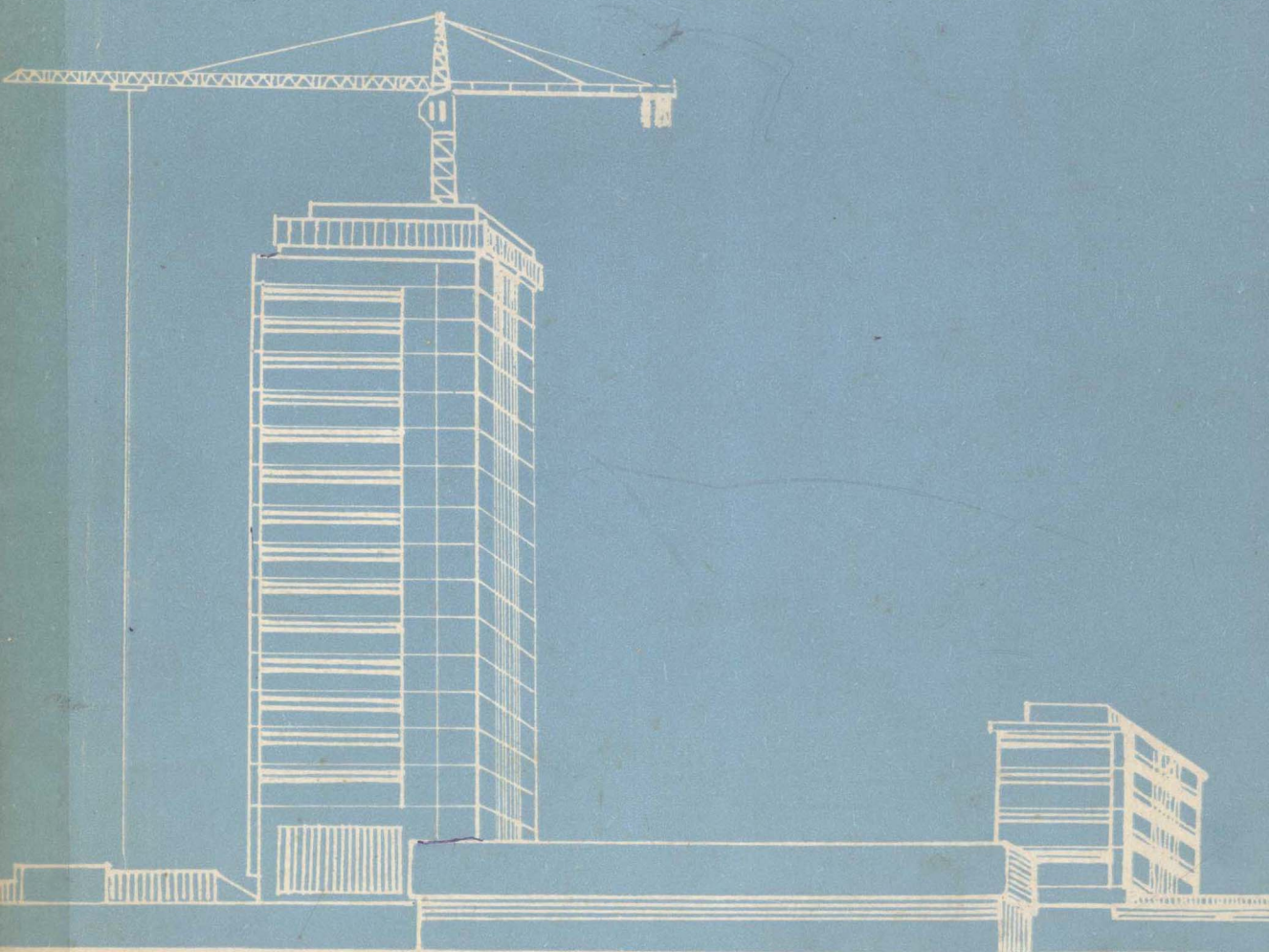


建筑施工企业 土建工长培训教材

上册



北京市建筑工程局编

建筑施工企业 土建工长培训教材

北京市建筑工程局编

前 言

鉴于我局目前在施工第一线负责生产技术和管理工作的工长，大部分来自班组生产工人，他们具有丰富的施工操作经验，但缺乏系统的基本理论和专业知识的教育，为弥补这个不足，所以决定对具有初中以上文化程度，未受过系统专业训练的土建工长，分期分批进行培训，本教材是根据第一期培训班的有关讲义补充和修改写成的。

本教材共十五篇，分上、下两册。主要内容有：应用数学，结构常识，施工测量，建筑材料，建筑技术，机械施工，季节性施工，施工组织设计，施工操作和验收要点，水、电、通风、电梯等设备安装的基本知识，计划管理和网络技术，技术管理，预算合同，技术安全，工长职责等。总的培训期约为六~七个月。

