



应用型本科规划教材

Digital Signal Processing

数字信号处理 (第二版)

主 编 唐向宏
副主编 方志刚 陆光华
张建奇 毕 岗



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

浙江省高等教育重点建设教材
应用型本科规划教材

数字信号处理

(第二版)

主 编 唐向宏

副主编 方志刚 陆光华

张建奇 毕 岗



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

内 容 提 要

本书系统地讨论了数字信号处理的基本理论、基本算法和基本实现方法,注重基本概念、基本方法的讲解,压缩了繁琐的理论推导;注重理论联系实际,列举了大量典型的示例,例题、习题紧扣基本概念、基本原理、基本方法的应用,内容通俗易懂、易教易学。

全书共 8 章。第 1 章着重介绍离散时间信号、离散时间系统的基本特征以及连续时间信号的抽样,第 2 章主要论述离散时间系统的变换域分析方法与系统结构,第 3 章和第 4 章着重讨论离散时间傅里叶变换(DFT)及各种快速傅里叶变换(FFT),第 5 章和第 6 章主要讨论 IIR 和 FIR 数字滤波器的理论和设计方法,第 7 章介绍多采样信号处理,第 8 章是数字信号处理的有限字长效应。

本书可作大专院校电气信息类专业的教材,也可作在通信工程、电子信息工程、自动控制工程、图像处理、语音处理等领域从事信号处理的科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理 / 唐向宏主编. —2 版. —杭州:
浙江大学出版社, 2012. 7
应用型本科规划教材
ISBN 978-7-308-10230-8

I. ①数… II. ①唐… III. ①数字信号处理—高等学
校—教材 IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 150629 号

数字信号处理(第二版)

唐向宏 主编

丛书策划 樊晓燕
责任编辑 樊晓燕
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址: <http://www.zjupress.com>)
排 版 杭州中大图文设计有限公司
印 刷 德清县第二印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 15
字 数 347 千
版 印 次 2012 年 7 月第 2 版 2012 年 7 月第 5 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-10230-8
定 价 29.50 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话(0571)88925591

应用型本科院校信电专业基础平台课规划教材系列

编 委 会

主 任 顾伟康

副主任 王 薇 沈继忠 梁 丰

委 员 (以姓氏笔画为序)

方志刚 古 辉 李 伟

何杞鑫 林雪明 张增年

唐向宏 夏哲雷 钱贤民

蔡伟健

再版说明

本教材系应用型本科院校信电专业基础平台课规划教材系列,被列为浙江省高等教育重点建设教材。教材从 2006 年出版至今,被数所院校使用,受到广大师生好评,已连续印刷多次。

根据读者的建议,结合数字信号处理课程的教学特点,我们在第 1 版的基础上,对原有的教学内容作了调整、补充和完善,增加了多采样率信号处理一章内容,该章主要介绍对离散时间信号进行采样率转换的抽取和内插方法,抽取滤波器与内插滤波器的设计与实现方法,以及正交镜像滤波器组的基本概念和设计方法等内容。修订后的教材在保持原教材特点的基础上,更加系统地介绍数字信号处理的基本理论,注重基本概念、基本方法的讲解,压缩繁琐的理论推导;加强了实践环节,例题和习题增多;内容深入浅出,通俗易懂、易教易学。

感谢使用本教材的读者,是您们的关心、支持和宝贵建议,才使本书得以完善,殷切希望新老读者一如继往的关心和支持本教材。

作 者

2012 年 4 月

前 言

数字信号处理作为电气信息类专业的一门重要专业基础课,目的是让学生掌握数字信号处理的基本理论、基本分析方法和基本实现方法。但由于本课程的理论性较强,所涉及的内容往往需要繁琐的数学推导,学生在学习过程中往往会感觉抽象、难以理解和掌握。如何更有效地介绍数字信号处理的基础知识,让学生更好地理解 and 掌握数字信号处理的基本理论、基本方法,为将来在学习和工作实践中进一步研究信号处理理论与技术实现打下良好的基础,这是从事该课教学的教师共同关心的问题,也是学生普遍关注的问题。

