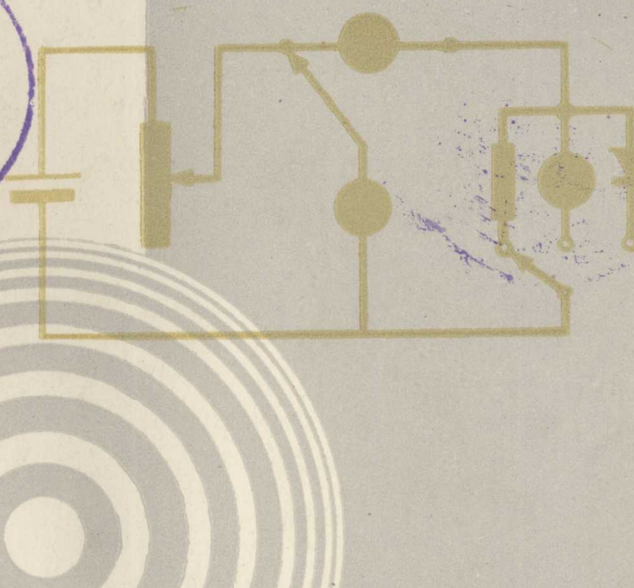
高等学校教学用书

物理实验

章钰茹　白　朗　编



中国矿业大学出版社

高等学校教学用书

物理实验

章钰茹　白朗 编

中国矿业大学出版社

责任编辑：何其华

高等学校教学用书

物理实验

章钰茹　白朗　编

中国矿业大学出版社 出版 发行

江苏省新华书店经销　　中国矿业大学印刷厂印刷

开本787×1092毫米1/16　　印张17　字数410千字

1989年3月第一版　　1989年3月第一次印刷

印数1—9200册

ISBN　7-81021-205-2

O·8　　定价：3.40元

前　　言

我校“物理实验”讲义三十多年来已编过多次，我室同志大多参加过编写。这次是在以前教材的基础之上，根椐实际情况，根椐“高等工科院校物理实验课程教学基本要求”及教学改革的需要重新编写的。其中约二十个实验供本科“物理实验”课选用，其它约十二个实验可供“物探”等专业及物理实验第二课堂选用。本教材也可供其它工科院校及物理类“电大”、函授、师资班、培训班选用。

本讲义原参加过编写或绘图的同志有：乔松、章钰茹、白朗、华素英、周耀东、张经明、杨继文、朱景芬、王晋康、严芸芬、陈石林、周锰钰、马立田、郑又琴、李家琪、钟孝让、程绍先、张耀锦、熊党生、曹云乾、刘国亮、崔亦飞等，这次由白朗、章钰茹两位同志负责改编。其中，绪论、实验一至实验十四、实验十七至实验十九等十八个实验由白朗编写，实验十五、十六，实验二十至实验三十二等十五个实验由章钰茹编写。

由于编者水平有限，错谬不当之处在所难免，谨希批评、指正。

1989年1月

中国矿业大学　物理教研室

章钰茹　白朗

学生物理试验规则

1．实验课前必须认真阅读讲义作好预习，并按要求写出预习报告，（预习报告内容见附注）。无预习报告不得做实验，该次实验无成绩。

2．进入实验室后要保持安静，要严肃认真地听从教师和工作人员指导。认真操作、观察，正确读数记录，不得草率敷衍、拼凑结果。

实验完毕应先将数据交教师审阅、签字通过。实验仪器装置要经工作人员检查才能拆除，并将仪器整理复原方可离开实验室。

3．实验课后，按要求写出实验报告。（内容见附注）于下次实验课时由课代表统一收齐交给教师批阅。迟交报告的作不及格论，不交报告的该次实验无成绩。一学期内累记三次不及格或无报告者不得参加期末考试，学期成绩按不及格论。报告应独自完成，相互抄袭的有关人员该次实验无成绩。（交报告时应附教师签字的数据）

