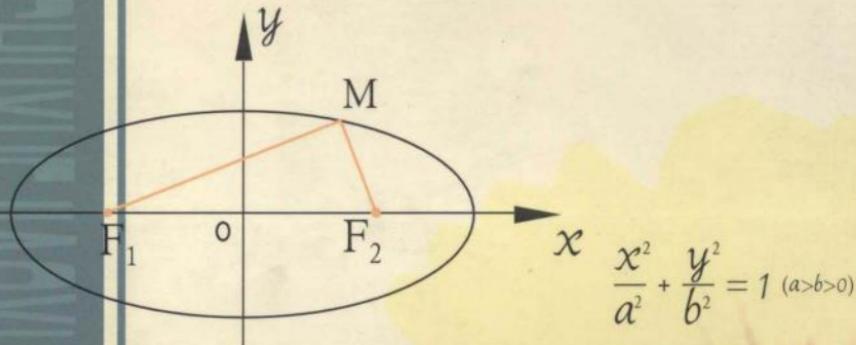


「中国教师文丛」

KEXUEJIAYISHUHUANGANCHENGSHUXUEJAOYULUNWENXUANJI

科学 + 艺术

——黄安成数学教育论文选集



中国工人出版社

科学加艺术

——黄安成数学教育论文选集

黄安成 著

中国工人出版社

图书在版编目(CIP)数据

科学加艺术/黄安成著. - 北京:中国工人出版社,2001.5

(中国教师文丛/白月桥主编)

ISBN 7-5008-2556-0

I.科… II.黄… III.教育学 - 研究 - 文集 IV.G40-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 025681 号

出版发行: 中国工人出版社

(北京鼓楼外大街)

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

经 销: 新华书店北京发行所

版 次: 2001 年 10 月第 1 版

2001 年 10 月第 1 次印刷

开 本: 850×1168 毫米 1/32

字 数: 200 千字

印 张: 8.625

印 数: 01~2000 册

全套定价: 186.00 元(本册:19.60 元)

序

1999年6月，党中央和国务院召开了改革开放以来第三次具有重要历史意义的全国教育工作会议。会议颁布了《中共中央、国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》。江泽民同志在会上发表了重要讲话。会议的中心主题是，在当今世界知识经济已见端倪和国际竞争日趋激烈的时代，我国必须动员全党同志和全国各族人民，深入改革教育制度和课程教材体系，全面推进素质教育，迅速振兴教育事业，以实现中华民族的伟大复兴。

在人类历史即跨入21世纪的伟大历史时代，我国及时召开的第三次全国教育工作会议及其重要文献，不仅对素质教育的基本内涵作了全新的阐释，拓展了素质教育的实施领域，赋予素质教育以鲜明的时代特点，为我们实施素质教育指明了方向，而且对整个中华民族素质的提高，对我国精神文明建设和社会经济的高速发展，都会有深远的历史意义。

素质教育的概念在我国是80年代中期提出来的。但是，在第三次全国教育工作会议之前，虽然探讨素质教育的论著也发表了很多，然而人们对素质教育的理解大都是有局限性的，普遍认为实施素质教育主要是基础教育的事情，甚至有人产生了错误观念，把素质教育和国家的教育方针对立起来。第三次全国教育工作会议所颁布的党中央和国务院《关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》，对素质教育的理论思想作了全新的阐释：实施素质教育就是全面贯彻国家的教育方针，培养德、智、体、美等全面发展的建设者和接班人；实施素质教育就是以提高国民素质为根本宗旨，以培养学生的创新精神和实践能力为重点；实施素质教育不只是基

础教育的事情,它是一个庞大的社会工程,大、中、小、幼等不同教育阶段以及学校、家庭、社会等不同教育方面,都有实施素质教育的责任;实施素质教育是一场深刻的具有社会意义的教育革命,在不同的层面上存在着不同性质的关键问题,例如就整个社会而言改革招生考试制度是关键,就学校教育而言改革课程教材是关键,就教学过程而言提高教师理论水平是关键,等等。这样,通过第三次全国教育工作会议重要文献的阐释,使素质教育的理论思想有了一个极大的跃迁,素质教育的概念有了质的变化。