杭州电子科技大学、浙江理工大学、浙江大学城市学院、浙江万里学院、浙江工业大学之江学院、中国计量学院等六所高校多位长期从事数字信号处理教学的教师根据多年积累的教学经验和教学方法联合编写了本书。本书编写的基本思路是以“应用类本科”学生为主要授课对象,以培养应用型人才为基本目的,以“实用、适用、够用”为基本原则,做到对本课程涉及的基本原理、基本性质、基本方法要讲全、讲透,概念准确清晰,不追求理论深度和内容的广度,以达到“应用类本科”的培养目标要求的理论够用为准则。在编写过程中,压缩了繁琐的理论推导,注重基本概念、基本方法的讲解,力求做到简明、清晰和准确;在各章节里,结合相关的教学内容,列举了大量典型的示例,例题、习题紧扣基本概念、基本原理、基本方法的应用,注重理论联系实践,使相关教学内容通俗易懂、易教易学。

全书共8章,第1章着重阐述离散时间信号的表示、运算,离散系统的特征以及连续时间信号的抽样等内容;第2章主要论述离散系统的变换域分析方法与系统结构,主要涉及 z 变换与 z 逆变换、离散系统的系统函数、系统的频率响应与系统类型以及IIR和FIR数字滤波器的基本结构与特点等内容;第3章着重讨论离散时间傅里叶变换,主要涉及非周期序列的傅里叶变换、周期序列的离散傅里叶级数(DFS)以及有限序列的傅里叶变换(DFT);第4章讨论各种快速傅里叶变换(FFT);第5章和第6章主要讨论IIR和FIR数字滤波器的理论和设计方法;第7章介绍多采样信号处理;第8章是数字信号处理的有限字长效

应。为了帮助读者掌握和应用数字信号处理的相关理论,提高分析问题和解决实际问题的能力,附录中介绍了使用方便、功能强大的 MATLAB 数字信号处理仿真语言,并结合各章讨论的内容,给出了大量的仿真实例,便于读者更好地掌握数字信号处理的基本理论和基本实现方法。

本书由唐向宏担任主编,方志刚、毕岗、张建奇、陆光华担任副主编。本书第 1 章由浙江理工大学陈剑编写,第 2 章和第 7 章由浙江大学城市学院方志刚、张翠编写,第 3 章由浙江工业大学之江学院张建奇、骆崇编写,第 4 章由中国计量学院周小微编写,第 5 章及附录 A 由浙江大学城市学院毕岗、李秀梅编写,第 6 章由浙江万里学院陆光华、谢智波编写,绪论及附录 B 由杭州电子科技大学唐向宏编写。全书由唐向宏统稿。

浙江大学陈存椿教授审阅了本书,在此表示感谢。

由于编写时间仓促,不足之处在所难免,殷切希望广大读者批评指正。

作 者

2006 年 2 月

目 录

绪 论	1
第 1 章 离散时间信号与系统	3
1.1 离散时间信号——序列	3
1.1.1 离散时间信号与序列的运算	3
1.1.2 序列的能量、周期性以及几种常用序列	8
1.2 离散时间系统	12
1.2.1 线性时不变系统	12
1.2.2 单位冲激响应与系统响应	14
1.2.3 因果与稳定系统	18
1.3 连续时间信号的抽样	19
1.3.1 连续时间信号抽样的基本原理	20
1.3.2 抽样定理与连续信号的恢复	21
1.4 小 结	25
习 题	26
第 2 章 离散系统的变换域分析与系统结构	30
2.1 z 变换与 z 逆变换	30
2.1.1 z 变换的定义与收敛域	30
2.1.2 z 逆变换	35
2.1.3 z 变换的基本性质	42
2.2 离散系统的系统函数	49
2.3 系统的频率响应与系统类型	51
2.4 线性时不变(LTI)系统的基本结构	52
2.4.1 数字滤波器类型及流图表示	53
2.4.2 无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器的基本结构与特点	53
2.4.3 有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器的基本结构与特点	58
2.5 小 结	60
习 题	60

