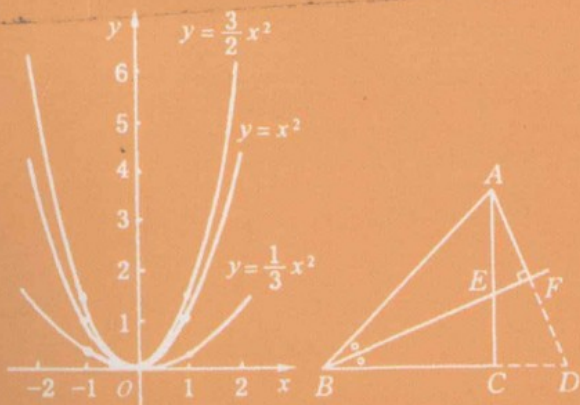
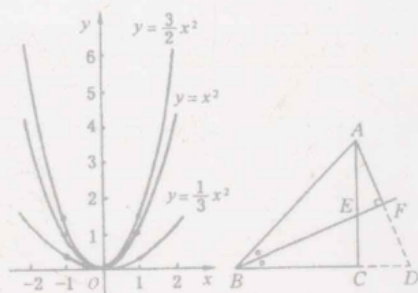


初中数学 概念 公式 定理 全书

主编 李道洲





ISBN 978-7-5476-0022-1



www.ewen.cc

定价: 18.00元



初中

Chuzhong
Shuxue Gainian Gongshi Dingli Quanshu


数学概念公式定理全书

主编 李道洲

编写(按编写顺序排列)

时俊 吴洪 朱丽亚 王海生
万兆云 赵霞 李丽 陈永德



 上海远东出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学概念公式定理全书/李道洲主编. —上海:
上海远东出版社, 2009

ISBN 978 - 7 - 5476 - 0022 - 1

I. 初… II. 李… III. ①数学—公式—初中—教
学参考资料②数学—定律—初中—教学参考资料
IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 133361 号

责任编辑: 殷卫星 王 皓

封面设计: 李 廉

初中数学概念公式定理全书

主编: 李道洲

编写: 时俊 吴洪 朱丽亚 王海生

万兆云 赵霞 李丽 陈永德

出版: 上海世纪出版股份有限公司远东出版社

地址: 中国上海市仙霞路 357 号

邮编: 200336

网址: www.ydbook.com

发行: 新华书店上海发行所 上海远东出版社

制版: 南京前锦排版服务有限公司

印刷: 上海望新印刷厂

装订: 上海望新印刷厂

版次: 2010 年 1 月第 1 版

印次: 2010 年 1 月第 1 次印刷

开本: 850 × 1168 1/32

字数: 291 千字

印张: 7.25

印数: 1—5100

ISBN 978 - 7 - 5476 - 0022 - 1/G · 42 定价: 18.00 元

版权所有 盗版必究(举报电话: 62347733)

如发生质量问题,读者可向工厂调换。

零售、邮购电话: 021 - 62347733 - 8555

Contents

录

一、代数部分

1. 数的整除	1
1.1 整数和整除	1
整数、整除、因数、倍数、偶数、奇数、能被 5 整除的数、素数、合数、分解素因数、公因数与最大公因数、公倍数与最小公倍数	
1.2 分数	4
分数、分数的基本性质、最简分数、约分、通分、真分数、假分数、带分数、倒数、循环小数、循环节、分数的大小比较	
1.3 比和比例	6
比、比值、比的基本性质、比例、百分比、百分比的应用	
2. 有理数的意义及其运算	8
2.1 有理数	8
正数、负数、有理数、数轴、相反数、绝对值、有理数大小的比较	
2.2 有理数的运算	9
有理数加法法则、加法交换律、加法结合律、有理数减法法则、有理数的加减混合运算、有理数乘法法则、乘法交换律、乘法结合律、分配律、有理数除法法则、乘方、有理数的运算顺序、科学记数法、近似数、精确度、有效数字、平方表、立方表	
3. 整式的加减	14
3.1 代数式	14
代数式、列代数式、代数式的值、公式	
3.2 整式的加法和减法	16
单项式、单项式的系数、单项式的次数、多项式、多项式的项、常数项、多项式的次数、降幂排列、升幂排列、整式、同类项、合并同类项、合并同类项的法则、去括号法则、添括号法则、整式的加减法法则	