近几年来,特别是党中央和国务院《关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》颁布之后,为了贯彻落实素质教育的思想原则,我们就如何改革基础学校的课程和教学,曾努力进行了多方面的探讨。我们认为,我国现行的课程教材体系由于过分强调学科体系,严重脱离了地区、学校和学生个人的实际,脱离了社会时代的发展,为了构建符合素质教育要求的新一代课程教材,我们曾公开出版发表了一些论著。例如2000年我们出版了《素质教育与脑功能开发——素质教育课程体制设计的理论基础》(河北教育出版社2000年3月版),不久还将出版一部《中国中小学素质教育课程体制构建研究》的学术专著。

但是,古今中外教育改革史特别是近一、二百年课程变革史大量事实证明,任何课程和教学改革必须得到教师的理解和支持,如果没有广大教师的积极参与配合即使最完美的改革方案也只是纸上谈兵,根本不能落实。基于这样的思想,我们特编辑了这套《中国教师文丛》,目的是介绍各科教师实施素质教育的经验,提高对素质教育的认识,以便进一步推动中小学的素质教育,培养高素质的创新人才,以迎接知识经济时代的全方位挑战。

中央教科所课程教材研究中心

白月桥

2001年4月

前　　言

数学教学是科学，也是艺术。可以肯定地说，二十一世纪的数学教学更是科学与艺术的融合，是在科学原则指导下的艺术，是用艺术形式表现的科学。

诺贝尔奖获得者李政道博士说：“艺术和科学是一个硬币的两面，它们源于人类活动最高尚的部分，都追求着深刻性、普遍性、永恒和富有意义。”

法国作家福楼拜说：“越往前走，艺术越要科学化，同时科学也要艺术化。”

有趣的是，以上两段论述分别出自于理科大师和文科泰斗，这恰好说明，在这个问题上理、文科专家已经不约而同地达成了共识。

德国教育学家第斯多惠说：“教学的艺术不在于传授的本领，而在于激励、唤醒、鼓舞。”确实如此，数学课堂教学有两个密切相关而又互有区别的系列，即知识的发生、发展和应用的系列以及激发学习动力的系列，前者侧重于科学性，后者侧重于艺术性，两者又不可分割。

中学教育的对象是青少年，教学决不是将知识从一个容器倒入另一个容器的简单操作，而时刻离不开师生间心灵的直接碰撞和感情的融洽交流，这就是许多教育学家所说的，课堂教学必须构成两场——思维场和情感场。

教师设计、组织具有科学性、开放性、启发性、灵活性的教学活动，激活学生的思维，这就构成了思维场；教师利用浓烈的感情色

彩和精湛的教学艺术，使学生情不自禁地投入到探索、追求、发现、应用数学真理的创造性活动中，并从中获得真知和享受，这就构成了情感场。“两场”所产生的“场效应”使学生的思维和情感进入一种最佳状态。在这种状态中，学生充分调动内在的学习积极性和充分挖掘潜藏的智能；在这种状态中，学生时刻处于宽松和谐、安全舒畅、精神亢奋、参与竞争、相互挑战的心理空间，从而反应敏捷、认知清晰、记忆牢固、联想丰富、巧思迭出、论证严谨、运算准确，真可谓“搅乱三江水，激活五池鱼”，“风卷海浪花万朵，雁上晴空诗一行。”

科学与艺术的融合是构成课堂教学“两场”的唯一途径。科学与艺术的融合需要我们倾毕生的精力和心血去追索。契诃夫说：“教育的艺术，这是一切人类的艺术中最困难、最重要的艺术。”数学以其严谨、抽象著称，所以数学教育艺术则是难中之难的艺术。

其实，正如著名数学家华罗庚教授所说：“就数学本身来说，也是壮丽多采，千姿百态引人入胜的。”那么我们就应该将数学教学活动组织得生动活泼、情趣盎然，而不应该组织得枯燥无味、死气沉沉。

