

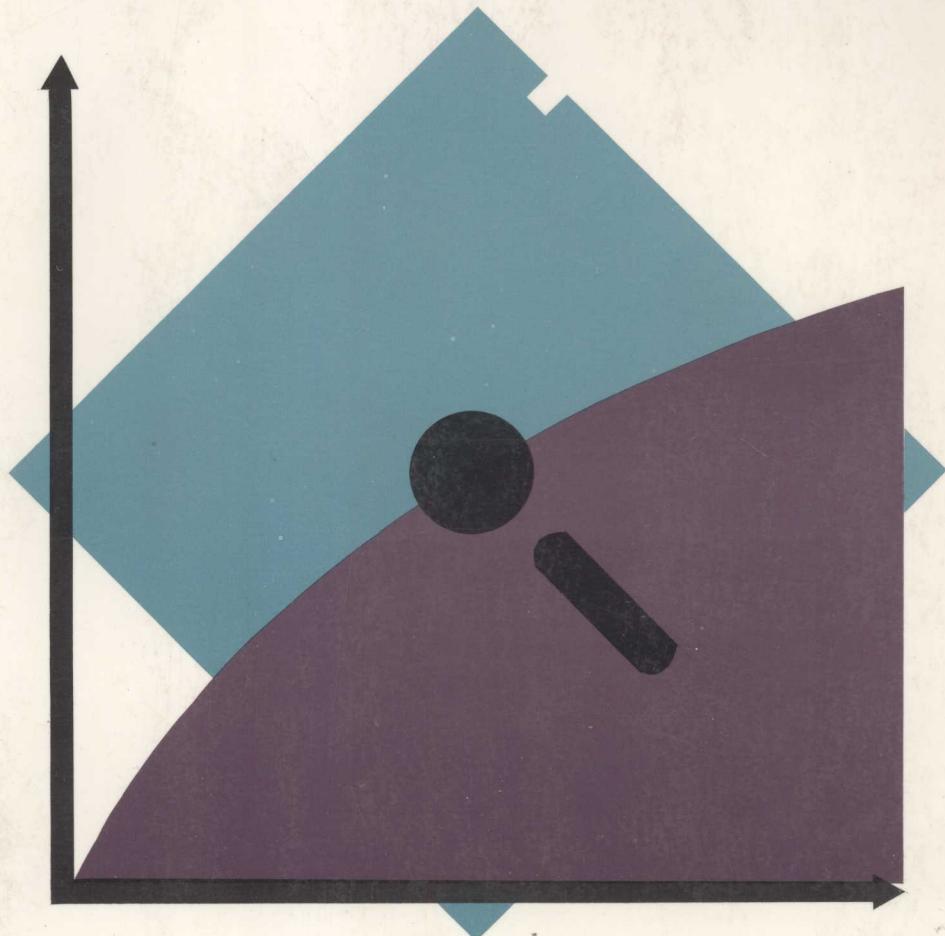
# 工程數值方法

—附BASIC 與FORTRAN 程式範例—

原著：Steven C. Chapra

Raymond P. Canale

譯者：鄭明哲



美商麥格羅·希爾國際股份有限公司

電腦系列叢書

# 工程數值方法

—附BASIC 與FORTRAN 程式範例—

原著：Steven C. Chapra

Raymond P. Canale

譯者：鄭明哲



05168670

增進雙方瞭解，本書由台灣的比較教育學會寄贈，特此誌記。

一九九五年九月

**McGraw-Hill Inc.**

Taipei New York St. Louis San Francisco Auckland

Bangkok Bogota Caracas Hamburg Lisbon London

Madrid Mexico Milan Montreal New Delhi Paris

San Juan Sao Paulo Singapore Sydney Tokyo Toronto

# 工程數值方法

-- 附 BASIC 與 FORTRAN 程式範例 --

© 1994年，美商麥格羅·希爾國際股份有限公司台灣分公司版權所有。  
本書所有內容，未經本公司事前書面授權，不得以任何方式（包括儲存於  
資料庫或任何存取系統內）作全部或局部之翻印、仿製或轉載。

Original: NUMERICAL METHODS FOR ENGINEERS  
by Steven C. Chapra and Raymond P. Canale  
ISBN: 0.07.010664-9  
Copyright © 1994 by McGraw-Hill, Inc.  
All rights reserved.