第 3 章 离散时间傅里叶变换	63
3.1 非周期序列的傅里叶变换及性质	63
3.1.1 非周期序列傅里叶变换	63
3.1.2 非周期序列傅里叶变换的性质	64
3.1.3 序列傅里叶变换、 z 变换和拉氏变换的关系	68
3.1.4 周期序列的离散傅里叶级数(DFS)及性质	70
3.2 离散傅里叶变换(DFT)	73
3.2.1 有限长序列的离散傅里叶变换(DFT)及性质	74
3.2.2 有限长序列的线性卷积与圆周卷积	82
3.3 利用 DFT 处理连续时间信号时注意的问题	83
3.3.1 混叠失真与参数选择	84
3.3.2 频谱泄漏	86
3.3.3 栅栏效应	87
3.4 小 结	88
习 题	88
第 4 章 快速傅里叶变换	91
4.1 快速计算 DFT 的改进途径	91
4.1.1 直接计算 DFT 存在的问题	91
4.1.2 快速计算 DFT 的改进途径	92
4.2 按时间抽选(DIT)的基-2 FFT 算法	92
4.2.1 DIT-FFT 算法的基本原理	92
4.2.2 DIT-FFT 算法的特点	96
4.2.3 按时间抽选的 FFT 算法的其他形式流程图	100
4.3 按频率抽选(DIF)的基-2 FFT 算法	100
4.3.1 DIF-FFT 算法的基本原理	100
4.3.2 DIF-FFT 算法的特点	102
4.4 离散傅里叶反变换(IDFT)的快速算法	104
4.5 数字信号处理的 FFT 实现	105
4.5.1 线性卷积的 FFT 算法实现	105
4.5.2 线性相关的 FFT 算法实现	111
* 4.6 线性调频 z 变换(Chirp- z 变换)算法	111
4.6.1 基本原理	111
4.6.2 线性调频 z 变换的快速算法	113
4.7 小 结	113
习 题	114

第 5 章 无限长单位冲激响应(IIR)数字滤波器的设计	115
5.1 数字滤波器的性能指标与设计步骤	115
5.1.1 数字滤波器的类型	115
5.1.2 数字滤波器的技术要求	116
5.1.3 数字滤波器设计的一般步骤	117
5.2 冲激响应不变法	118
5.3 双线性变换法	122
5.4 模拟低通滤波器设计 IIR 数字滤波器	126
5.4.1 模拟低通滤波器变换成数字低通滤波器	127
5.4.2 模拟低通滤波器变换成数字带通滤波器	128
5.4.3 模拟低通滤波器变换成数字带阻滤波器	132
5.4.4 模拟低通滤波器变换成数字高通滤波器	134
5.5 数字低通滤波器设计各类 IIR 数字滤波器	136
5.5.1 数字低通滤波器变换成数字低通滤波器	137
5.5.2 数字低通滤波器变换成数字带通滤波器	140
5.5.3 数字低通滤波器变换成数字带阻滤波器	142
5.5.4 数字低通滤波器变换成数字高通滤波器	145
5.6 小 结	147
习 题	148
第 6 章 有限长单位冲激响应(FIR)数字滤波器的设计	151
6.1 线性相位 FIR 数字滤波器的特点	151
6.1.1 线性相位条件	151
6.1.2 线性相位 FIR 数字滤波器的幅频特点	153
6.1.3 线性相位 FIR 数字滤波器零点分布特点	154
6.2 窗函数设计法	154
6.2.1 设计原理	154
6.2.2 窗函数设计法的不足——截断效应	156
6.2.3 常用窗函数及其选取原则	157
6.2.4 窗函数法设计步骤	160
6.3 频率采样法设计 FIR 数字滤波器	163
6.3.1 设计原理	163
6.3.2 频率采样法的优化设计	164
6.3.3 线性相位与采样的约束	165
6.3.4 频率采样法的设计步骤	166
6.4 IIR 与 FIR 数字滤波器的比较	169
6.5 小 结	169
习 题	170

