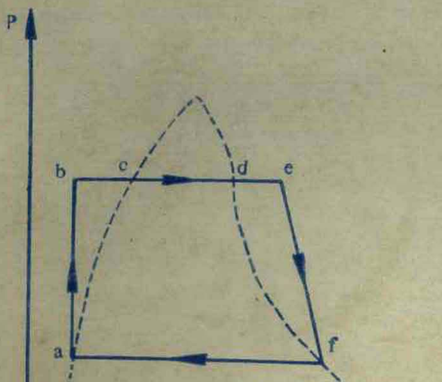
电视大学参考教材

普通物理学习题解

上册

李亚林　山宗欣编



河南广播电视大学印

一九七九年

前　　言

这本书是对人民教育出版社出版的上海交通大学等十校物理教研组合编的《普通物理学习题集》一书所作的解答。这是全国比较流行的一本书，读者较多。这本习题解是为电视大学的学生作补充教材用的。全书分上下册，每册包括三章。上册分力学、分子物理学与热力学、机械振动与机械波三章；下册分电学、波动光学、近代物理三章。上下册有420多个习题，题目内容较全面，深浅适度，难易结合。

本书是由郑州粮食学院李亚林讲师和河南教育学院物理组山宗欣同志编写。可供电视大学的学生和从事中学物理教学，及其他从事普通物理教学的同志们参考。编写中得到《河南教育》编辑部杨仲衡等同志帮助审阅和核稿，在此表示谢意。因时间仓促，错误和不当之处在所难免，请同志们批评指正。

河南广播电视大学物理组

一九七九年八月

目　　录

第一章　力学

§1.牛顿定律

1、物体按照$x=490t^2$(厘米克秒制)的规律从静止自由落下。

(1)计算下列各时间内的平均速度：1秒到1.1秒；1秒到1.01秒；1秒到1.001秒；1秒到1.0001秒；

(2)求1秒末的瞬时速度；

(3)讨论瞬时速度和平均速度的关系和区别。

解：(1)求各时间内的平均速度。

$$\bar{v}=\frac{x-x_0}{t-t_0}=\frac{490(t+\Delta t)^2-490t^2}{\Delta t}$$

$$=\frac{490(2t+\Delta t)\Delta t}{\Delta t}=490(2t+\Delta t)$$

$$\therefore\quad \bar{v}_1=490\,[2\times1+(1.1-1)]=490\times2.1$$

$$=1029\text{(厘米/秒)}$$

$$\bar{v}_2=490\,[2+(1.01-1)]=984.9\text{(厘米/秒)}$$

$$v_3=490\,[2+(1.001-1)]=980.49\text{(厘米/秒)}$$

$$\bar{v}_4=490\,[2+(1.0001-1)]=980.049\text{(厘米/秒)}$$

(2)求1秒末的瞬时速度。

$$\because v=\lim_{\Delta t\to0}\bar{v}=\lim_{\Delta t\to0}490(2t+\Delta t)=2\times490t$$

$$\therefore v_1=2\times490\times1=980\text{(厘米/秒)}$$

（3）讨论平均速度和瞬时速度的区别和联系。

由（1）与(2)的计算知，$\Delta t \to 0$ 时，平均速度的极限为瞬时速度，即 $V=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\overline{V}$ 平均速度是物体在某段时间内，经过的位移对时间的平均变化率；瞬时速度是物体在某一时刻的速度，是位移对时间的变化率。

2、站台上一观察者，在火车开动时站在第一节车厢最前端，第一节车厢在 $t_1=4$秒内驶过其旁。问第 n 节（$n=7$）驶过此人旁边需要多少时间？火车作为匀加速运动。

已知：$t_1=4$ 秒　　$n=7$

火车作匀加速运动。

求：$\Delta t=t_n-t_{(n-1)}=?$

解：因为火车作匀加速运动，以L表示 每节车厢长度，则有：

$$L=\frac{1}{2}at_1^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$nL=\frac{1}{2}at_{n1}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