234567890 PHW 98765

**ISBN: 957-8967-00-4**

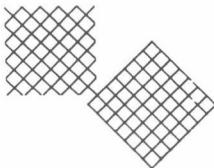
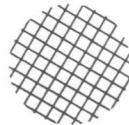
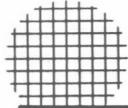
發行所：全華科技圖書股份有限公司  
美商麥格羅·希爾公司（台灣）

出版者：美商麥格羅·希爾公司（台灣）  
台北市辛亥路二段157號7樓  
TEL:(02)732-8073 FAX:(02)735-3189

總代理：全華科技圖書股份有限公司  
台北市龍江路76巷20-2號2樓  
TEL:(02)507-1300 FAX:(02)506-2993

出版日期：中華民國 84 年 5 月再版  
行政院新聞局出版事業登記證／局版台業字第5716號

印 刷：普賢王印刷有限公司 TEL:(02) 211-9441



---

# 原序

目前的工程師，爲了要與個人職業相配合，電腦的使用是不可避免的。關於電腦方面——有少數的訓練班，每天亦有少數的活動——有意的去接觸一些多功能且迅速的機器。在過去幾年中，電腦與工程人員有著密切的關係，像複雜的解析問題，實際的工作及快速的計劃和問題的解答等，都需要電腦的幫助。因此，學工程的學生很快地視他的（或她的）個人電腦或終端機爲朋友，並且他們之間可能成爲成功的合作伙伴。

但是這種情形要如何快速且完全的展現出來呢？工程教育家一直認爲在電腦技術方面，早期的訓練是重要的。在傳統上，這些訓練包括：電腦的主要構造和高階程式語言，像FORTRAN等。很不幸地，運用一些新的技巧在其他不同的問題上，對學生而言通常是困難的。這是由於種種的因素，但和所利用主要架構系統的計算方式無關。像很多學生並沒有完全利用電腦解題的能力，即爲幾個因素之一，直到他們學習相關的方法之後，這種情形才獲得改善。

我們相信微電子的進步，提供了一個機會，即在教室中能獲得更有效且完整的計算。由於電腦價格低且方便，所以學生在學期間，個人電腦能增加他們的計算能力。無論如何，要最完全的利用電腦的能力，那有關電腦方面課程的內容需要更改。例如，德州農工大學和密西根大學，過去幾年中，兩級步驟的方法被用

來改進這些課程的內容，首先“初級電腦課程”是用來指引學生如何利用電腦的硬體結構和仔細介紹程式的設計技巧。其次“高級電腦課程”是加強磨練程式的技巧和展示如何利用電腦來解工程上的問題。

本書是從高級電腦課程演變出來的，由於許多工程上的應用，所以數值方法被選為本書的重點。我們很相信在數值方法中，電腦的有效應用及工程問題的解答，無論工程人員是用現成的或是自己設計的軟體，一些實質的基本知識是需要的。很不幸地，數值方法是在大四或研究所才開課，所以必需到大四或研究所數值方法才能發揮功用。

因此，我們寫這本書可當做大四或更低年級的教本，本書的組織和範圍，各方面的設計都很明顯。分為六部份，第一部份包括介紹設計程式所需的相關資料和誤差的分析，剩下五部份討論數值方法：方程式的根、線性代數方程式、曲線密合（回歸法和插值法）、積分和常微分方法。我們刪除了比較相關於研究所方面的特徵值和偏微分方程的討論。

除了基本內容討論外，我們加入了一些額外設計要點，使得對於高、低年級的大學生更容易接受。包括了：

1. 專欄內容 (boxed material)：為了有充分的代表性，我們努力的區分重要的差異處和誤差的分析。無論如何，這樣的內容對初學者而言，有時可能是一種阻礙。但是我們分開這些複雜數學的課題成專欄，許多同學將會發現他們能應用數值方法，而不須要完全熟悉各種專欄的內容。
2. 前言內容和數學背景 (Introductory material and mathematical background)：本書的每一部份有個前言，在一般的數學問題簡要陳述完之後，學習動機是用來描述缺乏電腦時，問題是如何的被趨近以及在實際工程上問題是如何發生。緊跟著是數學式子的複習，需要熟悉各種計算。例如，介紹線性代數方程式時，矩陣代數就事先介紹過；介紹回歸法時，統計事先介紹。最後列出要點和學習目的，提供做為往後學習的一些指引方向。