数学教师对数学和数学教育的理解、驾驭、表述的能力和自身的文化底蕴决定了他们将科学和艺术结合的水平。这种理解、驾驭、表述固然应该遵循共同的理论依据和科学原则，但一切理论和原则都不应是照搬照套的死教条，而应是加入个人思索、理解和加工的活法则。照本宣科是最蹩脚和最无效的教育，富有个性、特色鲜明的教育才是成熟的教育。针对具体的教学内容，结合“校情、班情、人情”，设计、组织既符合教育规律，又充满朝气的教学活动，才是真正意义上的科学与艺术的融合。大教育家苏霍姆林斯基说得好：“即使是最好的、最精密的教学法，只有在教师加入了自己的个性，对一般的东西加入了自己的东西以后，它才能是有效的。”教师的个性是创造性的基础，抹杀个性、千人一面则无任何创造性而

言,优秀的数学教师的全部工作都充满了创造性。

笔者从事数学教育四十年,刻意追求科学与艺术的融合,一直努力从事创造性的工作,不断提高自己的文化素养,不懈学习、钻研、探究、思索、实践、总结、积累,并勤于笔耕,发表了一百余篇论文。这些论文,以科学和艺术为核心,涉及数学教育的许多方面。现从中精选四十篇,在北京启明星文化艺术研究所教育图书编著中心的鼎力支持帮助下成此《选集》。

科学加艺术的数学课堂教学讲究的是“虎头、熊腰、豹尾”,还要能产生“意犹未尽、回味无穷”的效果。《选集》中的文1(见《目录》,下同)谈了有关“心理换位”的问题,心理换位的能力是一个成熟教师的重要标志;文2则用具体生动的事例阐述了教师“在创造性的劳动中充分享受着自己的生命,从学生的进步成长中看到了自己创造性劳动的价值”;文4介绍了一个典型的课例,集中展现出笔者的教学特点和风格;文5、6、7、10从多方面展示在课堂教学中应用艺术手法调动学生学习的情感、情绪和情趣,同时陶冶其情操;文3、17、18分别论述了“教学的语言艺术”、“对比艺术”和“开场艺术”;文32用自己的亲身体会写出了撰写“教后感”对于教师进步成长的作用。

虽然本《选集》中有些论文发表于倡导素质教育以前,但从整体来看,实施素质教育在《选集》的许多论文中都得到了体现,如文4、7、8、19、23、25、26、27、28分别就有机结合数学教学对学生进行思想品德教育、如何培养学生的创造能力、如何树立学生的数学观念和数学思想、如何提高学生的数学悟性、如何培养学生良好的思维品质等作了广泛深入的讨论。

通过生动活泼的课例讲述如何运用教育、心理学的某些基本观点指导数学教学是本《选集》的又一特色。如文1中的“自己人效应”、文9中的“原型启发”、文10中的“智力疲劳与教学对策”、文11中的“尝误原理”、文29中的“门坎效应”等都是笔者在学习

的基础上大胆实践并取得成功的范例。

现代教育已越来越远离唯理性的误区，而走向理性与非理性的结合、科学与人文和谐发展的宽广道路。笔者在教学中努力做到增加人文色彩，贴近学生丰富多彩的校园生活和社会生活。《选集》中的许多论文都有所反映。特别是文 12 的“焦点访谈”、文 13 的“借题发挥”、文 15 的“解牛”、文 30 的哲学思想的渗透等都可以引发读者的丰富联想，给予人们以诸多启示。

从《选集》的一些论文中可以清楚地看出笔者对教材和习题富有个性化的理解和驾驭。文 20、21、22 从不同的角度论述了数学教学模式的意义和作用；文 31 介绍了引导学生写解题评注的独特举措；文 33 通过一道典型例题的深入剖析训练学生的发散思维，从而提高优化题解的能力；文 34、35、37 则反映出著名数学家华罗庚教授“数学是一个原则、无数内容；一个办法、到处有用”精辟论述的指导意义和实用价值。

文 38、39、40 分别就高一数学起始课、数学总复习中的“切大块”和高考前的动员指导发表了笔者的一些个人见解，这都是笔者对高中数学教学全过程深入思考、积极探索的成果。