4．遵守纪律，爱护仪器。凡迟到的要酌情扣分，迟到15分钟不得做实验。按指定组别实验，不可乱动及擅自调换仪器。仪器损坏要随时报告，并需根据情节按规定进行赔偿。

附注：预习要求及预习报告、实验报告要求。

实验课前必须认真阅读讲义，明确实验目的，弄懂实验原理，了解所用仪器及实验内容。在此基础上写出"预习报告"：

（一）预习报告：必须用统一印发的物理实验用报告纸写，内容包括：

1．实验人姓名、班级、学号、组别，同组人姓名，实验日期。

2．实验名称，实验目的，实验仪器。

3．原理摘要：

在理解的基础上用自己的语言整理归纳，简要的写出测量某量、进行某种研究所依据的主要物理原理、方法，主要公式和原理图、线路图。不要照抄讲义，不要写详细步骤。

除上列三项外，再用另外纸画一直接测量的物理量记录表格，作为实验时记录数据用。

（二）、实验报告：

1、2、3 项即为预习报告（不必再另写，第3项"原理摘要"若有修改补充可在原预习报告上修改补充）。

4．数据表格，数据处理：

用实验报告纸画出正式数据及数据处理表格，将所测数据填入表格中，并按规定要求进行数据处理。

表格以外的数据处理内容应写出主要计算公式，并代入数据，再直接写出最后结果。

需画图的应按规定要求画出图。

5．讨论

对某问题、某现象的看法、体会、分析，对实验内容的意见和建议等。可据自己具体情况写。

学生实验安排表

学期 / 序号 地点 / 周次	第一学期		第二学期	
	实验序号	实验地点	实验序号	实验地点
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				

以上表格请同学根据教师的实排填写好，便于在实验前做好预习，写好预习报告，以免预习错，如计划有变动，注意临时通知。

目 录

光学与原子物理实验

光学仪器的使用与维护规则

绪　论　有效数字及误差理论

一、物理实验课程的目的和任务

科学实验是科学理论的源泉与基础。近代科学技术与工程技术的重大成就都是经过科学实验取得的。现代高级科技人材必须具有较强的从事科学实验的能力，才能适应科学技术的不断进步和建设事业高速发展的需要。

物理实验是科学实验的重要基础，是对工科学生进行科学实验基本训练的必修课程，是系统实验方法和实验技能训练的开端。通过物理实验知识、实验方法、实验技能的训练，了解科学实验的过程与方法，培养运用物理知识、物理方法进行科学实验的初步能力。

本课程的任务是：

1．通过基本物理实验方法与技术、常用物理量的测量及常用仪器使用的训练，通过实验现象的观察与分析，学习物理实验知识，加深对物理学基本原理的理解，培养物理实验技能：

（1）了解与掌握基本物理实验方法。如：比较法，零示法（平衡、补偿法）、放大法、换测法、模拟法等；

（2）掌握常用物理量的测量方法及常用仪器的使用。如：长度、时间、电流、电阻、电压、电动势，磁感强度、波长、折射率、焦距等物理量的测量；卡尺、千分尺、电流表、电压表、稳压电源、电桥、电位差计、示波器、气轨、毫秒计、干涉仪等基本仪器的使用。

2．培养与提高科学实验能力：

（1）能够阅读实验教材，理解实验的基本原理与内容；

（2）能借助教材或仪器使用说明书正确使用常用仪器；

（3）能正确取得实验数据、处理数据、绘制图表、曲线，能分析、说明实验现象与结果，能简单的分析误差写出简明扼要的实验报告。

3．培养与提高科学实验的素养：严肃认真、实事求是的科学态度，遵守操作规程、遵守纪律、爱护公共财物、相互协作的优良品德，理论联系实际、主动研究、不怕困难的探索精神。

二、有效数字

物理实验中，是要用实验的方法研究各物理量间遵循的规律，因此就要定量地测量出有关物理量的大小。物理实验中最重要的内容就是进行测量。所谓测量就是借助仪器用某一计量单位把待测量的大小表示出来。

测量可分为两类，即直接测量与间接测量：

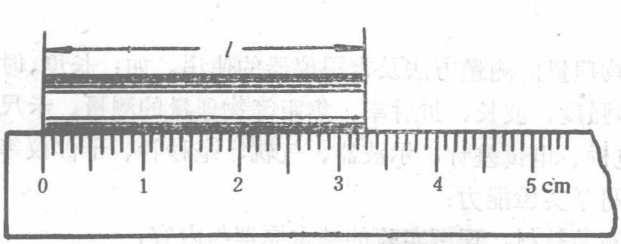
直接测量：用计量仪器和待测量直接进行比较就可得到结果。例如：用米尺量单摆摆长，用天平称物体质量，用电压表测量电压等。