4. 一元一次方程	18
等式、已知数、未知数、方程、方程的解、解方程、一元一次方程、移项、解一元一次方程的一般步骤、一元一次方程的标准形式、同解方程、列出一元一次方程解应用题的方法	
5. 一次方程组	22
二元一次方程、二元一次方程组、二元一次方程组的解、二元一次方程组的两种解法、解二元一次方程组的基本思想、三元一次方程、三元一次方程组、解三元一次方程组、一次方程组的应用	
6. 一元一次不等式和不等式组	25
不等式、不等式的基本性质、不等式的解集、解不等式、一元一次不等式、一元一次不等式的解法步骤、同解不等式、不等式的同解原理、一元一次不等式组、一元一次不等式组的解集、解不等式组、一元一次不等式组的解法步骤	
7. 整式的乘除	28
7.1 整式的乘法和除法	28
同底数幂的乘法法则、幂的乘方法则、积的乘方法则、单项式的乘法法则、单项式与多项式的乘法法则、多项式与多项式的乘法法则、同底数幂的除法法则、单项式除以单项式、多项式除以单项式、长除法	
7.2 乘法公式	30
平方差公式、完全平方公式、两数和(或差)的立方公式、立方和与立方差公式	
8. 因式分解	33
因式分解的意义、公因式、提取公因式法、运用公式法、十字相乘法、分组分解法、利用配方法因式分解的步骤、多项式分解因式的步骤	
9. 分式	36
分式、有理式、分式的基本性质、分式的符号法则、约分、约分的法则、最简分式、分式的乘法法则、分式的除法法则、分式的乘方法则、分式的通分、最简公分母、分式的加减法、同分母的分式加减法、异分母的分式加减法、分式的混合运算、字母系数、含有字母系数的一元一次方程、分式方程、增根、解分式方程、整数指数幂及其运算	
10. 数的开方	43
平方根、开平方、算术平方根、平方根表、立方根、开立方、 n 次方根、开 n 次方、 n 次算术根、立方根表、无理数、实数	
11. 二次根式	47
二次根式、积的算术平方根、二次根式的乘法、二次根式的乘方、比较二次根式的大小、商的算术平方根、二次根式的除法、分母有理化、最简二次根式、同类二次根式、二次根式的加减法、二次根式的混合运	





算、有理化因式、二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简、分数指数幂	
12. 代数方程	53
12.1 一元二次方程	53
整式方程、一元二次方程、一元二次方程的解法、一元二次方程的根的判别式、一元二次方程的根与系数的关系(即韦达定理)、二次三项式的因式分解(用公式法)	
12.2 高次方程和分式方程	59
一元整式方程、一元 n 次方程、高次方程、二项方程、双二次方程、换元法、解分式方程的一般步骤、分式方程的检验	
12.3 无理方程	65
无理方程、有理方程、代数方程、解无理方程的基本思路、解无理方程的基本方法	
12.4 二元二次方程组	68
二元二次方程、二元二次方程组、二元二次方程的解、二元二次方程组的解法	
12.5 列方程(组)解应用题	70
列方程(组)解应用题的一般步骤、列方程(组)解应用题例题选析	
13. 函数及其图像	75
13.1 函数的表示法	75
数轴上的点的坐标、平面直角坐标系、直角坐标系中点的坐标、直角坐标平面内两点之间的距离公式、常量和变量、函数、函数的定义域、函数值、常值函数、函数的表示方法、解析法、列表法、图像法	
13.2 正比例与反比例	82
正比例和正比例函数、正比例函数的图像、正比例函数的性质、反比例、反比例函数、反比例函数的图像、反比例函数的性质、正比例函数与反比例函数的应用	
13.3 一次函数	88
一次函数、一次函数的图像、一次函数的性质、待定系数法、一次函数的应用	
13.4 二次函数	91
二次函数、二次函数的定义域、二次函数的性质、二次函数的解析式、二次函数的最值及其应用	
14. 一元二次方程与二次函数(拓展)	95
一元二次方程求根公式的推导、一元二次方程的根与系数关系及其其他的应用、二次函数图像与坐标轴的公共点的情况、二次函数解析式的确定和应用、二次函数的图像特征和函数变化情况	