本《选集》的论文力求文笔流畅优美、语言清新幽默、内容深入浅出，努力增强文章的可读性和内容的可操作性，从而提高中学数学教师、中学数学研究人员以及一切关心中学数学教育的人士阅读、参考、借鉴、使用本《选集》的价值。

黄安成

2001 年 10 月于江苏省睢宁中学

目 录

1. 浅谈数学教学中教师的心理换位	(1)
2. 谈数学教师工作的创造性	(6)
3. 论数学教学的语言艺术	(12)
4. 从一节数学课谈教书育人	(19)
5.“乐学”的关键在于“趣教”	(26)
6. 数学教学中的情感过程	(32)
7. 用数学的美陶冶学生的思想道德情操	(35)
8. 引导学生在自我突破中发展创造能力	(40)
9. 浅谈数学教学中的原型启发	(47)
10. 学生的智力疲劳与教学对策	(55)
11. 尝误原理在数学教学中的应用	(63)
12. 数学教学中的“焦点访谈”法	(70)
13. 数学教学中的“借题发挥”	(78)
14. 谈数学教学中的结合点	(82)
15. 解牛与解题	
——《庖丁解牛》对解数学题的启示	(89)
16. 零的自述	(95)
17. 数学教学中的对比艺术	(99)
18. 数学课开场艺术十法	(106)
19. 分类思想在数学教学中的树立与运用	(116)
20. 模式与创新	
——浅谈习惯性思维与创造性思维的关系	(124)

21. 数学技能模式运用模仿的三个层次	(130)
22. 数学双基模式的抗干扰功能	(140)
23. 初中生数学猜想能力及其培养	(147)
24. 完善知识结构 提高教学质量	(154)
25. 在解题教学中应注意六种意识的培养	(161)
26. 如何在课堂教学中培养学生思维的深刻性	(171)
27. 谈数学悟性	(178)
28. 就 2000 年高考试题谈数学悟性的培养	(185)
29. “门坎效应”在解题教学中的应用	(192)
30. 参数与运动	(197)
31. 引导学生写好数学题解评注	(204)
32. 让“教后感”帮助我们进步成长	(207)
33. 优化数学题解法例探	(211)
34. 巧用双变量解题	(215)
35. 反代法及其应用	(223)
36. 实用、自然、流畅、快捷 ——解数学高考选择题的重要原则	(231)
37. 高考立几解题中, 奇妙的中点效应	(236)
38. 呼唤高质量的高一数学起始课	(242)
39. 高中数学总复习中的“切大块”	(248)
40. 秣马厉兵 笑迎“7、8、9”	(259)

浅谈数学教学中教师的心理换位

教师在教学中扮演着双重角色,一方面教师扮演着“教”的角色,成为学生的领路人;另一方面,教师以学生的年龄特征、知识现状和生活实际为前提,以学生的眼光去审视将要学习的新内容,扮演着“学”的角色,和学生一道成为新知识、新技能的探求者。在课堂上,教师将这两种角色集于一身,还要能灵活转换、进出自如,所以得名为“心理换位”。心理换位的目的是求得与学生思维上的“同频”,从而使学生的知识与能力和谐地发展。心理换位的能力是教师成熟与否的重要标志之一。

本文就这个心理换位问题作些探讨。

一、想学生所想

学生听教师讲课,如果他们能提出自己的想法当然很好,但由于主客观的原因,当他们未能暴露自己的想法时,就需要教师洞察他们的心理,及时探测和巧妙地点出他们之所想,更好地实现与他们的心理沟通。

比如,在讲复数的除法

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$$

时,学生大都能联想到根式运算中的“把分母有理化”,教师应利用这一良机,启发学生将上述法则命名为“把分母实数化”,寥寥数语,揭示了知识间的内在联系,且对学生的学习产生了激励作用。

在讲解某些特殊问题的解法时,教师应能顺着学生的思维,及

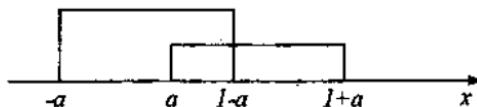
时提出问题的一般情形,如在讲完题目:“设 $f(x)$ 是奇函数,当 $x > 0$ 时, $f(x) = \sin x - 2x^2 + 1$, 求当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的表达式”后,可将问题推广为:“设 $F(x)$ 、 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 当 $x > 0$ 时, $F(x) = f(x) + g(x)$, 求当 $x < 0$ 时 $F(x)$ 的表达式”,使学生深化了对知识的理解.