3. 結語 ( epilogues ) : 剛才在前言裏給予動機和指向，而在每部份的末端我們加個結語，來整理新熟悉的觀念。在結語中有一節是折衷辦法節，討論對於特別問題時，如何選擇適當的數值方法。除此之外，有一節是簡要列出重要公式和更深入方法的參考資料。
4. 順序和圖形表示 ( Sequential and graphical presentations ) : 本書的每一個部份是由三章所組成，其中二章是關於理論方面的研究，而另一章是實例的學習。儘可能地，在理論的章節中有順序的安排，首先討論連續而直接的趨近問題，因為許多更深入的方法是建築在這些簡單的基礎上。章節順序也依照技巧改進的演變過程而編排。另外用了許多圖形指示來補充數學描述，我們發現這種方法對於低年級的同學，提供了很有效的幫助。
5. 實例學習 ( case studies ) : 實例學習顯示了數值方法的實際應用。我們努力的加實例於早期課程中，但是早先已給予問題的理論基礎和動機，使得這努力變得不太可能。
6. 軟體 ( software ) : 一個套裝軟體叫 NUMERICOMP，可用來顯示本文所討論的一些數值方法。像半間距法 ( bisection )、高斯消去法 ( Gauss elimination )、拉格南奇內插法 ( Lagrange interpolation )、線性回歸法 ( linear regression )、梯形規則法 ( trapezoidal rule ) 和尤勒法 ( Euler's method )。這些程式給予了學生對本書每個重要部份，具有用電腦的能力。這些程式是設計成容易應用，亦可用來檢查自己設計程式結果的正確與否，雖然套裝軟體是具有選擇性，但我們認為想要有快速進步，本書和這些軟體一起使用會比較好的。這些軟體適用於 IBM-PC 和 Apple II 等個人電腦，NUMERICOMP 的翻版可直接向 EnginComp Software, Inc., 15 Research Dr., Ann Arbor, MI 48103 購得。  
最後，我們儘可能地使本書適合於大家使用，因此我們盡力

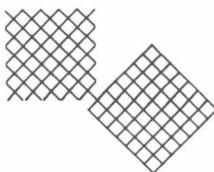
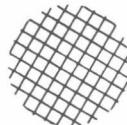
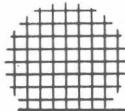
保持直接且實際的解釋。雖然我們主要的目的是給予學生對於數值方法有充分的介紹，做這介紹的另一目的是我們有個很好的經驗，即我們確信喜歡數值方法、電腦和數學的學生，將會是一個好的工程師。如果本書能培養大家對這課程有興趣，那我們將認為我們的努力是成功的。

我們非常感謝 Ted Cadman (馬里蘭大學) , Lee W. Johnson (維吉尼亞技術研究院及大學) , Richara Noble (科羅拉多大學) , Satish Ramadhyani (普渡大學) , Howard Wicke (俄亥俄大學) 和 Thomas C. Young (克拉森大學) 等教授。也感謝德州農工大學和密西根大學對本書的支持。特別感謝德州農工大學的 Donald McDonald 和 Roy Hann . 從同事 Bill Batchelor , Harry Jones , Bill Ledbetter , James Martin 和 Ralph Wurbs 我們獲得了許多建議和觀察。Jeanne Castro 啓發我們每章的組織圖形，還有 Vanessa Sfipp , Kathy Childers , Cindy Denton , 和 Frances Kahlich 對手稿打字的幫助。

本書曾在德州農工大學二年級教了四個學期和密西根大學四年級教了二學期。在這期間許多學生幫忙檢查數學的正確和增強本書的可讀性。Lisa Olson 讀了好幾次且幫助準備 FORTRAN 的程式。對於增補的軟體 Tad Slawecki 紿予很大的幫助，加上 Marla Isenstein , Luis Garcia , Sijin " Tom " Lee 和 Rick Thurman 也做了很多的貢獻。