本教材由下列同志执笔：朱继迅、倪吉昌、谢旭山、陈伟、胡世德、施文华、李贵荣、周逢、刘明伦、曹继文、陈力、陈立仁、王增茂、陈荣、陆同宽、范声远、黄定国、郭松婉、穆宗石、李仲年、孙宝坤、安福俊、杨庆荣、韩东林、陈桂琪、乌志刚、杨万高、王维瑞、蔡大光、张淑华等同志，其中除结构常识为北京建筑工程学院倪吉昌同志执笔外，其他均为我局所属各单位的同志；由纪午生同志组织编辑，计划处的全体同志负责核稿和校订。我们对上述同志所给予的支持和帮助表示感谢。

本教材是在我局伍子玉局长的亲自关怀下编写的，并得到国家建工总局总工程师汪受衷、我局总工程师沈汝松的具体指导。

由于我局只是开始进行工长培训，第一次编写这份教材，所以在内容上肯定是不系统也不完整的，错误之处更是难免，请读者们批评指出，以便改进。

北京市建筑工程局

1981年7月

目 录

前 言

第一篇 应用数学····· (1)	第六章 极坐标定点····· (182)
第一章 有理数的运算····· (1)	第七章 管道施工测量····· (188)
第二章 代数式的运算····· (13)	第八章 建筑工程施工测量····· (193)
第三章 方程与方程组····· (33)	第四篇 建筑材料····· (204)
第四章 三角函数····· (50)	第一章 绪论····· (204)
第五章 平面曲线方程及应用 举例····· (69)	第二章 材料的基本性质····· (205)
第二篇 建筑结构····· (78)	第三章 无机胶结材料····· (210)
第一章 建筑结构概述····· (78)	第四章 混凝土····· (223)
第二章 力的基本知识····· (81)	第五章 建筑砂浆····· (223)
第三章 结构的平衡····· (87)	第六章 常用的墙体材料····· (237)
第四章 结构的计算方法····· (103)	第七章 建筑钢材····· (239)
第五章 轴心受拉与轴心受压 构件····· (111)	第八章 防水材料····· (244)
第六章 弯曲····· (120)	第五篇 建筑技术····· (250)
第七章 钢筋混凝土结构····· (129)	第一章 建筑体系····· (250)
第三篇 普通建筑工程测量····· (144)	第二章 地基与基础工程····· (263)
第一章 测量学的任务和 分类····· (144)	第三章 房屋建筑抗震····· (285)
第二章 水准仪及其使用····· (145)	第四章 建筑物的热工、防水、 防火和隔声····· (297)
第三章 经纬仪及其使用····· (161)	第五章 建筑饰面····· (312)
第四章 直线定线和丈量····· (173)	第六章 大模板建筑施工····· (326)
第五章 地形图的阅读····· (181)	第七章 滑模施工····· (334)
	第八章 升板法施工····· (341)

第一篇 应用数学

第一章 有理数的运算

第一节 有理数四则运算

一、数轴、绝对值和顺序

数轴：画一条直线，选定一个方向为这条直线的正方向，并用箭头表示，在这条直线上，还要任取一个定点，叫做原点表示数0，再取一个度量的单位长度，这样规定了方向、原点和单位长度的直线称为数轴。如图1—1所示。

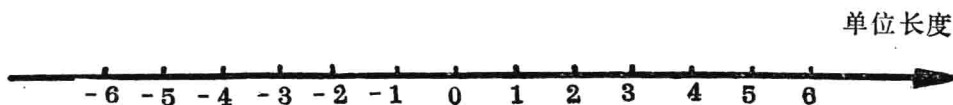


图 1—1

一般正数都用直线上位于原点0的右边的点来表示，负数用直线上位于原点0的左边的点来表示，原点就是表示数0。

在数轴上位于原点两旁而和原点距离一样的两点所表示的两个数叫做相反数。例如-3是3的相反数，3也是-3的相反数；又如5和-5是相反数； $-\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$ 是相反数等。0的相反数还是0，从数轴上我们看得很清楚，零是一个特定的点，它一经选定后，其它数在数轴的位置也就确定了。

数的绝对值：数轴上表示一个数的点到原点0的距离，不论是正数或负数，统叫做这个数的绝对值。要表示一个数的绝对值时，我们就在这个数的两旁各画上一条直线，记号“| |”，读作绝对值。如2、-2到原点0的距离是两个单位，它们的绝对值都是2，记作“ $|2| = 2$ ”，读作“正2的绝对值等于正2”。“ $|-2| = 2$ ”读作“负2的绝对值等于正2”。