第 7 章 多采样率信号处理	171
7.1 离散信号的抽取与内插	171
7.1.1 抽取与内插的时域描述	171
7.1.2 抽取与内插的频域描述	172
7.2 抽取滤波器与内插滤波器	174
7.2.1 抽取滤波器	174
7.2.2 内插滤波器	175
7.2.3 有理数倍抽样率转换	176
7.2.4 抽取滤波器的 FIR 结构和多相结构	176
7.2.5 内插滤波器的 FIR 结构和多相结构	177
7.3 正交镜像滤波器组	179
7.3.1 数字滤波器组	179
7.3.2 正交镜像滤波器组	179
7.4 小 结	181
习 题	182
第 8 章 数字信号处理中的有限字长效应	184
8.1 量化与量化误差	184
8.1.1 二进制数的表示	184
8.1.2 定点制的量化误差	186
8.1.3 A/D 变换的量化效应	189
8.2 数字滤波器的系数量化效应	190
8.2.1 系数量化对滤波器零点、极点位置的影响	190
8.2.2 IIR 数字滤波器的有限字长效应	192
8.2.3 FIR 滤波器的有限字长效应	192
8.3 FFT 算法的有限字长效应	193
8.3.1 定点 FFT 计算中的有限字长效应	193
8.3.2 系数量化对 FFT 的影响	195
8.4 小 结	196
习 题	196
附录 A 常用模拟低通滤波器设计方法	197
附录 B MATLAB 软件与数字信号处理仿真	197
一、MATLAB 的工作环境	198
二、MATLAB 的基本语法	203
三、MATLAB 在数字信号处理中的应用	212
参考文献	227

绪 论

自从 1965 年库利(Cooley)和图基(Tukey)在《计算数学》(*Mathematics of Computation*)上发表了“用机器计算复序列傅里叶级数的一种算法”即“快速傅里叶变换算法”以来,一门新兴学科——数字信号处理(Digital Signal Processing, DSP)的发展就拉开了序幕。随着信息学科、计算机学科以及电子技术的高速发展,数字信号处理学科得以蓬勃发展,逐渐形成了自己的学科领域和一整套较为完整的理论体系。

数字信号处理就是把信号用数字或符号表示成序列,然后将序列通过计算机或通用(专用)信号处理设备,用数字的数值计算方法处理,以达到提取有用信息的目的。

通常,数字信号处理系统由 A/D 转换器、数字信号处理器、D/A 转换器三大部分组成,如图 0-1 所示。A/D 转换器(亦称为模拟/数字转换器)的功能就是将模拟信号 $x(t)$ 转换成数字信号序列 $x(n)$;数字信号处理器的功能就是将数字信号序列按预定的要求进行加工处理,得到新的数字信号序列 $y(n)$;而 D/A 转换器(亦称为数字模拟转换器)则是将数字信号序列 $y(n)$ 转换成模拟信号 $y(t)$ 。

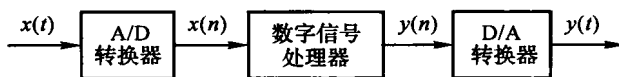


图 0-1 数字信号处理系统的简单方框图

在数字信号处理系统中,数字信号处理器是数字信号处理系统的核心部分。它可以是数字计算机、微处理机、数字信号处理芯片(如 TI(Texas Instruments)公司的 TMS320 系列芯片)或数字硬件组成的专用处理机。若数字信号处理器是数字计算机或微处理机,则对输入信号进行的预期处理是通过软件编程来实现的,这种实现方法称为软件实现。若数字信号处理器是数字信号处理芯片或数字硬件组成专用处理机,则称为硬件实现,其特点是处理速度快,能实现实时信号处理。目前,最为流行的数字信号处理器就是通用数字信号处理芯片,它是专为信号处理设计的芯片,有专门执行信号处理算法的硬件,例如乘法累加器、流水线工作方式、并行处理、多总线、位翻转(倒位序)硬件等,同时又有专为信号处理使用的指令。采用该信号处理器既有实时的优点,又有用软件实现的多用性优点,是一种重要的数字信号处理实现方法。