（2）÷（1）得

$$\frac{t_{n1}^2}{t_1^2}=n \qquad \therefore \qquad t_{n1}=\sqrt{n}\,t_1$$

而　$t_{(n-1)}=\sqrt{n-1}\,t_1$

$$\therefore\ t_7=t_n-t_{(n-1)}=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})t_1=(\sqrt{7}-\sqrt{7-1})\times 4$$

$$=0.8（秒）$$

3、已知质点运动方程为：$x=2t,\ y=2-t^2$。（x、y 以米为单位，t 以秒为单位。）

(1)计算并图示质点运动的轨道；

(2)写出$t=1$秒和$t=2$秒时质点的位置矢量，并计算1秒到2秒的平均速度；

(3)计算1秒末和2秒末的瞬时速度；

(4)计算1秒末和2秒末的瞬时加速度。

解：(1)求轨道方程并图示

$$x=2t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$y=2-t^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

消去t得质点运动的轨道方程为

$$y=2-\frac{x^2}{4}$$

这是抛物线的方程。

从运动方程知，在x方向是匀速运动，在y方向是匀变速运动，所以是平抛运动；可用逐点描迹法画出图形。

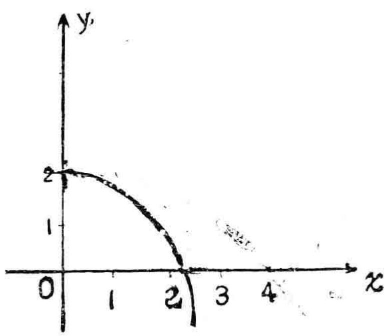
$t=0$，$x=0$，$y=2$

$=1$，$x=2$，$y=1$

$t=2$，$x=4$，$y=-2$

$t=3$，$x=6$，$y=-7$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$



(2) 求$t=1$秒和$t=2$秒时质点的位置矢量，计算1秒到2秒的平均速度。

当$t=1$秒时，质点的坐标为

$x_1(1)=2\times1=2$（厘米）；

$y_1(1)=2-1^2=1$（厘米）

质点的位置矢量为

$$\vec{r}_1=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}=2\vec{i}+\vec{j}$$

$$tg\,\theta_1=\frac{y_1}{x_1}=\frac{1}{2}\qquad\therefore\theta_1=26°30'$$

当$t=2$秒时，质点的坐标为

$x_2(2)=2\times2=4$（厘米）

$y_2(2)=2-2^2=-2$（厘米）

质点的位置矢量为

$$\vec{r}_2=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}=4\vec{i}-2\vec{j}$$

$$tg\,\theta_2=\frac{y_2}{x_2}=-\frac{1}{2}\qquad\therefore\theta_2=-26°30''$$

因平均速度 $\bar{v}=\frac{r_2-r_1}{t_2-t_1}=\frac{\triangle r}{\triangle t}$，所以由$t=1$秒和$t=2$秒时质点的位置坐标就能求出质点由1秒到2秒的平均速度。

在x方向的平均分速度为

$$\bar{v}_x=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{4-2}{2-1}=2\text{（厘米/秒）}$$

在y方向的平均分速度为

$$\bar{v}_y=\frac{y_2-y_1}{t_2-t_1}=\frac{-2-1}{2-1}=\frac{-3}{1}$$

$$=-3\text{（厘米/秒）}$$

所以平均速度为

$$\overline{v}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}\text{（厘米/秒）}$$

方向用它与x轴的夹角表示

$$\cos(\vec{v}、\vec{x})=\cos\theta=\frac{v_x}{v}=\frac{2}{\sqrt{13}}=0.2777。$$

$\therefore\quad \theta=73°54'$

（3） 求1秒末和2秒末的瞬时速度。

在x方向的瞬时速度为：

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(2t)=2\text{（厘米/秒）}$$

在y方向的瞬时速度为：

$$v_y=\frac{d_y}{dt}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(2-t^2)=-2t\text{（厘米/秒）}$$

所以在1秒末在x方向和y方向的瞬时速度分别为：

$v_x(1)=2$（厘米/秒）

$v_y(1)=-2\times1=-2$（厘米/秒）

质点在1秒末的瞬时速度为：

$$v(1)=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{2^2+(-2)^2}$$

$$=2\sqrt{2}\text{（厘米/秒）}$$

其方向用它与x轴的夹角表示

$$\cos(\vec{v}、\vec{x})=\cos\theta=\frac{v_x}{v}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\therefore \quad \theta=45°$