归结如下：

- 1、正数或零的绝对值，就是这个数的本身；
- 2、负数的绝对值是它的相反数。

简单地说，除零以外，正数和负数的绝对值都是一个正数。如果两个互为相反的数，那么这两个数的绝对值必然相等。

如 $\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{2}$ 是互为相反的两个数，所以 $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ ， $|- \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

有理数的顺序：

对于有理数的大小，我们同样也有一个规定：在数轴上表示的两个有理数，右边的一个数，总比左边的一个数大。

如图 1-2 所示，它们的大小关系可以记作

$$5 > 4 > 3 > 2 > 1 > 0 > -1 > -2 > -3 > -4 > -5$$

也可以记作

$$-5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5$$

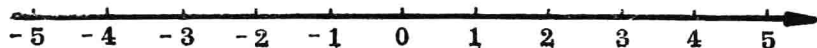


图 1-2

由此可知，有理数大小比较的法则，可概括如下：

- 1、任何正数大于任何负数；
- 2、任何正数大于零；
- 3、任何负数小于零；
- 4、两个正数中，绝对值大的那个数较大；
- 5、两个负数中，绝对值大的那个数较小。

二、有理数的加法规则

- 1、符号相同的两个数相加，把它们绝对值相加，和的符号取原来加数的符号表示。

如： $2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

$$(-0.5) + (-3.42) = -(0.5 + 3.42) = -3.92$$

- 2、符号不同的两个数相加，把较大的那个绝对值，减去那个较小的绝对值，和的符号取绝对值大的那个符号表示。

如：① $(+7) + (-3)$

$$\because | +7 | > | -3 |$$

$$\therefore (+7) + (-3) = + (7 - 3) = +4$$

② $(-6\frac{1}{2}) + (+5)$

$$\because | -6\frac{1}{2} | > | 5 |$$

$$\therefore (-6\frac{1}{2}) + (+5) = - (6\frac{1}{2} - 5) = -1\frac{1}{2}$$

- 3、两个相反数相加，结果等于零。

如： $\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3}) = 0$

$$(-2.6) + 2.6 = 0$$

- 4、任何一个数与零相加，还是原来那个数。

如： $0 + (-7) = -7$

此外，算术里加法运算定律：

$$a + b = b + a \quad (\text{交换律})$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (\text{结合律})$$

同样适用有理数的加法。

三、有理数的减法规则

有理数减法的意义和算术里减法的意义是相同的，在算术里我们知道，减法是加法的逆运算。减法就是已知两个加数的和，而且又知道其中一个加数，求另一个加数的运算。这个已知的和在减法里就是被减数，已知的一个加数就是减法里的减数。减法所求的另一个加数就叫做差。有理数减法的意义也是一样。

例如：在有理数加法中，我们知道

$$(-4) + (+3) = -1$$

写成减法就是

$$(-1) - (+3) = -4$$

或者是

$$(-1) - (-4) = +3$$

现在我们来研究怎样做有理数的减法，先考虑这样一个问题。 -1 加上什么数，结果是 -4 ？ -1 加上什么数是 $+3$ ？

根据有理数的加法法则，很容易得到

$$(-1) + (-3) = -4$$

$$(-1) + (+4) = +3$$

现在我们来比较一下上面几个式子，很容易就可以看出， $(-1) - (+3)$ 的结果和 $(-1) + (-3)$ 的结果是一样的。

$$(-1) - (+3) = (-1) + (-3)$$

这里告诉我们：一个数减去一个正数，等于这个数加上一个与它相反的数——负数。

同样，我们再比较 $(-1) - (-4)$ 的结果和 $(-1) + (+4)$ 的结果也是一样的。 $(-1) - (-4) = (-1) + (+4)$

这里告诉我们：一个数减去一个负数，等于这个数加上一个与它相反的数——正数。

这样，我们把有理数减法，转化成有理数加法来处理了。

由上可以总结出有理数的减法法则是：减去一个数，等于加上这个数的相反数。

四、代数和

有理数的加减法是可以互相转化的，因此一个加减法混合的算式，可以转化成有理数的加法式

$$\begin{aligned} \text{〔例1〕} \quad & (-35) - (+6) - (-3) - (-5) - (+2) \\ & = (-35) + (-6) + (+3) + (+5) + (-2) \\ & = [(-35) + (-6) + (-2)] + (3 + 5) \\ & = -43 + 8 \\ & = -35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔例2〕} \quad & (-6) - (+6) + (+7) \\ & = (-6) + (-6) + (+7) \end{aligned}$$

$$= -12 + 7$$

$$= -5$$

当运算符都转化为加号后，就只剩下一种运算，为了书写简便，可以把加号省略，并去掉括号。

$$\begin{aligned} \text{〔例 3〕} \quad & (-35) - (+16) - (-3) - (-5) - (+2) \\ &= (-35) + (-16) + (+3) + (+5) + (-2) \\ &= -35 - 16 + 3 + 5 - 2 \end{aligned}$$