与模拟信号处理系统相比,数字信号处理系统具有以下一些明显的优点:

(1)精度高。模拟网络的精度由元器件决定,模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上,而数字系统在 14 位字长时就可达到 10^{-4} 的精度。在高精度系统中,有时只能采用数字系统。

(2)灵活性高。数字系统的性能主要由乘法器的系数决定,而系数是存放在系数存储器中的,因而只需改变存储的系数就可得到不同的系统,比改变模拟系统方便得多。

由于数字信号可无损地存储在磁盘、光盘等存储介质上,因而可随时传送,可在远端脱机处理;另外,时间可以倒置、压缩或扩张。

(3)可靠性强。由于数字系统只有两个信号电平“0”和“1”,因而受周围环境的温度及噪声的影响较小。而模拟系统的各元器件都有一定的温度系数,且电平是连续变化的,易受温度、噪声、电磁感应等的影响。

(4)容易大规模集成。数字部件具有高度规范性,便于大规模集成、大规模生产。

另外,数字信号处理还具有时分复用、可获得高性能指标以及实现二维甚至多维信号的处理等优点。

正是由于数字处理信号具有以上众多优越性,使数字信号处理技术在语音处理、图像处理、工业控制与自动化、通信等各个领域得到广泛的应用。

数字信号处理学科主要涉及:(1)离散时间线性时不变系统分析;(2)离散时间信号时域分析及频域分析、离散傅里叶变换(DFT)理论;(3)信号采集,包括 A/D、D/A 技术等;(4)数字滤波技术;(5)谱分析与快速傅里叶变换(FFT),快速卷积与相关算法;(6)自适应信号处理;(7)估计理论,包括功率谱估计及相关函数估计等;(8)信号的压缩,包括语音信号与图像信号的压缩;(9)信号建模,包括 AR、MA、ARMA、CAPON、PRONY 等各种模型;(10)其他特殊法(同态处理、抽取与内插、信号重建等);(11)数字信号处理的实现;(12)数字信号处理的应用等众多的理论和技术。这些理论和技术随着电子技术的发展,在各个领域得到了广泛的应用,同时也随着信息学科、计算机学科以及电子技术的发展,其内容又在不断增加、扩充。

作为基础理论教材,不可能涉及数字信号处理的全部内容。本书主要讨论数字信号处理的基本理论和方法,内容涉及信号采集与重构、离散时间系统分析、离散时间信号的时域分析和频域分析、离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT)、快速卷积与相关算法、数字滤波技术等。另外,由于在数字信号处理的实现时,无论是用专用硬件还是用计算机软件来实现,其数字信号处理系统的有关参数以及运算过程中的结果都是以二进制数表示,并存储在有限字长的存储单元中,这种有限精度表示与有限精度运算处理会给理想数字信号处理系统带来误差。因此,数字信号处理中的有限字长效应,也是本书所要讨论的内容。

附录 B 专门安排了 MATLAB 软件与数字信号处理仿真这部分内容,详细介绍了该软件的相关函数命令的功能和基本使用方法,并结合各章的内容,给出了大量的实例与 MATLAB 仿真程序,以便帮助大家更好地理解和掌握数字信号处理的基本理论和基本实现方法。

第 1 章 离散时间信号与系统

信号是信息的载体,是信息的物理表现形式,它通常是一个自变量或几个自变量的函数。如果信号仅用一个自变量表示,则称为一维信号,如语音信号;如果用两个以上的自变量表示,则称为多维信号,如图像信号。对一维信号,人们习惯用时间变量来刻画。因此,根据信号在任意时刻的取值是否能精确确定,信号可分为确定信号和随机信号。

按时间变量的取值形式,信号可分为连续时间信号和离散时间信号。连续时间信号是指信号的时间变化范围是连续的。连续时间信号通常也称为模拟信号。离散时间信号是指信号的时间变化是不连续的,而是离散值。若将离散时间信号的幅值量化,就能得到数字信号。用于处理连续时间信号的系统称为连续时间系统(简称连续系统),用于处理离散时间信号的系统称为离散时间系统(简称离散系统)。本书的基础理论均以一维、确定的离散时间信号和离散系统为研究对象。