謝謝 McGraw-Hill 公司 Kiran Verma , Dave Damstra 和 B. J. Clark 的鼓勵和指導。以及 Ursula Smith 對於手稿編印的幫助，最後，感謝我們的家人、朋友、同事和學生對本書的努力幫助，使得本書得以順利完成。

Steven C. Chapra  
Raymond P. Canale



---

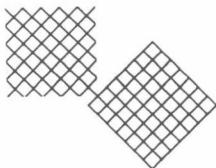
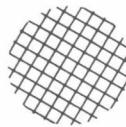
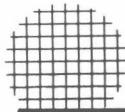
## 譯者序

隨著電腦的進步，數值方法在工程上越來越重要了。許多無法利用人力和解析方法解的問題，都可利用數值方法的技巧和電腦的快速計算能力，而獲得解決。因此，數值方法變成工程人員所必須熟悉的工具。

本書所討論的數值方法，已足夠解決許多的問題。比較著重於觀念性的介紹和如何應用於實際問題的了解，因此，省略了一些繁雜的數學式子的推導。內容淺顯易懂，並且每單元均附有各工程學科之應用專題，極適於各工程學科教學之用。

在翻譯過程中，感謝家人的幫助和支持。本人已盡力使譯句通暢易懂，但錯誤疏忽，在所難免，請讀者不吝指正。

譯者 鄭明哲 于台大



# 編輯部序

「系統編輯」是我們的編輯方針，我們所提供之內容，絕不只是一本書，而是關於這門學問的所有知識，它們由淺入深，循序漸進。

本書英文版廣被美國各大學採用為教本，是一本相當不錯的教材，有鑑於此，全華本著科技中文化的宗旨，特別與McGraw-Hill 公司合作，推出中文版，以饗國內讀者。本書分成六個部份，各探討一個主題，每部份之結語除了列出重要公式及深入方法之參考資料外，並提出數值方法的抉擇，讀者讀完本書後，不但可學習數值方法，而且對於其在各工程問題的解決及電腦的應用，亦能有相當收穫，非常適合大專院校「數值方法」課程的內容，可供對數值方法有興趣的工程人員研讀。

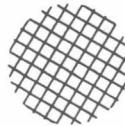
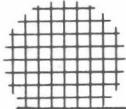
同時，為了使您能有系統且循序漸進研習相關方面的叢書，我們以流程圖方式，列出各有關圖書的閱讀順序，以減少您研習此門學問的摸索時間，並能對這門學問有完整的知識。若您在這方面有任何問題，歡迎來函連繫，我們將竭誠為您服務。

## 全華資訊相關圖書

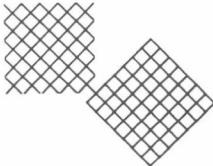
0985	BASIC 程式範例－數值方法 林昭仁 編著 20K/296頁/180元	2271 圖解人工智慧入門 歐陽渭城 編譯 20K/168頁/150元
2399	Mathematica 應用技巧 - DSP 與控制 成芳 編譯 20K/416頁/320元	2490 類神經網路與模糊控制 理論入門 王進德、蕭大全 編著 近期出書
2330	MATLAB入門引導 (附磁片) 鄭錦聰 編著 20K/408頁/320元	2336 模糊控制原理與應用 溫坤禮、陳振欽 編譯 20K/192頁/200元
2491	離散數學－電腦數學基礎 李俊奇 編譯 20K/360頁/250元	●上列書價若有變動 請以最新定價為準

## 流程圖





# 目 錄



## 第 1 部份 數值方法和個人電腦



I.1 學習動機	1
I.1.1 電腦問世前的方法	1
I.1.2 數值方法和實際工程應用	3
I.2 數學背景	3
I.3 指引方向	5
I.3.1 範圍和預習	6
I.3.2 目標和目的	7

## 1 數學模式

習 題	14
-----	----

## 2 在個人電腦上的程式

2.1 歷史背景	16
2.2 軟體的發展	18
2.2.1 演算法設計	19
2.2.2 程式組合	20
2.2.3 偵錯和測試	31
2.2.4 文件註解	33