15. 概率初步	102
等可能事件、随机事件、必然事件、不可能事件、确定事件、不确定事件、事件发生的可能性、概率、频率、等可能试验、等可能试验下事件概率、古典概率、概率计算举例	
16. 统计初步	108
16.1 表示一组数据平均水平的量	108
统计学、统计图、总体、样本、样本容量、总体平均数、样本平均数、加权平均数、中位数、众数、截尾平均数	
16.2 表示一组数据波动程度的量	115
方差、标准差、方差的简化计算公式、样本方差、总体方差、组数和组距、频数、频率、频率分布表、频率分布直方图、累积频率、简单随机抽样、系统抽样、分层抽样	

二、几何部分

1. 几何的初步知识	122
1.1 直线和线段	122
直线、直线的公理、两条直线相交、直线的基本性质、射线、线段、线段的延长线、线段的中点、线段的公理、两点的距离	
1.2 角	126
角、角的表示、平角、周角、角的平分线、角的度量、直角、锐角、钝角、互为补角、互为余角、补角的性质、余角的性质	
2. 相交线、平行线	129
2.1 相交线	129
对顶角、邻补角、对顶角的性质、垂直、垂线的性质1、斜线、垂线段、垂线的性质2、点到直线的距离、同位角、内错角、同旁内角	
2.2 平行线	133
平行线、平行公理、平行公理的推论、平行线的判定、平行线的性质	
2.3 命题与证明	135
命题、真命题、假命题、公理、定理、证明	
3. 三角形与基本作图	137
3.1 三角形	137
三角形、三角形的边、三角形的顶点、三角形的内角、三角形的外角、三角形的角平分线、三角形的中线、三角形的高线、三角形的稳定性、不等边三角形、等腰三角形、等边三角形、三角形的三边关系定理、三角形的三边关系定理的推论、三角形内角和定理、三角形内角和定理的推论、辅助线、锐角三角形、直角三角形、钝角三角形、斜三角形、等腰直角三角形	





3.2	全等三角形	142
	全等形、全等三角形、全等三角形的性质、三角形全等的判定、斜边和直角边、角的平分线的定理、互逆命题、互逆定理	
3.3	尺规作图	146
	尺规作图、基本作图、中垂线	
3.4	等腰三角形	147
	等腰三角形的性质定理、等腰三角形的判定定理、关于线段的垂直平分线的定理、轴对称、关于轴对称的定理、轴对称图形	
3.5	勾股定理	150
	勾股定理、勾股定理的逆定理、勾股数	
4.	四边形和向量初步	151
4.1	四边形	151
	四边形、凸四边形、四边形的对角线、四边形的内角、四边形的内角和定理、四边形的外角、四边形的外角和定理、多边形、多边形的内角和定理、多边形外角和定理的推论	
4.2	平行四边形	154
	平行四边形、平行四边形性质定理 1、平行四边形性质定理 1 推论、平行四边形性质定理 2、两条平行线的距离、平行四边形性质定理 3、平行四边形的判定定理 1、平行四边形的判定定理 2、平行四边形的判定定理 3、平行四边形的判定定理 4、矩形、矩形性质定理 1、矩形性质定理 2、矩形性质定理 2 推论、矩形判定定理 1、矩形判定定理 2、菱形、菱形性质定理 1、菱形性质定理 2、菱形判定定理 1、菱形判定定理 2、正方形、正方形性质定理 1、正方形性质定理 2、正方形的判定、中心对称、中心对称性质定理 1、中心对称性质定理 2、中心对称性质定理 2 的逆定理、中心对称判定、图形变换、全等变换、平移变换、对称变换、旋转变换	
4.3	向量及其加减法	164
	有向线段、有向线段的长度、向量、向量的表示、相等向量、相反向量、平行向量、零向量、向量的加法、向量加法的三角形法则、向量加法的平行四边形法则、向量加法的运算律、向量的减法、向量减法的三角形法则	
4.4	梯形	168
	梯形、直角梯形、等腰梯形、等腰梯形性质定理、等腰梯形判定定理、平行线等分线段定理、平行线等分线段定理的推论、三角形的中位线、三角形中位线定理、梯形的中位线、梯形中位线定理	
5.	相似形	171
5.1	比例线段	171
	相似形、相似多边形、两条线段的比、成比例线段、比例的项、比	