间接测量：不能直接用某一计量仪器将待测量的大小测出，而是需依据待测量和某几个直接测量量间的函数关系求出待测量。如重力加速度g可以由测量单摆摆长l和摆动周期T再用公式：　$g=4\pi^2\dfrac{l}{T^2}$求得。

任何测量都是依据一定的理论和方法，使用一定的仪器在一定的环境中由一定的人进行的。由于任何方法和测量理论都不可能绝对的完善，都有某些近似性，任何仪器都不可能绝对精确灵敏，任何人的感官(眼、耳、手等)分辨能力都有局限，环境都存在各种影响，因此，虽然被测量本身有一个客观存在的真实的值，称为"真值"，但测得的测量值不可能绝对精确，而是和"真值"有或多或少的偏差、差异的近似值。应用不同的方法、采用不同的仪器及不同的测量者得到的测量值与"真值"间的偏差情况是不同的。对于一个科学测量的结果，除了要知道待测量的大小还必须同时知道该结果偏差情况、可靠程度。物理实验中是用"有效数字"和"误差理论"表示测量结果，它的准确程度，它与真值间的偏差情况。

（一）直接测量量的有效数字

以测长度为例。用一最小分度为1mm的米尺测量一物体的长度l。如图（绪-1)。它的厘米部分及毫米部分可以借助尺上的刻线准确读出，如图，是"3cm"、"2mm"。但毫米以下只能凭眼睛估计。比如估计为"0.8mm"。但这最后一位的估计数是因人而异的，即使是同一人他在不同时候估计的结果也不全相同。因此它是欠准确的、可疑的、不可靠的，但是它却是有意义的：它告诉我们这个测量值的最后一位是0.8mm左右，即可能是0.7mm或0.9mm，或范围再大一些，但不是几毫米或百分之几毫米。



图(绪-1)

任何测量值都有几位可靠的准确数字，而最后都有一位估计的但有意义的可疑的欠准数字。我们将可靠的几位数字及最后一位可疑数字合称为测量结果的"有效数字"。而有效数字的数字个数称为"有效数字的位数"。如上例中$l=3.28$cm，"3"和"2"是可靠数字，"8"是可疑数字，共有三个数字，即为有"三位有效数字"。

有效数字的意义和注意：

1．测量值的最后一位一定是可疑数，测量结果都是近似的。有效数字反映了测量对象的大小，而从可疑位的单位即可知此结果不准确的大致范围。（一般不超过该单位的一半。）

2．测量结果的有效数字的位数越多，则测量结果越精确。有效数字的位数与测量对象的大小以及所用仪器的精密度有关。可疑位的单位可反映所用仪器的"精密度"。

所谓仪器的"精密度"即是仪器的最小分度，它一般是可以测准的。最小分度以下即需

估计，而为可疑位。通常估计方法是估计一分度的$\frac{1}{10}$、$\frac{1}{5}$或$\frac{1}{2}$，采用何种估计要视最小分度的宽窄、目力分辨能力以及测量条件来定。

有些仪器，如数字式仪表、50分度卡尺是不可能估计出最小分度下一位数字，但往往这时最小分度数已不甚准，故该位即为可疑数字。

3．有效数字位数与单位变换无关，与小数点后的位数无关，有效数字是从测量结果中第一位不等于零的数字算起。

如$l=3.24\text{cm}$，用米为单位和以毫米为单位时为0.0324m及32.4mm，都是三位有效数字。通常将测量结果写成“标准形式”，即：“□.□□□……$\times 10^{n}$”。其中□.□□□……是有效数字，10^{n}表示数量级。如：

$$3.24\text{cm}=3.24\times 10^{-2}\text{m}=3.24\times 10^{1}\text{mm}$$

4．测量结果中不为零的数字以后的零是有效数字，因此不能在最后随便添加或删减“0”。如3.24cm不能写成3.2400cm；而如果是1.41000cm也不能写成1.41cm，因为它们表示的意义、所用的仪器是不相同的。这说明，物理实验中表示物理量数值的数与数学中的纯粹的数是不同的。