设质点在2秒末的瞬时速度为$v(2)$

$v_x(2)=2$（厘米／秒）

$v_y(2)=-2t=-2\times 2=-4$（厘米/秒）

$v(2)=\sqrt{2^2+(-4)^2}=\sqrt{20}$（厘米/秒）

$$\cos(\overrightarrow{v(2)},\overrightarrow{x})=\cos\theta=\frac{vx}{v(2)}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\therefore \quad \theta=63°12'$

由计算知，由1秒到2秒的平均速度与2秒末的瞬时速度的大小和方向都不同。

（4）计算1秒末和2秒末的瞬时加速度。在x方向瞬时加速度为：

$$a_x=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{d^2}{dt^2}(2t)=0$$

在y方向瞬时加速度为：

$$a_y=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{d^2}{dt^2}(2-t^2)$$

$$=\frac{d}{dt}(-2t)=-2（厘米／秒^2）$$

任意时刻的加速度为：

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{0+2^2}=2（厘米／秒^2）$$

可知质点的加速度是个常数，在1秒末和2秒末的加速度相同，其大小均为2厘米／秒^2，它的方向和y轴方向相反，即质点在沿y的反方向作匀加速运动。

4、已知质点运动方程为：$\vec{r}=a\cos\omega t\vec{i}+b\sin\omega t\vec{j}$，其中$a$、$b$、$\omega$均为正值常量。

（1）计算质点的速度和加速度；

（2）试证运动轨道是一椭圆，其长轴和短轴各为$2a$和b；质点的加速度恒指向椭圆中心；

（3）试证椭圆运动的周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}$。图示

$$t=0,\ \frac{T}{8},\ \frac{T}{4},\ \frac{3T}{8},\ \frac{T}{2},\ \frac{3T}{4},\ T$$

时，质点的位置。

解：（1）求质点的速度和加速度

$\because \vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}=a\cos\omega t\vec{i}+b\sin\omega t\vec{j}$

$\therefore$质点的运动方程亦为

$x=a\cos\omega t$

$y=b\sin\omega t$

质点在x方向和y方向的速度分别为

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(a\cos\omega t)=-a\omega\sin\omega t$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=\frac{d}{dt}(b\sin\omega t)=b\omega\cos\omega t$$

$\therefore$质点运动速度为：

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{a^2\omega^2\sin^2\omega t+b^2\omega^2\cos^2\omega t}$$

其方向用与x轴的夹角φ表示

$$\mathrm{tg}\,\varphi=\frac{v_y}{v_x}=-\frac{b}{a}\mathrm{ctg}\,\omega t$$

质点在x方向和y方向加速度分别为

$$a_x=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d}{dt}(-a\omega\sin\omega t)$$

$$=-a\omega^2\cos\omega t$$

$$a_y=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d}{dt}(b\omega\cos\omega t)=-b\omega^2\sin\omega t$$

∴质点加速度为：

$$a=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2}=\sqrt{a^2\omega^4\cos^2\omega t+b^2\omega^4\sin^2\omega t}$$

$$=\omega^2\sqrt{x^2+y^2}=\omega^2 r$$

其方向用与x轴的夹角φ表示

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{b}{a}\mathrm{tg}\omega t$$

（2）求质点运动的轨道方程，并证明质点的加速度指向椭圆中心。

因为质点的运动方程为

$$x=a\cos\omega t \qquad (1)$$

$$y=b\sin\omega t \qquad (2)$$

$$\frac{(1)^2}{a^2}+\frac{(2)^2}{b^2}\text{为}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\cos^2\omega t+\sin^2\omega t=1$$

即 $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

这是椭圆方程，其长轴为2a，短轴为2b

质点运动的加速度为：

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}=-a\omega^2\cos\omega t\,\vec{i}-b\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}=-\omega^2\vec{r}$$