1.1 离散时间信号 —— 序列

1.1.1 离散时间信号与序列的运算

1. 离散时间信号

连续时间信号是指信号的时间变化范围是连续的,离散时间信号是指信号的时间变化不是连续的,而是离散值。通常,离散时间信号可以通过对连续时间信号等间隔抽样来获取。例如,对连续时间信号 $x(t)$ 进行等间隔抽样,即

$$x(nT) = x(t) \big|_{t=nT} \quad (1-1-1)$$

抽样间隔为 T ,得到信号在不同时刻 nT 上的取值 $x(nT)$ (n 为整数),这些抽样值构成的序列 $\{x(nT), n = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ 即为离散时间信号,简称序列。为了描述方便,习惯上将序列 $\{x(nT)\}$ 表示为 $x(n)$ 。注意, $x(n)$ 只在 n 为整数时才有意义,不是整数时无定义。

离散时间信号可以用图形来表示。例如,离散时间信号 $x(n) = \{x(-4) = 0.5, x(-3) = -1, x(-2) = 2.5, x(-1) = 1.1, x(0) = 0, x(1) = 1.7, x(2) = 3.3, x(3) = -0.5, x(4) = 1.3\}$,其图形表示如图 1-1 所示。

由于 $x(n)$ 只在 n 为整数时才有意义,不是整数时无定义。因此,在表示序列的图形中不能将各个点用线连接起来。

2. 序列的运算

序列的运算通常包括移位、和、积、时间尺度变换、翻褶、卷积和等,序列通过运算后将生

成新序列。

(1) 移位

设某一序列为 $x(n]$, 当 $m > 0$ 时, 它的移位序列 $x(n-m]$ 是由序列 $x(n]$ 延时或右移 m 位形成的新序列, 称为 $x(n]$ 的延时期列。而 $x(n+m]$ 是由 $x(n]$ 超前或左移 m 位形成的, 称为 $x(n]$ 的超前序列。当 $m < 0$ 时, 则相反。

如图 1-2 所示, (a) 图表示的是序列 $x(n]$, (b) 图表示的是 $x(n-2]$, (c) 图表示的是 $x(n+2]$ 。

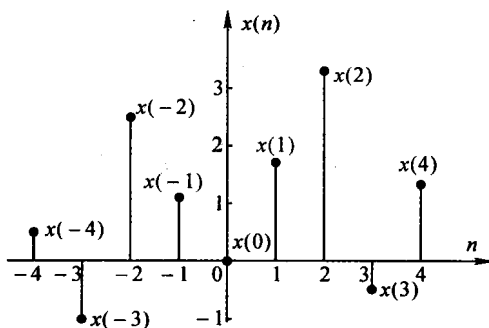


图 1-1 离散时间信号的图形表示

(2) 和

两序列的和是指同序号 n (或同时刻) 的序列值逐项对应相加而构成一个新的序列, 表示为

$$z(n) = x(n) + y(n)$$

例 1-1 序列 $x(n]$ 和 $y(n]$ 如图 1-3(a), (b) 所示。

$$x(n) = \begin{cases} 1 & n = -1 \\ 2 & n = 0 \\ 0 & n = 1 \\ -1 & n = 2 \\ 0.5 & n = 3 \\ 1.5 & n = 4 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad y(n) = \begin{cases} 1 & n = -2 \\ 1 & n = -1 \\ -1 & n = 0 \\ 0.5 & n = 1 \\ -1 & n = 2 \\ -0.5 & n = 3 \\ 0 & n = 4 \\ -0.5 & n = 5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求两个序列的和。

解 由图知 $z(-2) = x(-2) + y(-2) = 0 + 1 = 1$

$$z(-1) = x(-1) + y(-1) = 1 + 1 = 2$$

.....