有一次,我在一道运算比较繁冗的习题面前,突然扮演起某些学生的角色,以极不耐烦的口气说:“唉,运算怎么这样繁,我实在不想做下去了! 同学们,大家都别做了吧!”这时,学生反而下定了坚持算到底的决心,即产生了教育心理学中所说的“自己人效应”——要使对方接受你的观点、态度,你就必须同对方保持“同体观”的关系.

二、想学生所难

教师如果就题论题平铺直叙地讲,就成了教师的“绝活”表演,学生成了旁观者. 只有深入学生角色,成为学生的化身,才能体察他们的困难所在,然后去实现化难为易,这里略举几例.

1. 讲解题目“设 $a > 0$, 求 $|x| - a \leq x \leq 1 - a$ ”时,由于 a 是变量,比较抽象,学生一下子很难理解要分三种情况(1) $1 - a < a$; (2) $1 - a = a$; (3) $1 - a > a$ 讨论,可是利用数轴立即可使真相大白.



2. 在高二《不等式》部分开始运用“当且仅当”这类句式时,由于解析几何中的《充要条件》还未讲授,学生必感困难,教师要具有教学远见,若在高一讲解方程 $2^x = 3^x$ ①时设下伏笔,到高二就有瓜熟蒂落之感. 讲此题,可按以下程序:

- (1)不论由方程或图象都易得 $x = 0$;
- (2)当 $x = 0$ 时, ①式成立;
- (3)使①式成立的也只有 $x = 0$;
- (4)当 $x = 0$ 也只有当 $x = 0$, 即当且仅当 $x = 0$ 时, ①式成立.

3. 初中学生首次接触一次不等式组“由 $x > 2$ 且 $x > 5$ 得 $x > 5$ ”时会感到迷茫, 教师若说: “既然 x 大于 2, 又大于 5, 当然 x 必须大于 5”则几乎等于没有讲, 我是这样解决的, 请一高一矮两个同学从教室门口通过. 我问大家: “要让他们不低头而通过, 教室门框应该有多高?”同学们立即会悟出“比高的还要高”这一简单可又非常难讲的道理.

三、想学生所疑

对学生的“疑”若不及时消除, 必造成他们心理上的不和谐, 成为学习的障碍. 学生的“疑”往往是朦胧的、难以言表的, 这就更显得教师“想学生所疑”的重要性.

高中《代数》(上册)P.76 有一句话: “所有与 α 角终边相同的角, 连同 α 角在内(而且只有这样的角), 可以用式子 $k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}$ 来表示”, 其中括号里的八个字很容易被忽视, 而这正是学生之所疑. 我在这里先让学生讨论, 再进行小结, 终于使学生明白式子“ $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ”不仅将所有与 α 角终边相同的角(连同 α 角)包括了进来(一个不漏——完备性), 而且所表示的角全部是与 α 角终边相同的角(连同 α 角)(一个不杂——纯粹性). 这样, 与学生在初中所学的轨迹问题有了紧密联系, 又为高二学习《曲线和方程》创造了条件.

高二在推导等比数列前 n 项和的公式时, 用了“错项加减法”, 方法本身并不难, 学生的疑点在于这个妙法是如何想出来的. 教者只要稍作解释, “错项加减”其实来源于初中的多项式乘法, 甚至还可以说来源于小学多位整数的乘法, 学生就会疑窦顿消, 感到

这个高招原来是如此平易近人.

四、想学生所错

教师有时可故意错学生之所错,现在的错是为了避免以后的错.

例如,要画出双曲线 $\frac{(x-5)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$, 教师不动声色地

在黑板的右上方画出直角坐标系,那么双曲线的中心(5,3)已被挤到了黑板的右上角,双曲线及其渐近线已无容身之地了.到了这种“窘境”,学生深刻地体会到画直角坐标系必须布局合理的重要性,增强了作图(乃至办任何事情)的预见意识.