（二）间接测量量的有效数字

因为间接测量量是通过直接测量量计算得到的，既然直接测量量是近似的，因此间接测量也一定是近似的。间接测量量的有效数字可以通过直接测量量的有效数字经过一定的运算法则得到。运用这些法则在很多情况下还可以使运算过程大为简化。

下面我们即讨论有效数字的运算法则。为明白起见，我们在可疑位数字下面加一“～”，表示这个数字不是准确的，而可能是它左右的数。

一般规则是：

(1)可疑数字与准确数字（或可疑数字）之间的四则运算结果为可疑数字，但运算进位的数字一般是准确数字；

(2)运算最终只保留一位可疑数字，去掉第二位可疑数字时用“四舍五入”法。

1．和与差的有效数字

例：　　求 $463.8\underset{\sim}{2}+19.\underset{\sim}{7}=?$

$$200.\underset{\sim}{1}-119.2\underset{\sim}{3}=?$$

解：

$$\begin{array}{r} 463.8\underset{\sim}{2} \\ +\ 19.\underset{\sim}{7} \\ \hline 483.\underset{\sim}{5}\underset{\sim}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200.\underset{\sim}{1} \\ -119.2\underset{\sim}{3} \\ \hline 80.\underset{\sim}{8}\underset{\sim}{7} \end{array}$$

由一般规则即得：

$$463.82+19.7=483.5$$

$$200.1-119.23=80.9$$

由上两例可得和或差的有效数字运算法则：“和(或者差)的有效数字只保留到各数中最大的可疑位”。

2. 积与商的有效数字

例： $12.24\times6.27=?$

$5280\div121=?$

解：

$$\begin{array}{r}
12.24\\
\times\ 6.27\\
\hline
8568\\
2448\\
7344\\
\hline
76.7448
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
43.63\\
121\,\overline{\big)\,5280}\\
484\\
\hline
440\\
363\\
\hline
770\\
726\\
\hline
440\\
363
\end{array}$$

除法运算，当除到余下数首数为可疑数时则该位商即为可疑数。如上例中，除到余下数为“770”时，该位的商“6”即为可疑数。

按有效数字运算一般规则可得：

$$12.24\times6.27=76.7$$

$$5280\div121=43.6$$

上两例中，当四位有效数字与三位有效数字相乘或相除时，其积或商为三位有效数字，即与有效数字少的相同。由此可得积或商的有效数字运算法则：

“积（或者商）的有效数字位数与相乘（或相除）各量中有效数字位数最少的相同”（有的情况下积可能比此法则多得一位，商可能比此法则少得一位）

3. 其它运算的有效数字及注意

(1)乘方、三角函数、对数等运算的有效数字位数一般与原变量的有效数字位数相同。如$\log4.32=0.636$。

(2)计算公式中不是由测量得到的数，如πR^2中的“π”，$\frac{1}{\sqrt{2}}v_0$中的“$\frac{1}{\sqrt{2}}$”，它们取的位数和运算中有效数字位数最多的相同。

(3)用计算尺、对数表、电子计算器等计算工具计算时，运算过程中、特别是最后结果应按有效数字运算法则决定应取的位数。

(4)当间接量是由若干个直接量经过若干步运算得到时，每一步均应按运算法则取舍，则整个运算即较简便和合理。（中间运算步骤可以暂多取一位）

(5)上列有效数字运算法则不是完全正确的，常有偏离。测量结果的位数只有用“误差理论”才能较正确的得到。

三、误差理论

由于仪器精密度的限制，实验者感觉器官辨别及灵敏程度的局限以及测量方法的不完善，因此，测量的结果只能是客观真值的近似值，都与真实值之间存在着“差异”、“偏差”。通常称这种差异为测量的“误差”。由于真实值虽然存在但并不知道，因此测量值与它之间

