潜在备选集来描述基本的决策问题及其结论，从而为多种不同环境下的决策问题提供一个框架。1.3 节所要阐述的是风险

下的决策制定。当偏好排序是基于抽彩活动（一个结果集上的概率分布）之上时，可以根据彩票集合或彩票空间而得到效用函数的定义。然而，若不进行一些额外的假设，这样一个效用函数就难以定义其结构（因此用处不大）。其中一个假设就是独立性公理（independence axiom），而该假设由冯·诺依曼和摩根斯坦引进，将在 1.3.1 小节中介绍。当在抽彩活动上的偏好排序满足独立性公理时，抽彩活动的效用函数就是线性的，所以抽彩空间上的无差异曲线将是线性的且互相平行的。这是一个巨大的简化，而且已被证明在应用中非常有用。

然而，独立性公理却已经成为广受争论和批评的话题。我们将给出这些争论的一个典型例子（在 1.3.1 小节中）。对独立性公理的批评也促使了另一些理论的产生。这些理论又分成了两个主要分支：一种是保持了无差异曲线的线性性，但允许无差异曲线不平行；另一种则是在效用函数中引入了一些额外的结构而使得无差异曲线不再是线性的。第一类模型满足“中间性”（betweenness）的性质；第二类则被称为排列依赖效用（rank dependent utility）。我们将在 1.3.2 小节讨论这些模型。

在存在风险的背景下，决策者的效用既依赖于结果也依赖于结果的概率。当结果被视为固定的，我们就可以通过一个定义在彩票上的函数来给出偏好，并可以比较不同彩票的效用。这是我们用冯·诺依曼-摩根斯坦模型来考虑不同彩票的情形；然而，基本的结果是固定的。状态偏好理论（state preference theory）的考虑却截然相反：不同状态的概率是固定的，然而不同状态下的支付却是不同的。所以，当结果的概率确定时，偏好排序就取决于结果，因为不同的结果组合会产生不同的效用水平。我们将在 1.4 节定义状态偏好模型。这个模型可以用于研究保险的购买。在此，风险概率是外生的，但是投保水平可以改变。

在制定决策的理论中，风险（risk）是指有已知概率的随机结果；不确定性（uncertainty）是指概率未知的情况。在 1.5 节中，我们考虑了不确定性下的决策理论。在不确定性下的决策制定的基础性研究出现于萨维奇（Savage）的理论之中。在他的研究中，状态、行动和后果与一个行动上的偏好排序一起组成了环境的基元，其中行动是一个将后果与状态联系在一起的函数。萨维奇的理论旨在提供一个关于不确定下决策制定的实用模型——就如冯·诺依曼和摩根斯坦在风险条件下所做的一样。该理论运用了一个关键的假设，即“确定事件原则”（the sure thing principle），我们将在 1.5 节中描述它。在这个假设以及其他的假设下，人们将用一种类似于冯·诺依曼-摩根斯坦理论的方法来排列不同的行动。

对于萨维奇理论的一般反对意见将在 1.5.1 小节给出。一个最有名的例子是埃尔斯伯格悖论（Ellsberg paradox）。当面对不确定时，人们将做出谨慎的选择，而这与萨维奇的模型并不一致。针对它的一个解将在 1.5.2 小节中给出。

1.2 偏好和最优选择

决策理论与选择中的理性相关——如何做出最佳的决策。制定决策表现为一

个可能集 X ，以及排列不同选择的方式——在 X 中排序， $\geq$ 。在 X 中排序 $\geq$ 是一个 X 上的二元关系。 $x \geq y$ 表示 x 弱偏好于 y ；而 $x > y$ 表示 x 严格偏好于 y ，即 $x \geq y$ 但是 $y \geq x$ 不成立。

一个最优选择满足 $x^* \in X$ 且 $x^* \geq x, \forall x \in X$ 。是否存在最优的选择既取决于 X 也取决于 $\geq$ 。为了明确这点，考虑一个这样的问题：选出小于 1 且不小于 0 的最大数字。实际上，并不存在这样的数字，因为对于任何 $x < 1$ ，存在 $x < (x+1)/2 < 1$ 。或者，令 $X = [0, 1]$ ，并令 $x > 1, \forall x \neq 1$ ；而且，若 $1 > x > y$ ，则 $x > y$ 。这个问题也一样没有最优选择。在前一种情况中，偏好排序是连续的，但 X 为 $[0, 1)$ ，不存在排序最前的元素（最大的元素）。第二种情况中，偏好排序不是连续的，仍然不存在最优选择。为了保证最优选择的存在，我们需要给可能集 X 和偏好排序 $\geq$ 做出一些关键的假设。

关于偏好排序 $\geq$ 的传统假设有：

- (1) 反射性 (reflexive): $\forall x \in X, x \geq x$ 。
- (2) 完备性 (complete): $\forall x, y \in X, x \geq y$ 或 $y \geq x$ 。
- (3) 传递性 (transitive): $x, y, z \in X$, 若 $x \geq y, y \geq z$, 则 $x \geq z$ 。
- (4) 连续性 (continuous): $\forall y \in X, \{x \in X \mid x \geq y\}$ 和 $\{x \in X \mid y \geq x\}$ 是闭集。

反射性的含义是，一个选项与它自身的排序是一样的；完备性的含义是任意两个选项可以排序和比较；传递性表示排序不会循环。例如，若偏好不具有完备性，决策主体将无法在各种可能的选择之间作比较和排序。在这种情况下，想要确定这个人如何做出选择就变成一件不可能的事情。以上的假设是很自然的，哪怕有实验证明，在实践中传递性并不一直都被满足。连续性条件是一个技术性的假设（“闭集”取决于 X 的拓扑结构）。例如，若 $X \subseteq R^n$ ，且对于任意 n 都有 $x_n \in X$ ，则 $\{x \in X \mid x \geq y\}$ 是闭集，而且 $x_n \rightarrow \bar{x}$ 意味着 $\bar{x} \in X$ 。现在，我们将最优决策定义如下。