前例中所举简化成加法的式子叫做代数和，去掉了括号，就是它的简化形式。

通过上面的演算，说明了去括号规则：

(1) 括号前是“+”号，把括号和括号前的“+”号去掉时，括号内的各个数的符号不变。

(2) 括号前是“-”号，把括号和括号前的“-”号去掉时，括号内的各个数都得改变符号。

$$\text{如：} 9 + (-2 + 6 - 4) = 9 - 2 + 6 - 4$$

$$3 - (-5 + 6 + 1) = 3 + 5 - 6 - 1$$

五、有理数的乘法规则

在算术中，我们知道乘法是连加的结果， 3×2 表示两个 3 相加，即

$$3 \times 2 = 3 + 3 = 6$$

因此，很容易联想到 $(-3) \times 2$ ，也可以看作是两个 (-3) 相加，即

$$(-3) \times 2 = (-3) + (-3) = -6$$

由此可以看出这样一个道理：负数与正数相乘，乘积为负数。

我们再来看一个问题， $2 \times (-3)$ 怎么办？大家总不能这样说：“负 3 个 2 相加”，因为这没有意义。但是我们知道，有理数乘法具有算术中乘法的主要性质，即乘法交换律、乘法结合律、乘法对加法的分配律等都应该成立。所以 $2 \times (-3)$ ，必定等于 $(-3) \times 2$ ，只有这样才能满足交换律。也就是说， $(-3) \times 2 = -6$ ， $2 \times (-3) = -6$ 。由此，我们可以分析出这样一个道理：一个数用 (-3) 去乘，等于用 $(+3)$ 去乘了之后，再改变乘积的符号。

根据这个道理可知： $(-2) \times (-3)$ ，先看做是 $(-2) \times (+3)$ 求出乘积等于 (-6) ，然后再改变一下符号，即等于 $(+6)$ 。这就说明这样一种关系：负数与负数相乘，结果是一正数。

至于两个正数相乘，与算术中的运算法则相同，乘积的结果是一个正数。

$$\text{如 } (+2) \times (+3) = (+6)$$

用零去乘以任何数，或者任何数去乘以零，它们结果全是零。

$$\text{如 } 0 \times (-2) = 0, (+2) \times 0 = 0$$

这样我们就可以归纳出有理数乘法法则是：

- 1、同号两数相乘，结果是正数，并把绝对值相乘；
- 2、异号两数相乘，结果是负数，并把绝对值相乘；
- 3、零与任何数相乘，乘积都是零。

为了便于记忆，我们概括出符号口诀：同号相乘得正数，异号相乘得负数。

[例] $(-1.1) \times (+1.1) = -1.21$
 $(+40) \times (-3) = -120$
 $(+3) \times (+5) = +15$
 $(-3) \times (-8) = +24$
 $(-0.1) \times (-3) \times (+5) \times (-2)$
 $= 0.3 \times 5 \times (-2)$
 $= 1.5 \times (-2)$
 $= -3$

若干个有理数相乘，如果只含一个负号，乘积是一个负数；若含两个负号，乘积是一个正数；若含三个负号，乘积又是一个负数。依次类推，在连乘的式子里，负号逢单个，乘积为负，负号逢双个，乘积为正。根据这个道理，在计算连乘时，事先可以确定乘积的符号。

在算术里学过的乘法交换律、结合律、分配律，仍适用于有理数的乘法。

六、有理数的除法规则

在算术里，我们已经学过除法是乘法的逆运算。已知两个因数的乘积与其中一个不等于零的因数，求另一个因数的运算。这个已知的积在除法里叫做被除数，已知的一个因数在除法里叫做除数、要求的另一个因数叫做商。有理数除法的意义和算术除法的意义是一样的。我们可以从乘法的逆运算关系来研究有理数的除法法则。

从乘法可知： $(+7) \times (+3) = +21$

依照逆运算关系，可得 $(+21) \div (+3) = +7$

从乘法可知： $(+7) \times (-3) = -21$

依照逆运算关系，可得 $(-21) \div (-3) = +7$

从乘法可知： $(-7) \times (+3) = -21$

依照逆运算关系，可得 $(-21) \div (+3) = -7$

从乘法可知： $(-7) \times (-3) = +21$

依照逆运算关系，可得 $(+21) \div (-3) = -7$

从乘法可知： $0 \times (+3) = 0$

$0 \times (-3) = 0$

依照逆运算关系，可得 $0 \div (+3) = 0$

$0 \div (-3) = 0$

此外， $0 \div 0$ 这个式子是没有意义的，因为 $0 \div 0$ 表示这样一个数，它与零的乘积等于零。我们知道，任何数与零相乘，乘积都等于零，所以 $0 \div 0$ 可是任何数，故没有意义。

$$8 \div 0$$

这个式子也是没有意义的。因为 $8 \div 0$ 表示这样一个数，它与0的乘积等于8。任何数与0相乘积都等于0，故 $8 \div 0$ 这样的数不存在，因而无意义。