	例外项、比例内项、第四比例项、比例中项、比例的基本性质、比例基本性质的推论、比例的两个重要性质、黄金分割、三角形一边的平行线性质定理、三角形一边的平行线性质定理推论、三角形一边的平行线判定定理、三角形一边的平行线判定定理推论、三角形的重心、平行线分线段成比例定理、平行线等分线段定理	
5.2	相似三角形	178
	相似三角形、对应角、对应顶点、相似比、相似三角形的预备定理、相似三角形的判定定理、直角三角形相似的判定定理、相似三角形的性质、相似多边形的相似比、相似多边形的性质定理、位似	
5.3	向量的线性运算	184
	实数与向量相乘、实数与向量相乘运算律、平行向量定理、单位向量、向量的线性运算、向量的线性组合、平面向量的分解	
6.	锐角的三角比	187
	正切和余切、正弦和余弦、锐角的三角比、特殊锐角的三角比值、互为余角三角比的关系、同角三角比的关系、解直角三角形、仰角与俯角、坡角、坡度	
7.	圆与正多边形	193
7.1	圆的有关性质	193
	圆、点与圆的位置关系及其判定、弦、直径、弧、半圆、优弧、劣弧、弓形、同心圆、等圆、等弧、点的轨迹、圆的确定、三角形的外接圆、圆的内接三角形、圆的对称性、垂径定理及其推论、圆心角、弦心距、圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系定理及其推论、圆心角的度数	
7.2	直线和圆的位置关系	196
	直线和圆的位置关系、直线和圆的位置关系的判定、切线的判定定理	
7.3	圆和圆的位置关系	198
	圆和圆的位置关系、圆心距、两圆位置关系的判定、连心线、两圆连心线的性质	
7.4	正多边形和圆	200
	正多边形、正多边形的判定定理、正多边形的中心、正多边形的半径、正多边形的边心距、正多边形的中心角、正多边形的性质定理、正多边形有关计算公式、圆周长、弧长、圆面积、扇形、扇形面积、弓形面积	
8.	直线和圆(拓展)	203
8.1	圆的切线判定和性质	203
	圆的切线判定定理的应用、切线的性质定理、切线性质定理的推	





	论、切线长定理、三角形的内切圆、圆的外切三角形、三角形的内心、两圆的公切线、公切线的长、公切线的条数与两圆的位置关系	
8.2	与圆有关的角.....	208
	圆周角、圆周角定理、圆周角定理的推论、圆内角、圆外角、弦切角、弦切角定理和它的应用	
8.3	圆幂定理及其应用.....	210
	相交弦定理、割线定理、切割线定理、圆幂定理的应用	
8.4	圆内接四边形.....	214
	圆内接四边形、四边形的外接圆、圆内接多边形、多边形的外接圆、圆内接四边形性质定理、圆内接四边形判定定理(四点共圆的判定定理)	

附 空间图形

立体图形、立体图形的展开与折叠、截面、截面的形状、视图、三视图、长方体的基本特征、画长方体的直观图的方法——斜二侧画法、长方体中棱与棱的位置关系、长方体中棱与平面的位置关系、长方体中平面与平面的位置关系

一、代数部分

* 1. 数的整除

1.1 整数和整除

【整数】 正整数、零、负整数统称为整数. 由于正整数和零统称为自然数, 所以整数的分类也可以划分成由自然数和负整数组成.

【整除】 整数 a 除以整数 b , 如果除得的商是整数而余数为零, 我们就说 a 能被 b 整除, 或者说 b 能整除 a .

说明: 一定要注意整除的两个条件, 前提条件是除数、被除数必须都是整数, 其次, 被除数除以除数后商也必须是整数且余数为零.