的“误差”也不能确知，而只能用某种理论进行分析与估计。

（一）误差分类

按误差产生的原因与特点，误差大致可分为系统误差和偶然误差(随机误差)。

1．系统误差

这种误差由三方面原因引起。

①仪器的缺陷。如米尺刻度不均匀，天平两臂不等长，停表慢了等等。

②测量方法和测量条件不当。如在20℃时刻制的钢尺用于0℃下进行测量，测运动物体的速度时未考虑空气阻力，用电表测量时未考虑电表内阻的影响等等。

③个人误差。由于观测者生理和心理的缺陷或不良习惯引起。如，以停表计时有人习惯早按，有人习惯迟按，观测指针刻度时，习惯将头偏向某一边等等。

不论何种原因引起的系统误差，其特点是：测量结果与真值的偏离总是偏向一方，即总是偏大或总是偏小。增加测量次数并不能减少这种误差，但可以分析出引起该误差的原因，如将仪器校准，改善测量方法和条件等，可使该种误差减小甚至消除。

2．偶然误差

仪器、人以及环境的偶然因素引起。如仪器在其精度范围内刻度的偶然不均匀，观测者分辨与估读时判断的偶然性，环境温度、气流、电磁场等偶然的变化等等。

偶然误差是无法避免和完全消除的，但其特点是：遵从统计规律，（在多数物理实验中，偶然误差呈正态分布)，因此可以用统计理论分析和估计这种误差。

（二）直接测量的误差

1．测量量的算术平均值 $\overline{N}$

由于偶然误差遵从统计规律，因此当对某一物理量多次测量时，结果中比真值偏大的几率与比真值偏小的机率接近，它们的算术平均值就接近于真值。我们即用多次测量值的算术平均值作为该物理量的“最佳近似值”(或“最近真值”)，即

$$\overline{N}=\frac{N_1+N_2\cdots+N_K}{K}$$

$$=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}N_i$$

并用该算术平均值$\overline{N}$作为测量值。

一般$\overline{N}$的有效数字位数应与N_i的有效数字位数相同。

2.绝对误差ΔN

虽然$\overline{N}$是真值的最佳近似值，但总还不就是真实值，两者之间总存在差异。对于一个科学测量，必须要知道这差异即误差的大小。根据不同的实际需要，估计误差的办法有：

(1)平均绝对误差

以平均值$\overline{N}$与各次测量值N_i相减并取其绝对值，称为差数，再取各个差数的平均值，称为“平均绝对误差”，用 $\overline{\Delta N}$表示，即

$$\overline{\Delta N}=\frac{1}{K}(|\overline{N}-N_1|+|\overline{N}-N_2|+\cdots+|\overline{N}-N_K|)$$

$$=\frac{1}{K}(\Delta N_1+\Delta N_2+\cdots+\Delta N_K)=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\Delta N_i$$

$\overline{\Delta N}$表示一组多次测量的数据中各个数据之间的分散程度。如果各个数据之间差别较大，则$\overline{\Delta N}$也较大，说明测量不精密，偶然误差较大。

(2)仪器示数误差$\Delta N_{示}$

由于仪器精密度的限制，任何仪器本身都有误差。在仪器精度范围内，它的刻度示数的偶然不均匀性也是使测量值产生误差的原因。考虑的方法是：一般情况下仪器示数(指示数值)产生的误差大致不超过仪器精密度的$\frac{1}{2}$。因测量的条件不同，"示数误差"也可以是精密度的$\frac{1}{5}$或者更大些。

*(3)均方根误差(标准误差)σ

以平均值$\overline{N}$与各次测量值N_i相减，再取其平方的平均值然后再开方，称为均方根误差，或标准误差，用σ表示，即

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}(\overline{N}-N_i)^2}$$

根据误差理论，标准误差是比平均绝对误差较为精确的，因此现今许多情况下都是用标准误差评价实验结果。可以证明标准误差与平均绝对误差的关系为$\sigma=1.253\overline{\Delta N}$。本课程只要求计算平均绝对误差。

(4)绝对误差ΔN

一般情况下，平均绝对误差$\overline{\Delta N}$与仪器示数误差$\Delta N_{示}$并不叠加，而是将其中较大者作为测量值对真值的绝对误差ΔN，即：