2.2.5 儲存和維護	34
2.3 勇兵問題的程式發展	35
2.4 軟體策略	41
習題	44
<b>3 近似和誤差</b>	<b>50</b>
3.1 有效數字	51
3.2 正確性和精準性	52
3.3 誤差的定義	53
3.4 捨位誤差	57
3.4.1 取捨的規則	59
3.5 截尾誤差	62
3.5.1 泰勒級數	62
3.5.2 泰勒級數的餘數項	67
3.5.3 使用泰勒級數估計截尾誤差	69
3.5.4 數值微分	70
3.6 數值的總誤差	76
3.7 錯誤、公式誤差和數據不確定	77
3.7.1 錯誤	77
3.7.2 公式誤差	78
3.7.3 數據不確定性	78
習題	78
結語	81
I.4 權衡得失	81
I.5 重要關係和公式	85
I.6 更深入的方法和額外的參考資料	86
<b>第 2 部份 方程式的根</b>	<b>87</b>
II.1 學習動機	87
II.1.1 電腦問世前的求根的方法	87

II.1.2	方程式的根和實際工程應用	88
II.2	數學背景	89
II.3	指引方向	91
II.3.1	範圍和預習	91
II.3.2	目標和目的	92

## **4 括弧方法**

4.1	圖解方法	94
4.2	半間距法	97
4.2.1	終止準則和誤差估計	100
4.2.2	半間距法的電腦程式	103
4.3	假位法	106
4.3.1	假位法的缺點	109
4.3.2	假位法的電腦程式	111
4.4	增量搜尋和決定剛開始的猜值	111
習題		112

## **5 開放的方法**

5.1	簡單的單點疊代法	116
5.1.1	收斂	117
5.1.2	單點疊代的電腦程式	121
5.2	牛頓拉夫森法	121
5.2.1	終止準則和誤差估計	123
5.2.2	牛頓拉夫森法的缺點	125
5.2.3	牛頓拉夫森的電腦程式	127
5.3	割線法	127
5.3.1	割線法和假位法的差異	129
5.3.2	割線法的電腦程式	131
5.4	多重根	131
習題		134

# 6 解方程式根的實例學習

138

實例學習 6.1 得失平衡的分析（一般工程）	139
實例學習 6.2 理想和非理想的氣體定律（化學工程）	143
實例學習 6.3 人口成長動態（土木工程）	145
實例學習 6.4 電路的設計（電機工程）	147
實例學習 6.5 振動分析（機械工程）	149
結 語	152
習 題	152
II.4 衡量得失	158
II.5 重要關係和公式	159
II.6 更進一步的方法和額外的參考資料	159

# 第 3 部份 線性代數方程式系統

163

III.1 學習動機	163
III.1.1 電腦問世前解方程式系統的技巧	164
III.1.2 線性代數方程式和實際工程應用	164
III.2 數學背景	166
III.2.1 矩陣符號	166
III.2.2 矩陣的運算規則	168
III.2.3 線性聯立方程式的矩陣表示法	173
III.3 指引方向	174
III.3.1 範圍和預習	174
III.3.2 目標和目的	176

# 7 高斯消去法

177

7.1 小的方程式系統之解法	177
7.1.1 圖形法	177
7.1.2 行列式和拉馬規則	179
7.1.3 未知數的消去法	183
7.2 缺乏判斷力之高斯消去法	184

7.2.1	缺乏判斷力之高斯消去法的演算法	185
7.2.2	缺乏判斷力之高斯消去法的電腦程式	189
7.3	消去法的缺陷	194
7.3.1	除以 0	194
7.3.2	捨位誤差	194
7.3.3	較差條件系統	195
7.4	改進解的技巧	200
7.4.1	使用更多的有效數字	200
7.4.2	樞 紐	201
7.4.3	尺度化	203
7.4.4	誤差更正	204
7.5	摘 要	207
	習 題	209

## 8 高斯裘登，逆矩陣和高斯謝德法

8.1	高斯裘登法	213
8.1.1	高斯裘登法的電腦演算法	215
8.2	反矩陣	215
8.2.1	激勵 - 韻應計算	219
8.2.2	反矩陣和較差條件	220
8.2.3	反矩陣的電腦演算法	220
8.3	高斯謝德法	221
8.3.1	高斯謝德法的收斂準則	224
8.3.2	使用鬆弛法改進收斂	225
8.3.3	高斯謝德法的演算法	226
8.3.4	高斯謝德法的問題內容	226
	習 題	228