从上面这些例题中，可以归纳出有理数除法法则：

1、同号两数相除，商为正号，并把绝对值相除

2、异号两数相除，商为负号，并把绝对值相除。

3、零除以任何数，商都是零。

4、零不能除以零，无意义。

5、零不能作除数，零作除数没有意义。

为了便于记忆，我们概括出符号口诀：同号相除得正数，异号相除得负数。

有理数除法可以转化为乘，因为一个数除以另一个数，就等于第一个数乘以第二个数的倒数。要求一个数的倒数，只要把1除以这个数，所得的商就是它的倒数。例如

-3的倒数是 $-\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \text{〔例1〕 } (-2\frac{1}{2}) \div (-5) \times (-3\frac{1}{3}) &= + (\frac{5}{2} \times \frac{1}{5}) \times (-3\frac{1}{3}) \\ &= + \frac{1}{2} \times (-\frac{10}{3}) \\ &= -\frac{5}{3} \\ &= -1\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔例2〕 } (-3\frac{1}{3}) \div (-2\frac{1}{3}) \div (-1\frac{1}{5}) &= (-\frac{10}{3}) \times (-\frac{3}{7}) \times (-\frac{5}{6}) \\ &= -(\frac{10}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{6}) \\ &= -\frac{25}{21} \\ &= -1\frac{4}{21} \end{aligned}$$

练 习 1-1

一、计算下列各题

1、 $(-32) + 8 - (-5) + (-2) - (+8) - (-7)$

2、 $(0.25) - (-\frac{1}{4}) + (-8) - (+7)$

3、 $12\frac{3}{4} - (6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3})$

4、 $(+5) - (-4) - (+2)$

5、 $(-6) - (+6) - (-7)$

6、 $(-1) - (+1.2) - (+3.5)$

7、 $(+\frac{1}{2}) - (-\frac{1}{2}) - (-\frac{3}{4})$

8、 $(-2.56) - (+3.48) - (-1.48) - (-4.56)$

$$9、2\frac{3}{4} - (-1\frac{1}{2}) + (-\frac{5}{6}) - (-\frac{3}{8}) - (+4\frac{2}{3})$$

$$10、20 - [10 + (-4) + (-3)]$$

二、用代数和的概念计算下列各题

$$1、-12 + 11 - 8 + 39$$

$$2、+45 - 9 - 91 + 5$$

$$3、-5 - 5 - 3 - 3$$

$$4、-5.4 + 0.2 - 0.6 + 0.8$$

$$5、(-2\frac{1}{2}) - [(+\frac{5}{6}) + (-0.5) + (1\frac{1}{6})]$$

$$6、(+4.4) + [(-0.1) + (+8\frac{1}{3}) + (+11\frac{2}{3})]$$

$$7、-6 - 8 - 2 + 3.54 - 4.72 + 16.46 - 5.28$$

$$8、\frac{12}{25} + \frac{4}{15} - \frac{4}{30}$$

$$9、0.12 - 0.54 - \frac{3}{20}$$

$$10、-5\frac{6}{25} - 14.3 - 8.14$$

三、计算下列各题

$$1、(-2)(-4.5)(-5)$$

$$2、(-2)(+38)(+25)$$

$$3、(-84)(-10)(-0.1)$$

$$4、(-\frac{5}{6})(+2.4)(+\frac{3}{5})$$

$$5、(-6) \times 25 \times (-0.04)$$

$$6、(-8)(-4)(+25)(-125)$$

$$7、[(-\frac{7}{8}) + (+\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{2})]$$

$$8、(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} + \frac{3}{2} - \frac{7}{15})(+18)$$

$$9、(-5)(-4) + 3 \times (-2)$$

$$10、[(-3)(-4) - 57] [(-8) - 2 \times (-6)]$$

$$11、(-8) \div [(-3) + 5]$$

$$12、(-8) \div (-3) + 5$$

$$13、[(-1\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{2})] \div (-2)$$

$$14、(-1\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{2}) \div (-2)$$

$$15、(-12) \div (-3) + (-15) \div 5$$

$$16、(-12) \div [(-3) + (-15)] \div 5$$

$$17、(-12) \div [(-3) + (-15) \div 5]$$

$$18、(-5) \times 0 \div (+31)$$

$$19、(+1) + (-8) \div (+4)$$

$$20、(-2) \div (+25) + 0 \div (-3)$$

第二节 数的乘方和开平方

一、有理数的乘方

几个相同的因数连乘，为了方便起见，我们常常用一个简单的方法来表示，即：
 50×50 ，记作 50^2 ，读做“50的二次方”，也可以读做“50的平方。”

