随机系统的参数辨识与稳定性

Parameter Identification and Stability of Stochastic Systems

曹显兵 著

世界图书出版公司

随机系统的参数辨识与稳定性

曹显兵 著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

Parameter Identification and Stability of Stochastic Systems

Cao Xianbing

World Publishing Corporation

图书在版编目（CIP）数据

随机系统的参数辨识与稳定性 / 曹显兵编著. —北京：世界图书出版公司北京公司，2003.5
ISBN 7－5062－5907－9

Ⅰ. 随...　Ⅱ. 曹...　Ⅲ. 随机系统　Ⅳ. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 038310 号

随机系统的参数辨识与稳定性

编　　著：曹显兵
责任编辑：罗杨为
封面设计：滕晓娜

出　　版：世界图书出版公司北京公司
发　　行：世界图书出版公司北京公司
（北京朝内大街 137 号　邮编 100010　电话 62116800）
销　　售：各地新华书店
印　　刷：廊坊人民印刷厂

开　　本：850×1168 毫米　1/32
印　　张：6.125
字　　数：160 千字
版　　次：2003 年 5 月第 1 版　2003 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 7-5062-5907-9/TP・80　定价：22.00 元（精装）

服务热线　010—62198078

内容提要

本书主要是根据作者近几年的研究成果而写成的.全书共分六章,前两章介绍了时间序列分析和概率论中的一些基础知识,后四章严谨地论述了基于适应镇定的离散随机系统的参数辨识、闭环系统的稳定性以及不稳定系统的状态发散率.

本书适合于从事随机控制理论、信号处理、概率论、时间序列分析以及金融数学等专业的研究生、教师和科研人员参考.

Abstract

This book is mainly based on the author's own research work in recent years. Following some preparatory material in chapter 1 and 2 the book presents a mathematically rigorous and self-contained description of parameter identification based on adaptive stabilization for discrete-time stochastic systems, stability of closed-loop systems and divergence rate of state of unstable systems.

The book is designed for graduate students, teachers and researchers in the fields of stochastic control theory, signal processing, probability theory, time series analysis and finance mathematics.

前　言

随机系统广泛存在于客观世界中. 随机系统是指一个系统在运行过程中将受到各种随机因素的干扰以及对系统的输入、输出量测时存在随机误差. 这样的系统在航空、航海、工业过程和证券股票等领域普遍存在.

随机系统的适应控制理论是一个非常有吸引力的研究领域. 自上世纪七十年代以来,在系统辨识、参数估计以及系统稳定性方面均获得了重大进展. 例如对基于随机梯度算法的离散时间线性随机系统的适应控制,陈翰馥、P. E. Caines 采用"小激励"法使参数估计收敛到真值,并使控制精度任意地接近最优;对基于最小二乘算法的离散时间线性随机系统的适应控制,陈翰馥、郭雷用"衰减激励"法成功解决了既使性能指标最优,又使参数估计收敛到真值的适应控制问题,而且通过建立 *Åström-Wittenmark* 自校正调节器的对数律,郭雷进一步得到了参数估计的精确收敛速度.

虽然上述外加激励信号的办法成功地解决了许多随机适应控制问题,但有的系统不一定允许外加激励信号,而且外加激励信号将改变系统的瞬态行为,因此有必要研究不外加任何激励信号的适应控制、参数辨识和与此密切相关的稳定性等问题.这正是本书的主要目的.

本书的主要结果是作者在中国科学院数学与系统科学研究院系统科学所攻读博士学位期间取得的.在此作者谨向辛勤指导他的导师,中国自动化学会理事长,中国科学院院士陈翰馥研究员表示衷心的感谢和崇高的敬意;同时要向所里的其他几位老师:郭雷院士、张纪峰研究员和方海涛研究员表示衷心感谢.

由于时间仓促,加之作者水平有限,书中错误和不妥之处,恳请读者批评指正.

曹显兵

2002 年 12 月于北京

目　录

绪 论

一、ARMA 系统辨识

系统控制中常用 ARMAX(英文)模型，它的特殊形式是 ARMA 系统，这是由随机差分方程表示的系统：

$$A(z)y_k = C(z)w_k. \tag{1}$$

其中 y_k 为输出，w_k 为噪声，$A(z)$，$C(z)$ 为后移算子 $z(zy_k = y_{k-1})$ 的多项式，

$$\begin{aligned} A(z) &= 1 + a_1 z + \cdots + a_p z^p,\ a_p \neq 0, \\ C(z) &= 1 + c_1 z + \cdots + c_r z^r,\ c_r \neq 0. \end{aligned} \tag{2}$$

上一个世纪，有大量的文献讨论 ARMA 系统的未知系数和阶的辨识，建立了许多有效实用的方法(见[1-13])．例如确定系统的阶(p，r)有 AIC 准则，即赤池信息准则，BIC 准则，即 Bayes 信息准则等．这些方法后来得到了 E. J. Hannan、J. Rissanen 等的进一步完善(见[9-10]，[12-13])．未知参数的估计有基于 Yule-Walker 方程的矩估计，极大似然估计，最小二乘估计以及 Hannan、Rissanen(见[10])的三步法等．所有这

些方法都要求系统(1)满足下列通常条件：

A1) $A(z)$ 和 $C(z)$ 互质；

A2) $A(z)\neq 0$, $C(z)\neq 0$, $\forall\, |z|\leqslant 1$；

A3) $\{w_k\}$ 为白噪声.