如：$\overline{\Delta N}>\Delta N_{示}$，　　则取　$\Delta N=\overline{\Delta N}$

如：$\overline{\Delta N}<\Delta N_{示}$，　　则取　$\Delta N=\Delta N_{示}$

通常绝对误差ΔN只取一位不等于零的数。(对一些比较精确和重要的测量结果可以多取一位)。

对于一次测量量或不需多次精细测量的量，可以用一个比较大的仪器示数误差$\Delta N_{示}$，作为该量的绝对误差ΔN。

米尺、卡尺、千分尺的示数误差，根据我们的测量条件，统一规定如下：

尺	精密度	示数误差
米尺	1mm	0.2mm
1/50卡尺	0.02mm	0.02mm
千分尺	0.01mm	0.005mm

3. 相对误差$\frac{\Delta N}{\overline{N}}$

绝对误差ΔN与平均值$\overline{N}$之比，并用百分表示，即称为"相对误差"，或百分误差，即：

$$\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{\Delta N}{\overline{N}}100\%$$

测量结果的优劣不只决定于绝对误差ΔN的大小，更重要的是决定于相对误差的大小，因它表示了测量结果的可靠性程度。

相对误差通常取二位不等于零的数。

4. 直接测量量的误差表示

(1)误差定位。当得出绝对误差ΔN以后，平均值应取多少位则应由绝对误差ΔN来

定，方法是：使平均值$\overline{N}$的最后一位所在单位与绝对误差ΔN中不等于零的数所在单位相同。

(2)误差表示

由定出的$\overline{N}$与绝对误差ΔN及相对误差即可表示测量量N

$$N=\overline{N}\pm\Delta N=\overline{N}\left(1\pm\frac{\Delta N}{\overline{N}}100\%\right)$$

这式子的意思是：测量量N的最佳近似值是$\overline{N}$，真实值将在$\overline{N}-\Delta N$与$\overline{N}+\Delta N$之间，而取$\overline{N}$的可能性最大。

例题：

用千分尺测铁块厚度h五次，数据为：0.6045cm，0.6052cm，0.6078cm，0.6082cm，0.6125cm。试用误差表示测量结果：

解：

平均值：$\overline{h}=\frac{1}{5}(0.6045+0.6052+0.6078+0.6082+0.6125)\text{cm}$

$=0.6076\text{cm}$

平均绝对误差：

$$\overline{\Delta h}=\frac{1}{5}(0.0031+0.0024+0.0002+0.0006+0.0049)\text{cm}=0.002\text{cm}$$

因千分尺的示数误差为0.0005cm比本题中$\overline{\Delta h}$小，故取平均绝对误差为绝对误差：

$$\Delta h=\overline{\Delta h}=0.002\text{cm}$$

相对误差：

$$\frac{\Delta h}{\overline{h}}=\frac{0.002}{0.6076}\times 100\%=0.33\%$$

误差定位及误差表示：

$$h=\overline{h}\pm\Delta h=(0.608\pm 0.002)\text{cm}$$
$$=\overline{h}\left(1\pm\frac{\Delta h}{\overline{h}}100\%\right)=0.608(1\pm 0.33\%)\text{cm}$$

用相对误差表示时，$\overline{N}$应该用绝对误差定位后的$\overline{N}$。

（三）间接测量量的误差

间接测量量是直接测量量按一定的函数关系计算得来的，因此直接测量的误差也必然传递给间接测量量。将各直接测量量的最佳值(平均值)按相应的函数关系式计算，即可得间接测量量的最佳近似值。但必需先按有效数字运算法则决定它的位数(可以先多取一位)。间接量的误差则需由表示直接测量误差与间接测量之间的关系式即“误差传递公式”得到。

1. 误差传递公式

如间接量N与直接量A、B、C…的函数关系为

$$N=f(A、B、C\cdots)$$

对其求全微分，则有

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial A}\mathrm{d}A + \frac{\partial f}{\partial B}\mathrm{d}B + \frac{\partial f}{\partial c}\mathrm{d}C + \cdots$$

由于通常A、B、$C\cdots$的绝对误差ΔA、ΔB、$\Delta C\cdots$分别均远小于测量值A、B、$C\cdots$本身，因此即用绝对误差代替上式中的增量 $\mathrm{d}A$、$\mathrm{d}B$、$\mathrm{d}C\cdots$，即可得N的绝对误差ΔN。为考虑到最大可能误差，对上式各项均取绝对值，即得：

$$\Delta N = \left|\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial C}\Delta C\right| + \cdots$$