例 1 下面哪个算式的被除数能被除数整除?

$$11 \div 3; \quad 36 \div 12; \quad 9 \div 6.$$

解 因为 $11 \div 3 = 3 \cdots \cdots 2$,

$$36 \div 12 = 3,$$

$$9 \div 6 = 1.5.$$

所以, 被除数能被除数整除的算式是 $36 \div 12$.

评注 根据整除的两个条件我们不难确定第二个算式的被除数能被除数整除. 如果将算式改为 $3.6 \div 1.2$, 那么被除数和除数都不是整数, 那就不能说 3.6 被 1.2 整除了.

【因数】 整数 a 能被整数 b 整除, b 就叫做 a 的因数(也称为约数).

说明: 一个整数的因数有有限个.

例 2 写出 18 的所有因数.

解 18 的因数有 1, 2, 3, 6, 9, 18.

评注 找一个数的因数的方法除了“找能整除这个数的整数”以外, 还可以利用积与因数的关系一对一的找, 如 $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$, 这样就



比较方便而且还不容易遗漏.

【倍数】 整数 a 能被整数 b 整除, a 就叫做 b 的倍数.

说明: 一个整数的倍数有无数个. 求一个整数的倍数, 可根据乘法运算从这个数本身开始然后按照这个数的 2 倍、3 倍……依次找下去.

【偶数】 能被 2 整除的整数叫做偶数.

说明: 偶数的个位上的数是 0、2、4、6、8. 与偶数相邻的两个数是奇数.

【奇数】 不能被 2 整除的整数叫做奇数.

说明: 一个整数不是奇数就是偶数. 奇数的个位上的数是 1、3、5、7、9. 与奇数相邻的两个数是偶数.

【能被 5 整除的数】 个位上是 0 或者 5 的整数都能被 5 整除.

【素数】 一个正整数, 如果只有 1 和它本身两个因数, 这样的数叫做素数, 也叫做质数.

说明: (1) 要熟记 20 以内的全部素数. 100 以内的素数有 2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97.

(2) 除 2 外所有的素数都是奇数.

【合数】 一个正整数, 如果除了 1 和它本身以外还有别的因数, 这样的数叫做合数.

说明: (1) 可以用求因数的方法或查素数表的方法判断一个正整数是否为素数.

(2) 1 既不是素数也不是合数. 正整数可以分成 1、素数、合数三类.

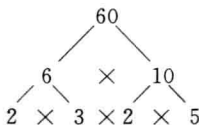
(3) 除 2 外所有的正偶数都是合数.

【分解素因数】 把一个合数用素因数相乘的形式表示出来叫做分解素因数.

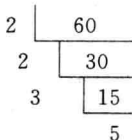
说明: 可以用“树枝分解法”、“短除法”等方法进行分解素因数.

例 3 把 60 分解素因数.

解 方法一: 用“树枝分解法”



方法二: 用“短除法”





所以 $60 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

评注 用短除法分解素因数的步骤如下:

- (1) 先用一个能整除这个合数的素数(通常从最小的开始)去除;
- (2) 得出的商如果是合数,再按照上面的方法继续除下去,直到得出的商是素数为止;
- (3) 然后把各个除数和最后的商按从小到大的顺序写成连乘的形式.

【公因数与最大公因数】 几个数公有的因数叫做这几个数的公因数,其中最大的一个叫做这几个数的最大公因数.

例 4 求 18 和 36 的最大公因数.

解 方法一: 18 的因数有 1、2、3、6、9、18;

36 的因数有 1、2、3、4、6、9、12、18、36.

所以 18 与 36 的公因数有 1、2、3、6、9、18. 18 和 36 的最大公因数是 18.

方法二: 把 18 和 36 分别分解素因数.

$18 = 2 \times 3 \times 3$, $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, 可以看出 18 与 36 的全部公有的素因数有 2、3、3, 因此 $2 \times 3 \times 3$ 的积 18 就是 18 和 36 的最大公因数.

方法三: 用短除法.