负号表示$\vec{a}$的方向与$\vec{r}$方向相反。由质点轨道方程知，坐标原点在椭圆中心。因$\vec{r}$的方向为矢径的方向，即由原点引

向质点所在位置的有向线段的方向，其反方向为从质点指向坐标原点的方向，即指向椭圆中心。

（3）证明椭圆运动的周期为$2\pi/\omega$，绘图。因为质点运动方程为正弦和余弦函数，其周期为2π，即ωt增加或减少2π后运动状态不变，故有：

$$x=a\cos\omega t=a\cos(\omega t+2\pi) \qquad (1)$$

$$y=b\sin\omega t=b\sin(\omega t+2\pi) \qquad (2)$$

若经过一个最短的时间T，质点重复它原来的运动状态，这时间叫周期。因之有：

$$x=a\cos\omega t=a\cos[\omega(t+T)] \cdots\cdots\cdots\cdots (1')$$

$$y=b\sin\omega t=b\sin[\omega(t+T)] \cdots\cdots\cdots\cdots (2')$$

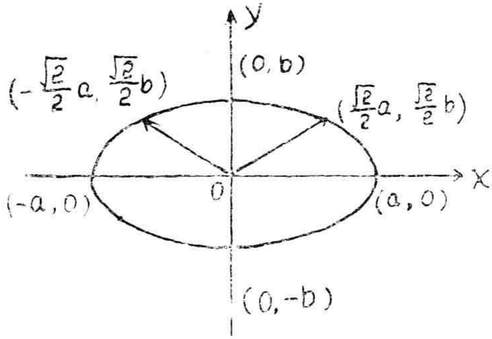
比较(1)与(1′)或(2)与(2′)有

$$\omega T=2\pi$$

$$\therefore \qquad T=\frac{2\pi}{\omega}$$

质点位置和时间的关系列表和绘图如下：

t	0	T／8	T／4	3T／8	T／2	3T／4	T
ωt	0	45°	90°	135°	180°	270°	360°
x	a	$\frac{\sqrt{2}}{2}a$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}a$	$-a$	0	a
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}b$	b	$\frac{\sqrt{2}}{2}b$	0	$-b$	0



5 设质点的运动方程为$x=x(t)$，$y=y(t)$。在计算质点的速度和加速度时，有人先求出$r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据

$$v=\frac{dr}{dt} \quad 及 \quad a=\frac{d^2r}{dt^2}$$

求得结果；又有人先计算速度和加速度的分量，再合成求得结果，即$v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$及$a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$。你认为两种方法中哪一种正确？两者差别何在？试结合第3题或第4题讨论之。

解：第二种方法是正确的。它考虑到速度、加速度是矢量，并根据运动的迭加原理来进行矢量迭加。这是研究运动状态的基本方法。

第一种方法，错误地把矢量和标量的运算混同起来了。

因为$r=\sqrt{x^2+y^2}$是矢径r的大小，不是矢量本身。位置可写为：$\vec{r}=r\vec{r}_0$，$\vec{r}_0$为$\vec{r}$方向的单位矢量。$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dr}{dt}\vec{r}$。

$+r\frac{d\vec{r_0}}{dt}\neq\frac{d\vec{r}}{dt}$，所以第一种方法是错误的。

6　试分析下述现象：

（1）等加速度运动是否一定是直线运动？为什么？

（2）在一般圆周运动中，加速度的方向是否一定指向圆心？为什么？

答：不一定。

运动轨道是直线还是曲线决定于物体运动的速度方向是否有变化。速度方向变化的是曲线运动。而加速度矢量表示的是速度矢量的变化率。等加速度运动仅说明质点运动过程中加速度矢量不变，速度矢量的变化是均匀地，并不说明速度矢量方向是否改变。如不计阻力时平抛和斜抛运动，都是等加速运动，但它的轨道却是曲线（抛物线），而不是直线。只有加速度方向和速度方向在一条直线上时，物体的运动才是直线运动。

（2）在一般圆周运动中，加速度方向不指向圆心。只有在切向加速度为零时，加速度方向才指向圆心。一般圆周运动中，切向加速度不为零，所以加速度方向不指向圆心。一般情况下，加速度$\vec{a}$可以与速度方向成o—π的任意θ角。

7．火车在半径R＝400米的圆周上运动，已知火车的切向加速度$a_t=0.2$米/秒^2，和速度反向，求当火车速度为10米／秒时的法向加速度和总加速度，并指出它们的方向。