定义 1.1 若 $\bar{x} \geq x, \forall x \in B$ ，则 $\bar{x} \in B (B \subseteq X)$ 是集合 B 中的最优选择。

假设偏好排序满足条件 (1) ~ (4)，且可能性集合是紧致的，那么最优选择存在。

定理 1.1 令 $B \subseteq X$ 为紧致的，并令 $\geq$ 表示一个满足条件 (1) ~ (4) 的偏好排序，则 $\exists \bar{x} \in B, \bar{x} \geq x, \forall x \in B$ 。

证明 令 $B_x = \{y \mid y \in B, y \geq x\} = \{y \in X \mid y \geq x\} \cap B$ 。再令 $F = \{B_x \mid x \in B\}$ ，则 F 是 B 的一族闭子集。令 $B_{x_1}, B_{x_2}, \dots, B_{x_n}$ 为一组 F 中的有限集合。既然 $\geq$ 是一个偏好排序，那么 $\exists x^* \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 满足 $x^* \geq x_i$ ，其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。由此， $x^* \in B_{x_i}$ ，其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。因此， $x^* \in \bigcap_{i=1}^n B_{x_i}$ 且可知 $\bigcap_{i=1}^n B_{x_i} \neq \emptyset$ 。可见，任何 F 上的有限的交集都不为空。根据有限交集的性质， $\bigcap_{x \in B} B_x \neq \emptyset$ ，可知 $\exists \bar{x} \in \bigcap_{x \in B} B_x$ ，使得 $\bar{x}, \bar{x} \in B_x, \forall x \in B$ 。这意味着 $\bar{x} \geq x, \forall x \in B$ ，即 $\bar{x}$ 为 B 中的最优选择。^① $\square$

① 有限交集性质：如果 Φ 是紧集 B 的一族子集，则每一个关于 Φ 中集合的有限交集都是非空的，由此， Φ 中所有集合的交集都是非空的。

由此可得,在相对正则条件(mild conditions)下,最优选择存在。然而,由于采用效用函数分析的方法更为普遍并且往往更为简单,我们在接下来的讨论中也会从此范围来考虑。

定义 1.2 若 $x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$, $\forall x, y \in X$, 则在 X 上的一个偏好排序可表述为(效用)函数 $u: X \rightarrow R$ 。

在什么条件下,偏好 $\succsim$ 可以由一个效用函数来表示呢?接下来的结果表明一个偏好排序在一些正则条件下能用一个效用函数来表示。

定理 1.2 (Eilenberg, 1941; Debreu, 1954) 令 $\succsim$ 为 X 上的偏好排序,且满足条件(1) ~ (4),并假设 X 是一个拓扑空间^①:

- (1) X 存在可数的开集基础;或者
- (2) X 是连通的并且可分的,

那么,当且仅当 $u(x) \geq u(y)$ 时,存在一个连续函数 $u: X \rightarrow R$ 来表达偏好 $\succsim: x \succsim y$ 。

这样,在正则条件下,存在最优选择(定理 1.1)且偏好能够被一个效用函数所代表(定理 1.2)。此外,虽然这些定理中的条件充分,但却不必要。例如,当偏好 $\succsim$ 不具备传递性和连续性时,最优选择也有可能存在。最后,定理 1.1 和定理 1.2 对于选择集 X 也几乎没有设置约束。我们在以下的例子中加以说明。

- 消费者理论模型: $X \subset R^n$ 且 $u: X \rightarrow R$ 。
- 一个序贯决策问题:

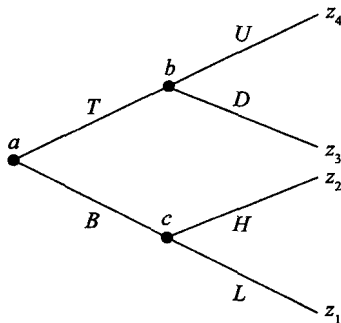


图 1—1 序贯决策问题

由图 1—1 可得, $X = \{(T, U, H), (T, U, L), (T, D, H), (T, D, L), (B, U, H), (B, U, L), (B, D, H), (B, D, L)\}$ 。每一个选择都会导致一个结果 $z_i, z: X \rightarrow Z: \{z_1, \dots, z_4\}$ 且 $u: Z \rightarrow R$ 。当 X 被以这种形式书写时,显得有些繁冗,因为在 a 点选择了 T , 这就排除了在 c 点做决策的问题。

- 令 Y 为一个 R^n 的紧致子集,再令 $X = \Delta(Y)$ 为 Y 上的分布的集合,并使 $u: X \rightarrow R$ 。

① 一个拓扑空间由一个集合 X 和一组集合 $\mathcal{T}$ 组成。 $\mathcal{T}$ 被称为开集并具有如下性质: $X \in \mathcal{T}$, 则在有限交集和任意并集的条件下, $\mathcal{T}$ 是闭集。当且仅当 $T \in \mathcal{T}, \exists \{B_\alpha\}, B_\alpha \in \mathcal{T}, \forall \alpha$ 且 $T = \bigcup_\alpha B_\alpha$ 时, 一组集合 $B \subset \mathcal{T}$ 被称为 $\mathcal{T}$ 的基(base)。如果一个拓扑空间具有一个可数的基, 则称它为二次可数(second countable)。一个度量空间是二次可数的当且仅当它是可分的。若不存在开集 U, V 满足 $U \cap V = \emptyset$ 且 $U \cup V = X$, 则拓扑空间 X 是相连的。