## 9 線性方程式系統的實例學習

實例學習 9.1	資源的分配（一般工程）	231
----------	-------------	-----

實例學習 9.2 溫度分佈的計算（化學工程）	234
實例學習 9.3 靜態橫樑的結構分析（土木工程）	237
實例學習 9.4 電路上電阻的電流和電壓（電機工程）	240
實例學習 9.5 質點和剛體的動力學（機械工程）	242
結語	244
習題	244
III.4 權衡得失	249
III.5 重要關係和公式	250
III.6 更深入的方法和參考資料	250

## 第 4 部份 曲線密合 253

IV.1 學習動機	253
IV.1.1 電腦問世前所用的曲線密合方法	254
IV.1.2 曲線密合和實際工程應用	254
IV.2 數學背景	255
IV.2.1 簡單的統計	255
IV.2.2 常態分佈	258
IV.3 指引方向	259
IV.3.1 範圍和預習	259
IV.3.2 目標和目的	261

## 10 最小平方回歸法 262

10.1 線性回歸	263
10.1.1 最好密合的準則	263
10.1.2 直線的最小平方密合	264
10.1.3 線性回歸的誤差量	266
10.1.4 線性回歸的程式	269
10.1.5 線性回歸的應用——非線性關係的線性化	271
10.1.6 線性回歸法之一般註解	275
10.2 多項式回歸法	275

<b>10.2.1</b>	<b>多項式回歸法的演算法</b>	<b>279</b>
<b>10.3</b>	<b>多線性回歸法</b>	<b>280</b>
<b>習題</b>		<b>283</b>
<b>11</b>	<b>內差法</b>	<b>286</b>
<b>11.1</b>	<b>牛頓分割 - 差分內插多項式</b>	<b>287</b>
<b>11.1.1</b>	<b>線性內插法</b>	<b>287</b>
<b>11.1.2</b>	<b>二次式內插法</b>	<b>289</b>
<b>11.1.3</b>	<b>牛頓內插多項式的一般式</b>	<b>291</b>
<b>11.1.4</b>	<b>牛頓內插多項式的誤差</b>	<b>294</b>
<b>11.1.5</b>	<b>牛頓內插多項式的程式</b>	<b>296</b>
<b>11.2</b>	<b>拉格南奇內插多項式</b>	<b>299</b>
<b>11.3</b>	<b>額外的註解</b>	<b>303</b>
<b>11.4</b>	<b>弧線內插法</b>	<b>306</b>
<b>11.4.1</b>	<b>線性的弧線</b>	<b>308</b>
<b>11.4.2</b>	<b>二次弧線</b>	<b>310</b>
<b>11.4.3</b>	<b>三次弧線</b>	<b>313</b>
<b>11.4.4</b>	<b>三次弧線的電腦演算法</b>	<b>317</b>
<b>習題</b>		<b>317</b>
<b>12</b>	<b>曲線密合的實例學習</b>	<b>319</b>
<b>實例學習 12.1</b>	<b>工程產品的銷售模式（一般工程）</b>	<b>319</b>
<b>實例學習 12.2</b>	<b>線性回歸法和人口模式（化學工程）</b>	<b>323</b>
<b>實例學習 12.3</b>	<b>帆船竿的設計（土木工程）</b>	<b>326</b>
<b>實例學習 12.4</b>	<b>曲線密合於估計電流的均方根值（電機工程）</b>	<b>329</b>
<b>實例學習 12.5</b>	<b>分析實驗數據的多線性回歸法（機械工程）</b>	<b>331</b>
<b>結語</b>		<b>333</b>
<b>習題</b>		<b>333</b>
<b>IV.4</b>	<b>權衡得失</b>	<b>337</b>
<b>IV.5</b>	<b>重要關係和公式</b>	<b>338</b>
<b>IV.6</b>	<b>更進一步的方法和額外的參考資料</b>	<b>338</b>