已知：　R＝400米

$a_t=-0.2$米／秒^2　　$v=10$米／秒

求：　$a_n=?$　　$a=?$

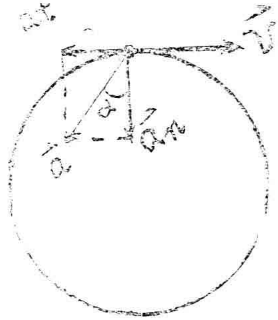
解：法向加速度a_n的大小为：

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{400} = 0.25（米/秒^2）$$

总加速度为法向加速度与切向加速度的矢量和，其大小为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{0.25^2 + 0.2^2} = 0.32（米/秒^2）$$

总加速度与法向加速度的夹角为



$$\because tg(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{a_n}) = tg\alpha$$

$$= \frac{a_t}{a_n} = \frac{0.2}{0.25} = 0.8$$

$$\therefore \alpha = 38.5°$$

8．现对物体曲线运动有下面两种说法：

（1）物体作曲线运动时必有加速度， 加速度的法向分量必不为零；

（2）物 体作曲线运动时速度方向 必定在运动轨道的切线方向，法向分速度恒为零，因此其法向加速度也必为零。

试判别它们是否正确，并讨论物体作曲线运动时速度、加速度的大小、方向及其关系。

解：（1）加速度是描述速度矢量变化的。曲线运动中速度的方向不断变化，所以必有加速度。法向加速度是描述速度方向改变的，所以法向加速度必不为零。

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}$$

ρ为曲线的曲率半径，在确定的点ρ为定值，物体运动时，v不为零，所以法向加速度a_n不为零。

（2）速度的方向是位移的极限方向。当$\Delta t\to 0$时，位置矢量的改变量$\Delta\vec{r}$的极限方向为曲线切线方向，所以速度方向为曲线切线方向。切线与法线垂直，故速度在法向分量为零。速度的法向分量为零，但法向加速度始终不为零。

物体作曲线运动时速度和加速度的大小和方向概述如下：

速度：v在切线方向，法向方向的分量为零；

切向加速度：a_t描述速度的大小改变，在切线方向，与v相同或相反。$\bar{a}_t=\Delta v/\Delta t$

$$a_t=\frac{dv}{dt}$$

法向加速度：a_n描述速度方向改变，方向沿曲线的法线方向，在曲线运动中，a_n始终不为零。

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}$$

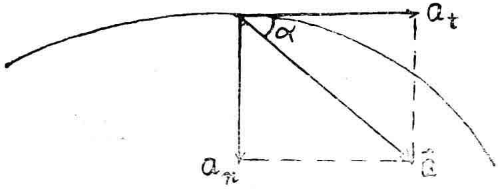
总加速度：$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_t$

$$a=\sqrt{a_n{}^2+a^2{}_t}$$

$$tg(\vec{v},\vec{a})=\frac{a_n}{a_t}$$

a_n不为零，所以$\vec{v}$与$\vec{a}$始终成一夹角，这是曲线运动的

特点之一。



9、矿井里的升降机由静止开始按等加速上升$t_1=3$秒，达到速度$v_m=3$米/秒，然后按这个速度等速上升$t_2=6$秒，最后又按等减速上升$t_3=5$秒而停止。

（1）计算升降机上升的高度；

（2）画出升降机的$v—t$图，根据$v—t$图计算升降机上升的高度；

（3）求升降机在整个上升过程中的平均速度。

解：（1）求升降机上升的高度

$$H=\frac{1}{2}a_1t_1^2+v_mt_2+\frac{1}{2}a_3t_3^2$$

$$=\frac{1}{2}\frac{v_m}{t_1}t_1^2+v_mt_2+\frac{1}{2}\frac{v_m}{t_3}t_3^2$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}\times3^2+3\times6+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times5^2$$

$$=30（米）$$

（2） 绘$v—t$图，由$v—t$图计算H

$v—t$图的面积为质点移动的路程。

$$H=\frac{1}{2}\times3\times3+3\times(9-3)+\frac{1}{2}\times3(14-9)$$