2	18	36	(用公有的素因数 2 除)
	9	18	(用公有的素因数 3 除)
	3	6	(用公有的素因数 3 除)
	1	2	(除到两个商互素为止)

所以 18 和 36 的最大公因数是 $2 \times 3 \times 3 = 18$.

评注 (1) 求几个整数的最大公因数,只要把它们所有公有的素因数连乘,所得的积就是它们的最大公因数.

(2) 两个整数中,如果某个数是另一个数的因数,那么这个数就是这两个数的最大公因数.如果这两个数互素,那么它们的最大公因数就是 1.

【公倍数与最小公倍数】 几个整数的公有的倍数叫做它们的公倍数,其中最小的一个就叫做它们的最小公倍数.

例 5 求 18 和 36 的最小公倍数.

解 方法一: 18 的倍数有 18、36、54、72、90、…;

36 的倍数有 36、72、108、144、180、….

所以 18 和 36 的最小公倍数是 36.



方法二：把 18 和 36 分解素因数.

$18 = 2 \times 3 \times 3$, $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$, 取出 18 和 36 的所有的公有的素因数 (1 个 2 和 2 个 3), 再取出各自剩余的素因数 (2), 将这些数连乘所得的积 36 就是 18 与 36 的最小公倍数.

方法三：用短除法进行.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 18 \quad 36 \\
 \hline
 3 & 9 \quad 18 \\
 \hline
 3 & 3 \quad 6 \\
 \hline
 & 1 \quad 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{(用公有的素因数 2 除)} \\
 \text{(用公有的素因数 3 除)} \\
 \text{(用公有的素因数 3 除)} \\
 \text{(除到两个商互素为止)}
 \end{array}$$

所以 18 和 36 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 1 \times 2 = 36$.

评注 (1) 求两个整数的最小公倍数, 只要取它们所有公有的素因数, 再取它们各自剩余的素因数, 将这些数连乘, 所得的积就是这两个数的最小公倍数.

(2) 如果两个整数中某一个数是另一个数的倍数, 那么这个数就是它们的最小公倍数. 如果两个数互素, 那么它们的乘积就是它们的最小公倍数.

1.2 分数

【分数】 把一个总体平均分成若干份之后, 其中的 1 份或若干份可以用分数表示.

说明: (1) 两个正整数 p 、 q 相除, 可以用分数 $\frac{p}{q}$ 表示. 即 $p \div q = \frac{p}{q}$, 其中 p 为分子, q 为分母.

(2) 特别地, 当 $q = 1$ 时, $\frac{p}{q} = p$, 我们可以把正整数看成是特殊的分数.

【分数的基本性质】 分数的分子和分母都乘以或除以同一个不为零的数, 所得的分数与原分数的大小相等. 即 $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div n}{b \div n}$ ($b \neq 0, k \neq 0, n \neq 0$).

【最简分数】 分子和分母互素的分数叫做最简分数.

【约分】 把一个分数的分子与分母的公因数约去的过程称为约分.

说明: 将一个分数的分子与分母分别除以它们的最大公约数, 或不断的约分直到分子、分母互素为止可以将这个分数化成最简分数.

【通分】 将异分母的分数分别化成与原分数大小相等的同分母的 fractions 的过程叫做通分.



【真分数】 分子比分母小的分数叫做真分数.

【假分数】 分子大于或者等于分母的分数叫做假分数.

说明: 假分数 $\geq 1 >$ 真分数.

【带分数】 一个正整数与一个真分数相加所成的数叫做带分数.

说明: 带分数其实是假分数的另一种表示形式, 用带分数可以迅速估计分数值的大小, 而且方便在数轴上快速标出相应的点.

【倒数】 1 除以一个不为零的数得到的商叫做这个数的倒数.

说明: 零没有倒数. a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$, $\frac{p}{q}$ 的倒数是 $\frac{q}{p}$ ($p \neq 0, q \neq 0$).

0). 互为倒数的两个数的乘积为 1.

【循环小数】 一个小数从小数部分的某一位起, 一个数字或者几个数字依次不断地重复出现, 这个小数叫做循环小数.