$$z(5) = x(5) + y(5) = 0 + (-0.5) = -0.5$$

其余的序列和为 0。所得新序列 $y(n) = x(n) + z(n]$, 如图 1-3(c) 所示。

(3) 积

两序列的积是指同序号 n 的序列值逐项对应相乘。表示为

$$z(n) = x(n) \cdot y(n)$$

例 1-2 求例 1-1 中两序列 $x(n]$ 与 $y(n]$ 的积。

解 $z(-2) = x(-2) \cdot y(-2) = 0 \times 1 = 0$

$$z(-1) = x(-1) \cdot y(-1) = 1 \times 1 = 1$$

.....

$$z(5) = x(5) \cdot y(5) = 0 \times (-0.5) = 0$$

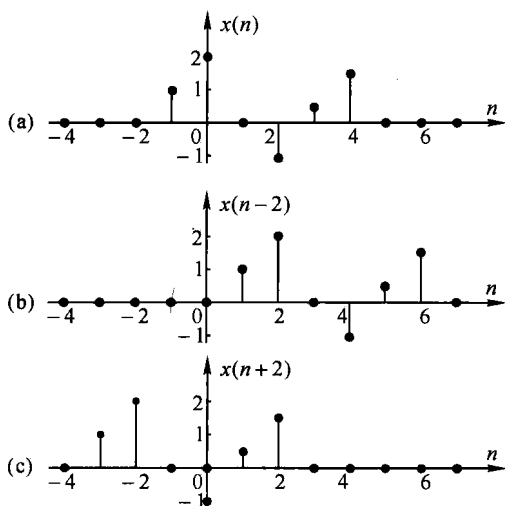


图 1-2 序列的移位

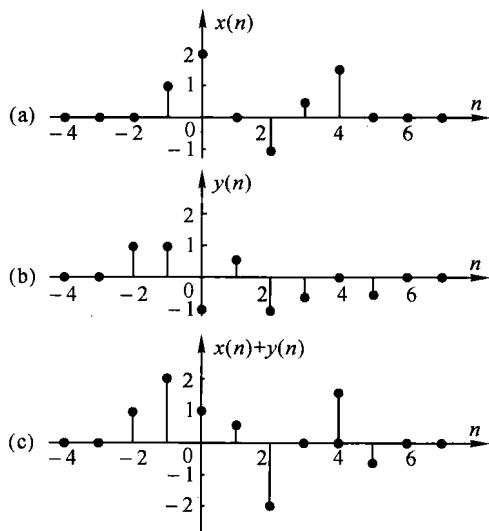


图 1-3 序列的和

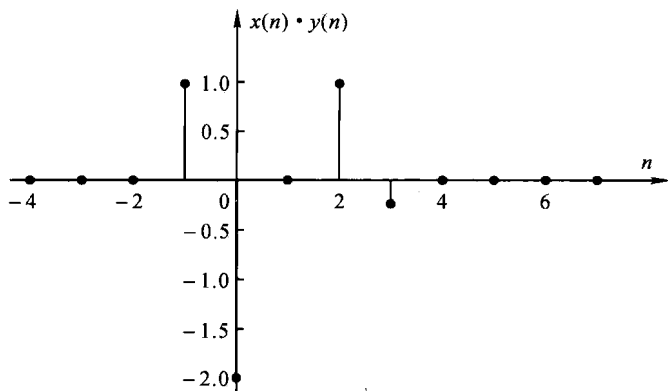


图 1-4 序列的积

其余的序列积为 0。所得结果如图 1-4 所示。

(4) 时间尺度变换

序列 $x(n]$ 的时间尺度变换序列为 $x(mn]$ 或 $x(n/m]$, 其中 m 为正整数。注意, 对 $x(n/m]$ 来说, 只有当 n/m 为整数时才有定义。例如当 $m=2$ 时, $x(2n]$ 是 $x(n]$ 序列每隔两点抽取一点形成的, 称 $x(2n]$ 是 $x(n]$ 的抽取序列。而 $x(n/2]$ 是 $x(n]$ 序列每两点之间插入一点形成的, 称 $x(n/2]$ 是 $x(n]$ 的插值序列。序列 $x(n]$ 和 $x(2n]$ 的波形如图 1-5 所示。关于时间尺度变换将在第 7 章作进一步介绍。