$10 \times 10 \times 10$ ，记作 10^3 ，读做“10的三次方”，也可以读做“10的立方”。

$(-2)(-2)(-2)(-2)$ ，记作 $(-2)^4$ ，读做“负2的四次方”。

一般说，当 a 为任意数时，我们把 n 个 a 的连乘积记作：

$$\underbrace{a \cdot a \cdots \cdots a}_{n \text{ 个因数}} = a^n$$

读做“ a 的 n 次方”，或读做“ a 的 n 次幂”

由此可知

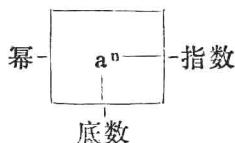
$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6, \text{ 读做“} a \text{ 的六次方”}$$

$$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5, \text{ 读做“} x \text{ 的五次方”}$$

这种求几个相同因数的积的运算方法，叫做乘方。乘方所得的结果叫做幂，相同的因数叫做底数，底数右上角的那个小数字叫做指数，它表示相同因数的个数。

如图 1—3 所示， a 是底数， n 是指数，乘方的结果是幂。

“ a^n ”从字面上看，一般读做“ a 的 n 次方”。从乘的结果上看，一般读做“ a 的 n 次幂”。无论怎样念，都是表示一个概念。



应该注意一点： $a^1 = a$ ，凡指数是 1 时，一律省略不写。

图 1—3

反过来看，凡是因数没有写指数，它的指数是 1 次。如 $3^1 = 3$ ， $3 = 3^1$ 。

〔例 1〕 计算 3^4 ， 15^3 ， 6^3

解： $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 9 = 81$

$$15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 225 \times 15 = 3375$$

$$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 36 \times 6 = 216$$

〔例 2〕 计算 $(-2)^1$ ， $(-2)^2$ ， $(-2)^3$ ， $(-2)^4$ ， $(-2)^5$

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = (-2)(-2) = 4$$

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = 4(-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 4 \times 4 = 16$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$$

从上例计算中，不难看出：正数的任何次方都是正数；负数的奇次方是负数，偶次方是正数。

〔例 3〕 计算 $(-0.2)^4$ ， 10^5 ， $(-\frac{2}{3})^5$ ， 0^6

解： $(-0.2)^4 = (-0.2) \times (-0.2) \times (-0.2) \times (-0.2)$
 $= (0.04) \times (0.04)$
 $= 0.0016$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100,000,$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{2}{3}\right)^5 &= \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{32}{243} \end{aligned}$$

$$0^6 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$$

在运算中，有时会遇到0的n次幂，根据零的定义，零的任何次幂都等于零。即 $0^n = 0$

二、有理数的开方

要裁一块面积为100平方厘米正方形钢板，下料时应该怎样计算它的边长？

解：我们用x表示正方形钢板的边长，根据题意，可以列出这样一个式子，即

$$x^2 = 100$$

在这个式子里，要求的是什么的平方能等于100。仅从这个简单的数来看，我们可以直接判断：

$$10^2 = 100 \quad \text{或} \quad (-10)^2 = 100$$

所以， $x = 10$ 或 $x = (-10)$ ，把这些数带入原式子中计算，都等于100。由于边长不可能出现负数，因此， $x = -10$ 不合题意，应该舍掉。而 $x = 10$ ，则是我们所要求的这块钢板的边长。

在这里由于实际问题的限制，把-10舍掉。如果从数的运算角度来说，10和-10的平方都是100。因此，我们把10和-10都叫做100的平方根。同样， $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ，

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ，所以 $\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{3}$ 都是 $\frac{4}{9}$ 的平方根； $(0.6)^2 = 0.36$ ， $(-0.6)^2 = 0.36$ ，所以0.6和-0.6，都是0.36平方根。

由上可见，一个正数有两个平方根，它们的绝对值相等，符号相反。其中取正号的根，叫做算术根。

一般地说，如果 $x^n = a$ ，那么x就叫做a的n次方根。例如 $2^4 = 16$ ，2就叫做16的四次方根； $(-3)^3 = -27$ ，-3就叫做-27的三次方根； $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ， $-\frac{1}{2}$ 就叫做 $\frac{1}{4}$ 的二次方根。

一个数的二次方根又叫平方根。

一个数的三次方根也叫立方根。

求一个数的方根的运算，叫做开方。求a的平方根的运算，叫做把a开平方，求a的立方根的运算，叫做把a开立方。

一般地说，求a的n次方根的运算，叫做把a开n次方。可表示为：

$$\sqrt[n]{a}$$

这里的n叫做根指数，也叫做开方的次数，a叫做被开方数，符号 $\sqrt{\quad}$ 叫做根号。用符号表示平方根的时候，通常把根指数2省略不写，例如 $\sqrt{3}$ 而不写成 $^2\sqrt{3}$