说明: 循环小数分纯循环小数(如 $0.\dot{3}$, $1.\dot{5}$ 等)和混循环小数($0.\dot{1}\dot{2}$, $3.\dot{2}314$ 等). 一个最简分数, 如果分母中只含有素因数 2 或 5, 再无其他的素因数, 那么这个分数可以化成有限小数, 否则就不能化成有限小数. 对于一个分数来说, 它总可以化为有限小数或循环小数, 反之, 有限小数和循环小数也总可以化为分数.

例 6 将 $0.\dot{7}$, $0.\dot{2}\dot{3}$, $0.\dot{7}9\dot{2}$ 化成分数.

分析 为了能消去循环部分, 所以考虑对原来的数扩大相应的倍数利用错位相消法.

解 设 $x = 0.\dot{7}$, 那么 $10x = 7.\dot{7}$. 而 $7.\dot{7} = 7 + 0.\dot{7}$, 所以 $10x = 7 + x$. 解得 $x = \frac{7}{9}$. 所以, $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$.

设 $y = 0.\dot{2}\dot{3}$, 那么 $100y = 23.\dot{2}\dot{3}$. 而 $23.\dot{2}\dot{3} = 23 + 0.\dot{2}\dot{3}$, 所以 $100y = 23 + y$. 解得 $y = \frac{23}{99}$. 所以, $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$.

设 $z = 0.\dot{7}9\dot{2}$, 那么 $1\ 000z = 792.\dot{7}9\dot{2}$. 而 $792.\dot{7}9\dot{2} = 792 + 0.\dot{7}9\dot{2}$, 所以 $1\ 000z = 792 + z$, 解得 $z = \frac{792}{999}$.

例 7 将 $0.\dot{6}\dot{5}$, $0.130\dot{7}$ 化成分数.

解 设 $x = 0.\dot{6}\dot{5}$, 那么 $10x = 6.\dot{5}$, 而 $6.\dot{5} = 6 + 0.\dot{5}$, 所以 $10x = 6 + x$,





解得 $x = \frac{5}{9}$, 又因为 $0.6\dot{5} = 0.6 + 0.0\dot{5} = \frac{6+x}{10}$, 所以 $6.\dot{5} = \frac{59}{90}$. 同理可得

$$0.130\dot{7} = \frac{1306}{9990}.$$

评注 将循环小数化成分数的方法具有一定的规律可以总结. 对于纯循环小数, 循环节有几位, 就在分母上添几个 9, 并将循环节添在分子上. 对于混循环小数, 循环节有几位, 就在分母上先添几个 9, 小数部分不循环的小数有几位, 就在 9 后面添几个 0, 分子用所有的小数部分减去非循环节的小数部分.

【循环节】 一个循环小数的小数部分中依次不断地重复出现的第一个最少的数字组, 叫做这个循环小数的循环节.

说明: $\frac{3}{22}$ 化成小数结果是 $0.1363636\dots$, 重复出现的第一个最少的数字组是 36 就是这个循环小数的循环节. 为了书写简便, 小数的循环部分只写出第一个循环节, 在这个循环节的首位和末位上面各记一个圆点, 写作 $0.13\dot{6}$, 即 $\frac{3}{22} = 0.13\dot{6}$.

【分数的大小比较】 分数的大小比较反映在数轴上左面的点所表示的数小于右面的点所表示的数.

说明: (1) 对于比较两个同分母的正分数, 如 $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ 的大小, 只需要比较分子的大小, 分子大的分数就大, 所以 $\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$.

(2) 对于比较两个异分母的正分数, 如 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{4}$ 的大小, 要先通分化为同分母分数, 再按照同分母分数大小比较的方法进行. 因为 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ 且 $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ 所以 $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

1.3 比和比例

【比】 a 、 b 是两个数或两个同类的量, 为了把 b 和 a 相比较, 将 a 与 b 相除叫做 a 与 b 的比, 记作 $a:b$, 或写成 $\frac{a}{b}$, 其中 $b \neq 0$; 读作 a 比 b , 或 a 与 b 的比. a 叫做比的前项, b 叫做比的后项.

【比值】 比的前项 a 除以后项 b 的商叫做比值.

说明: 求两个同类量的比值时, 如果单位不同, 必须把这两个量化成相同