其中： $\left|\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A\right|$，$\left|\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B\right|$，…称为分误差，而 $\frac{\partial f}{\partial A}$、$\frac{\partial f}{\partial B}$、$\frac{\partial f}{\partial C}$、… 称为传递系数。整个式子即是间接测量量的误差传递公式。可见：间接测量量的误差是由直接测量量的误差以及传递系数决定的，而传递系数则是由间接量与直接量间的函数关系决定。

2. 和差与积商的误差

(1) 和差的误差

$$N = f(A,B) = A \pm B$$

$$\Delta N = \left|\frac{\partial(A\pm B)}{\partial A}\Delta A\right| + \left|\frac{\partial(A\pm B)}{\partial B}\Delta B\right| = \Delta A + \Delta B$$

(2)积的误差

$$N = f(A,B) = A\cdot B$$

$$\Delta N = \left|\frac{\partial(A\cdot B)}{\partial A}\Delta A\right| + \left|\frac{\partial(A\cdot B)}{\partial B}\cdot\Delta B\right| = B\Delta A + A\Delta B$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{B\Delta A + A\Delta B}{A\cdot B} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

(3)商的误差

$$N = f(A,B) = \frac{A}{B}$$

$$\Delta N = \left|\frac{\partial(A/B)}{\partial A}\Delta A\right| + \left|\frac{\partial(A/B)}{\partial B}\Delta B\right|$$

$$= \frac{\Delta A}{B} + \left|\frac{-A}{B^2}\Delta B\right| = \frac{\Delta A}{B} + \frac{A}{B^2}\Delta B$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A/B}{A/B} + \frac{A\Delta B/B^2}{A/B} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

(4)乘除混合的误差

若 $$N = \frac{A\cdot B\cdot C\cdots}{D\cdot E\cdot F\cdots}$$

则可以证明，有

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta F}{F} + \cdots$$

即乘除的相对误差等于各量相对误差之和。

表(1)列出常用运算关系的误差计算公式。需要时可直接查用。表中未列的运算关系，则可由传递公式求得(见P_{13})。

(*注：推导误差传递公式时是将各分误差取绝对值相加，实际上这样是夸大了间接测量的误差。可以证明，若采用均方根误差（标准误差）则间接测量量的标准误差应等于各直接测量量对误差贡献的平方和再开方，即

$$\sigma=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2\sigma_A{}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2\sigma_B^2+\cdots\cdots}$$

式中σ为间接测量量的标准误差，σ_A、σ_B、σ_C…分别为直接测量量A、B、C…的标准误差。)

例题：

一木块测得其长$l=(\overline{l}\pm\Delta l)=(2.34\pm0.02)\text{cm}=2.34(1\pm0.85\%)\text{cm}$，宽$b=(\overline{b}\pm\Delta b)=(1.98\pm0.01)\text{cm}=1.98(1\pm0.50\%)\text{cm}$。试用误差表示其面积。

解：

平均值：

$$\overline{S}=\overline{l}\cdot\overline{b}=2.34\times1.98=4.633\text{cm}^2$$

(由有效数字运算法则，$\overline{S}$应取三位，现暂多取一位，为四位)

相对误差：

$$\frac{\Delta S}{S}=\frac{\Delta l}{l}+\frac{\Delta b}{b}=0.85\%+0.50\%=1.4\%$$

绝对误差：

可以由

$$\Delta S=\overline{b}\Delta l+\overline{l}\Delta b=1.98\times0.02+2.34\times0.01=0.06\text{cm}^2$$

也可以由：

$$\Delta S=\left(\frac{\Delta S}{S}\right)\overline{S}=1.4\%\times4.633=0.06\text{cm}^2$$

误差定位及表示：

$$S=(4.63\pm0.06)\text{cm}^2=4.63(1\pm1.4\%)\text{cm}^2$$

注：对于一些较精确和重要的测量结果，因其绝对误差常取两位，因此用其定位时平均值亦应取至绝对误差所在的位。如普朗克常数

$h=(6.626176\pm0.000036)\times10^{-34}\text{J}\cdot\text{S}$

注：为了将自己测得的结果与他人用精确方法测出的“标准值”比较，以表明自己测量的好坏，常用“定值误差”表示：

$$定值绝对误差=|标准值-测量值|$$

$$定值相对误差=\frac{|标准值-测量值|}{标准值}100\%$$