再如,解立几题“ $Rt\triangle ABC$ 的直角边 $AC = 6, BC = 8, P$ 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点,已知 $PA = PB = PC = 13$, 求 P 到平面 ABC 的距离”.

学生作 $PH \perp$ 平面 ABC 于 H ,几乎百分之百地将 H 画在 $\triangle ABC$ 的形内.教师不如顺其而错,让学生吃点苦头(尝误),在经过一番挫折之后,当最终发现 H 原来是斜边 AB 中点时,他们心头会留下深刻印象.

五、想学生所乐

课堂是师生共同表演的舞台,高明的教师必须引导学生情不自禁地参加到这种表演中来,并始终乐在其中.

学生刚开始学习立几的一大障碍就是识图和画图,在二维空间——平面内画立体图形所产生的“失真”现象,如锐角、钝角都可以看成直角,明明是相交或平行的直线却是异面直线等,这种视觉和想象的矛盾会使学生感到困惑.其实,如果巧妙地利用这个矛盾,就会使学生感到妙趣横生.我在课堂上说:“我们人都是立体的,但照片上的像都是平面的.你能在你的照片上摸到你的鼻子

吗?”学生大笑,从心理上缩短了和直观图的距离.

再如,对于 $\triangle ABC$,在平几中有 $AB + BC > AC$,但在复平面内却有 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$,教者说:“啊呀,怎么搞的? 三角形的两边之和怎么等于第三边啦?”这么一诘问,学生情绪高涨,在兴奋欢乐之中认识了对象的内涵.

六、想学生所忘

教师,特别是那些比较成熟的教师常有这样一种心理体验,即在用到某知识点时,忽然间明明熟悉的知识好像变得模糊起来,这就是典型的心理换位现象. 这种现象告诉我们,学生对该知识点的遗忘一定更加严重,我们必须以学生的身份出现和他们一起去回忆、联想、推导、论证,从而战胜遗忘,达到更好地巩固知识的目的.

此外,教师在心理换位的同时,还要做到教室现实空间的换位,也就是要经常在教室的各个位置从学生的角度去听、去看,以便使自己讲课的音量、音调、节奏,板书字体的大小,图文的布局,彩色粉笔的使用等更适合学生的需要,努力从各个方面使教学取得最佳效果.

原载华东师大《数学教学》1992年第1期,中国人民大学复印报刊资料《中学数学教学》1992年第3期转载,华东师大《数学教学》1994年第1期第二次刊出.

谈数学教师工作的创造性

一大批优秀教师长期耕耘于教育岗位而乐此不疲,其中一个重要原因就是教育工作极富创造性.他们勤于探索,勇于革新,用心血和汗水培养出一批又一批既具有扎实的基础知识,又具有开拓精神的新人;他们在创造性的劳动中充分享受着自己的生命,从学生的进步成长中看到了自己创造性劳动的价值.

数学被誉为“科学之父”、“创造的艺术”.数学教育工作者更应该把培养创新型人才作为自己的最高目标.前苏联著名教育家苏霍姆林斯基说得好:“如果一个教师没有过某种创造性的工作经验,他又怎能唤起、引导帮助、甚至赏识他的学生们的创造性活动呢?如果一个教师从来未有过奇思妙想,那么他大概会责备一个想出巧主意的学生.……一个数学教师如果从来没有发现的紧张和成功的经历,如果几年教学之后,还没有观察到自己的学生中有这种紧张和成功,那么他应该另找职业,不应再教数学了.”教师的创造性工作对于创新型人才的培养是多么至关重要.

一、教师的创造性与教学特色

教学特色的形成是教师成熟的标志.数学教材,只是薄薄的一本书,每节课的内容更只有一两页纸.要把它们转化为科学与艺术相结合的教学内容,就需要教师投入独创性的劳动.最愚蠢、最无效的教学就是照本宣科.苏霍姆林斯基又说:“即使是最好的,最精密的教学法,只有在教师加入了自身的个性,对一般的东西加入了自身的、经过深思熟虑的东西以后,它才能是有效的.”