开方是一种运算，方根是开方运算的结果。如同加、减、乘、除、乘方是运算，而

和、差、积、商、幂是运算结果一样。

我们知道，10和-10这样两个相反数都是100的平方根（二次方根）；2和-2这样两个相反数都是16的四次方根。这里的根指数2和4都是双数，因而统称偶次方根，由此看到：凡是正数的偶次方根都是两个相反数。又因为负数的偶次乘方都是一个正数，不可能出现负数，因此负数的偶次方根没有意义（在实数范围内），即：负数不能开偶次方。

又例如，只有-3这一个数是-27的立方根（即三次方根）；只有2这个数是32的五次方根。这里的根指数3和5都是单数，因而统称奇次方根。由此也看到，正数的奇次方根，只有一个，并且是一个正数，负数的奇次方根也只有一个，并且是一个负数。零的奇次方根仍然是零。

上面分析的两点，综合来说，就是方根的性质。

我们运用上面讨论的基本概念，求解一些平方根。

〔例〕 求下列算术根：

$$(1) \sqrt{121} \quad (2) \sqrt{36} \quad (3) \sqrt{\frac{4}{9}} \quad (4) \sqrt{\frac{25}{144}}$$

$$(5) \sqrt{0.04} \quad (6) \sqrt{3600}$$

$$\text{解：}(1) \because 11^2 = 121 \quad \therefore \sqrt{121} = 11$$

$$(2) \because 6^2 = 36 \quad \therefore \sqrt{36} = 6$$

$$(3) \because \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad \therefore \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$(4) \because \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} \quad \therefore \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{5}{12}$$

$$(5) \because (0.2)^2 = 0.04 \quad \therefore \sqrt{0.04} = 0.2$$

$$(6) \because (60)^2 = 3600 \quad \therefore \sqrt{3600} = 60$$

三、开平方和平方根表的用法

开方是乘方的逆运算，但比乘方要困难的多。在具体计算时，我们可以利用《数学用表》中的平方根和立方根表，直接查出要求的根的近似值。

在实际工作中常遇到的是一些开平方的问题，下面就介绍查表法开平方。

由于《平方根表》只能查到1—100之间的数的平方根，所以大于100，小于1的数进行开平方时，必须先换成一位整数或二位整数和 10^n 或 $(0.1)^n$ 的乘积，然后查表算出结果。这里n是偶数。下面举例说明。

1、由1.00到99.9之间的三位数的平方根，可以在表内直接查到，

例如查表求 $\sqrt{1.35}$

先从表中标有N的直列里找到前两位数1.3。

然后从这个数横着向右看，查到顶上第一横行里标有数字5的那一栏。

直列与横行交叉处的数1.162就是1.35的平方根。

$$\therefore \sqrt{1.35} = 1.162$$

表 1

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.....																			
1.0																			
1.1																			
1.2																			
1.3																			
1.4																			
.....																			

2、由1.00到99.99之间的四位数的平方根要用到表后边的修正值。

例如查表求 $\sqrt{14.02}$

按上法先查出三位数 $\sqrt{14.0} = 3.742$

表 2

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13.																			
14.																			
15.																			
.....																			

然后再加上右边修正部分顶上标有2的那一行，得到修正值是3，把这个数加到3.742最后边的一位数上，就是

$$3.742 + 0.003 = 3.745$$

$$\therefore \sqrt{14.02} \approx 3.745$$

3、查四位以上的平方根，可以把这数四舍五入，化为四位数再查表。

例如： $\sqrt{53.072} \approx \sqrt{53.07} \approx 7.285$

$$\sqrt{24.536} \approx \sqrt{24.54} \approx 4.954$$

4、小于1，或大于100的数的平方根，在表上不能直接查出来，我们把这些数称为表外数。把表外数化成表内数，主要利用扩大和缩小倍数的方法。只有变成表内数之后，才好再查表。如果这个数大于100，先把它缩小100倍，10000倍或者1000000...倍...（就是把小数点向左移动两位、四位或者六位……），变成表里找得到的数。

注意：开平方移动小数点时，必须是两位两位地移动，道理是一位整数的平方，结果是一位数或两位数。相反，一位或两位整数的平方根，肯定是一位数。因此，我们按两位一节的移动。平方根表里查出结果之后，再把这个数相应地扩大10倍，100倍或者