(5) 翻褶

$x(-n]$ 是 $x(n]$ 的翻褶序列, 它是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴将序列 $x(n]$ 加以翻褶形成的。 $x(n]$ 和 $x(-n]$ 的波形如图 1-6 所示。设 $y(n] = x(-n]$, 可以看出图中 $y(0) = x(0)$, $y(1) = x(-1)$, $y(-1) = x(1)$ 等。

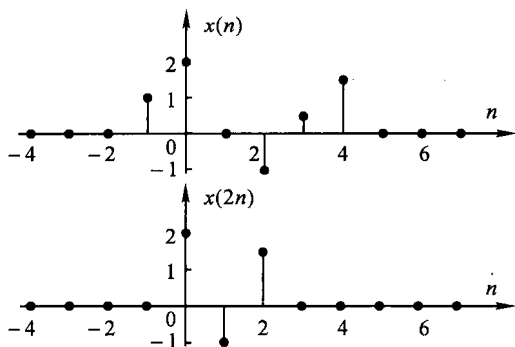


图 1-5 序列的抽取

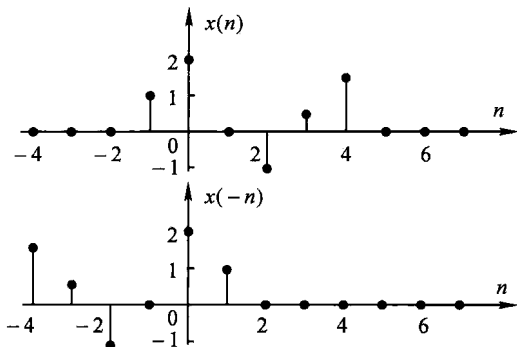


图 1-6 序列的翻褶

(6) 卷积和

两序列作如下运算时称序列 $y(n)$ 为序列 $x(n)$ 与 $h(n)$ 的卷积和:

$$y(n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) \quad (1-1-2)$$

卷积和通常表示为

$$y(n] = x(n] * h(n]$$

符号“ $*$ ”表示卷积和运算,即

$$y(n] = x(n] * h(n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

从定义式(1-1-2)可知,卷积和的运算包含了四种序列运算:翻褶、移位、相乘、相加。因此,用图形求解卷积和可按以下步骤进行:

① 翻褶 先将 $x(n]$ 和 $h(n]$ 用 $x(m]$ 和 $h(m]$ 表示,并将 $h(m]$ 以 $m=0$ 的纵轴为对称轴翻褶形成 $h(-m]$ 。

② 移位 将 $h(-m]$ 移位 n (设 n 为某一给定值),得到 $h(n-m]$ 。当 n 为正整数时, $h(-m]$ 右移 n 位。当 n 为负整数时, $h(-m]$ 左移 n 位。

③ 相乘 将 $h(n-m]$ 和 $x(m]$ 的同时刻(m)的序列值对应相乘,得到序列的积 $x(m)h(n-m]$ 。

④ 相加 将序列相乘后得到的积序列中的所有的序列值相加,就得到第 n 个序列值 $y(n]$ 。

⑤ 改变 n ,重复 ②③④ 步,求得 $-\infty < n < \infty$ 区间上所有对应的序列值 $y(n]$,即得到序列 $y(n]$ 。

例 1-3 已知如下两个序列:

当 $-3 \leq n \leq 3$ 时, $x(n] = \{3, 1, 7, 0, -1, 4, 2\}$;其他 $n, x(n] = 0$;

当 $-1 \leq n \leq 4$ 时, $h(n] = \{2, 3, 0, -5, 2, 1\}$;其他 $n, h(n] = 0$;

求两序列的卷积和 $y(n] = x(n] * h(n]$ 。

解 ① 翻褶:先在坐标上作出 $x(m]$ 和 $h(m]$,并将 $h(m]$ 翻褶形成序列 $h(-m]$,波形如图 1-7(a) 所示。

② 移位、相乘和累加。讨论 n ,分三种情况。

情况 1: $n < -4$ 。