1000倍……（就是相应地把小数点向右移动一位、两位或三位……）这样就可以得到这个数的近似平方根了。

简单地说：如果被开方的数的小数点每向左一次移动两位，查表后得到的平方根的小数点，则相应地向右移动一位。这种移动的关系是二比一。

例如：

$$\sqrt{651.01} \approx 25.51$$

小数点向左移
一次即二位得

$\downarrow$
 $\sqrt{6.5101}$
 查表得 $\rightarrow 2.551$

小数点向右
移动一位得

$\therefore \sqrt{651.01} \approx 25.51$

如果这个数小于1，先把它扩大100倍，10000倍或者1000000倍……（就是把小数点向右移动两位，四位或者六位……）

变成表里能查得到的数，查出平方根后，再把它相应地缩小10倍、100倍、1000倍、……（就是相应地把小数点向左移动一位，两位或者三位……）这样就得到原来这个数的近似平方根了。简单地说如果被开方的数的小数点每向右一次移动两位，查表后得到的平方根的小数点，则相应地向左移动一位，这种移动的关系是二比一。

例如：

$$\sqrt{0.527} \approx 0.7259$$

小数点向右移
一次即二位得

$\downarrow$
 $\sqrt{52.7}$
 查表得 $\rightarrow 7.259$

小数点向左
移一位得

$\sqrt{0.527} \approx 0.7259$

练 习 1—2

一、应用平方表查下列各个幂的值

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------|-----------------|
| 1、 56^2 | 2、 $(+85)^2$ | 3、 $(-34)^2$ | 4、 $(-97)^2$ |
| 5、 $(6.01)^2$ | 6、 $(7.5)^2$ | 7、 $(0.03145)^2$ | 8、 $(-1097)^2$ |
| 9、 $(-16500)^2$ | 10、 $(0.7231)^2$ | 11、 $(1.0035)^2$ | 12、 $(-3.56)^2$ |
| 13、 $(5\frac{2}{7})^2$ | 14、 $(\frac{1}{9})^2$ | | |

二、利用平方根表，求下列各数近似算术平方根

- | | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 1、729 | 2、6561 | 3、2401 | 4、11881 |
| 5、4096 | 6、361 | 7、43264 | 8、39.69 |
| 9、6.4516 | 10、0.4225 | 11、0.038 | 12、0.1521 |
| 13、5 | 14、7 | 15、2 | 16、3 |
| 17、 $\frac{3}{5}$ | 18、 $\frac{1}{16}$ | 19、 $\frac{49}{64}$ | 20、 $\frac{7}{11}$ |

第二章 代数式的运算

第一节 整式运算

一、代数式

1、代数式：用运算符号把表示数的数字或字母连结起来所得到的式子叫做代数式。用数字或者字母表示一个单独的数，也可以看作是代数式，这是一种特殊的代数式。

$$\begin{array}{ll}\text{例如：} \frac{1}{2}(a+b)h; & \frac{3x^2+x-1}{4x+1} \\ & (1+n)x^3y; \quad 8x^2+4xy-5y^2; \\ & \sqrt{a+b}; \quad a; 9; 0.\end{array}$$

这些都是代数式，其中 x^2 是 $x \cdot x$ 的简写， x^3 是 $x \cdot x \cdot x$ 的简写，其余类推。把 a 、 9 、 0 这些也叫代数式，是为了以后讨论时方便，所以，今后提到代数式，在头脑里应该理解它包括了这些“特殊”的代数式。

2、求代数式的值，代数式中的字母表示的是数，如果把数代替代数式中的字母，并按照指定的运算顺序进行计算，所得的结果就叫代数式的值。

例如： $\frac{1}{2}(a+b)h$ 这一代数式是计算梯形面积的公式，这个代数式中出现三个字母 a 、 b 、 h 。 a 代表上底的长， b 代表下底的长， h 代表梯形的高。这个代数式的整体，连同它的具体表示式，刻画了梯形面积同上底、下底和高之间的关系。当 $a=1$ ， $b=4$ ， $h=3$ 时，代入代数式运算得

$$\frac{1+4}{2} \times 3 = 7 \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{它的值是} 7 \frac{1}{2}$$

当 $a=2$ ， $b=3$ ， $h=4$ 时，代入代数式运算得

$$\frac{1}{2}(2+3) \times 4 = 10$$

$$\therefore \text{它的值是} 10$$

例：计算代数式 $2x^3 - 5x^2 + 3x - 8$ 的值：

$$(1) \text{ 当 } x=1$$

$$(2) \text{ 当 } x=-1$$

$$(3) \text{ 当 } x=\frac{1}{2}$$

$$(4) \text{ 当 } x=-\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{解：} (1) \quad 2x^3 - 5x^2 + 3x - 8 &= 2(1)^3 - 5(1)^2 + 3(1) - 8 \\ &= 2 - 5 + 3 - 8 \\ &= -8\end{aligned}$$