上一个世纪的最后十多年，众多学者做了大量的努力来放松对系统开环稳定的条件：$A(z)\neq 0$, $|z|\leqslant 1$(参见[14-22]). 对特殊的情形，即当 $C(z)=1$ 时的 AR 系统得到了理想的结果，如 Lai, Wei(见[19], 1983)得到了不稳定的 AR 系统未知参数的最小二乘估计是强一致的；Zhang(见[21], 1996)不仅得到了强一致估计，而且获得了其收敛率为 $\|\theta_n-\theta\|^2=O(\frac{\log\log n}{n})$ a. s. 但对一般的情形，即当 $C(z)\neq 1$ 的 ARMA 系统，问题要困难得多. 到目前虽然也得到了不少结果(见[14], [17-18], [21])，但还远没有彻底解决. 例如 An 在[14]中得到了有不稳定单位根的 ARMA 系统的未知参数的强一致估计，但要假设 $A(z)$ 在单位圆上的根全为单重根，且在辨识之前要能将 $A(z)$ 分解成下列形式：

$$A(z)=G(z)F(z),$$

其中 $G(Z)$ 稳定，即根全在单位圆外，而 $F(z)$ 的根全在单位圆上. 虽然这个结果有很好的理论意义，但在实际

应用中是不方便的. 同时 An 在[11] 中指出，即使只把“单根”的条件去掉仍是一个开问题. 另外，对于不稳定的 AR 系统和不稳定的 ARMA 系统未知系数的估计一般使用最小二乘估计，而基于 Yule-Walker 方程的矩估计不再适应. 因此，理想的便于应用的模型还是满足通常条件的 ARMA 系统.

二、适应镇定方法

自适应控制是指在系统工作过程中，对系统的未知因素不断地进行估计，根据估计结果随时修正控制作用，使系统运行于最优或接近于最优工作状态. 自适应控制也是一种反馈控制，但工作和分析起来却比较困难，因为往往隐于一种循环状态：对不确定因素(如未知系数)估计不好，控制效果一般也不会好，例如闭环不稳定；另一方面，系统不稳定，往往又估计不好系统的不确定性. 经过四十多年的发展，自适应控制无论在理论上还是在应用上都取得了巨大的进展，其内容也越来越丰富，主要有自校正控制，模型参考自适应控制，变结构自适应控制等等(见[23 — 50]). 由瑞典学者 K. J. Åström, B. Wittenmark 在 1973 年首先提出的自校正控制(见[35])主要适用于离散随机系统.

离散随机控制系统，常用 ARMAX 模型来描述：

$$A(z)y_k = B(z)u_k + C(z)w_k, \tag{3}$$

其中 y_k 为输出，u_k 为输入，w_k 为噪声，$A(z)$，$B(z)$，$C(z)$ 为后移算子 z 的多项式：

$$A(z) = 1 + a_1 z + \cdots + a_p z^p,$$

$$B(z) = b_1 z + b_1 z^2 + \cdots + b_q z^q,$$

$$C(z) = 1 + c_1 z + \cdots + c_r z^r, \quad zy_{i-1} = y_i.$$

对于上述系统的适应控制是如何根据系统输入、输出数据适时地递推估计未知参数，同时在线地给出反馈控制，使系统输出满足某个性能指标，例如跟踪一个有界确定性的参考信号，使得平均跟踪误差渐近达到极小，或使闭系统具有某种稳定性.

对基于随机梯度算法的适应控制，陈翰馥、P. E. Caines 在[36-37]中采用“小激励”法使参数估计收敛到真值，并使控制精度任意地接近最优. 对基于最小二乘算法的适应控制，陈翰馥、郭雷用“衰减激励”法成功解决了既使性能指标最优，又使估计收敛到真值的适应控制问题([36-51]).

虽然外加激励信号的办法成功地解决了许多适应控制问题，但有的系统不一定允许外加激励信号. 对一个系统来说，不仅稳态性质重要，而且瞬态性质也很重要. 因此需要研究不用任何外来激励信号得到系统的未知参

数辨识并保持闭环系统的某种稳定性，这正是本书要研究的问题之一，和这个问题密切相关的是系统稳定性的判别等，这也是本书要研究的.

三、本书的安排：

本书的前两章是一些预备知识的介绍，后四章是主要内容. 即第一、二章分别介绍了时间序列分析和概率极限理论中的一些基础知识.

第三章研究了适应镇定的一维随机系统的稳定性. ARMAX 系统(3) 经过适应镇定后导致闭环系统(1) 在下列均方意义下是稳定的：

$$\limsup_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y_k^2<\infty. \tag{4}$$

但此时并不清楚闭环系统在传统意义下是否稳定，即 $A(z)$ 的根是否全在单位圆外. 本章证明了只要噪声满足一定的矩条件，那么闭环系统在均方意义下的稳定性就蕴涵着稳定性.

第四章研究了不用任何外来激励信号的 ARMAX 系统的辨识. 在 ARMAX 系统(3) 中，$A(z)$，$B(z)$ 可能不稳定，而且不外加激励信号. 我们首先用加权最小二乘(WLS) 来估计系统未知参数，然后设计一个恰当的反馈控制器镇定系统，并使闭环系统满足 ARMA 系统的通常

条件：A1)、A2) 和 A3). 从而由时间序列分析中的 Yule-Walker 方程矩方法得到闭环系统参数的一致估计. 由于前面的 WLS 估计并不一定收敛到真参数值，因此我们再设法利用闭环系统的估计去求得开环系统的一致估计.

第五章将第一部分的结果推广到多维情况. 当噪声满足一定矩条件时，证明了系统均方意义下稳定等价于稳定.

第六章利用概率论中的极限理论对系统噪声序列的加权和进行阶的估计，然后给出噪声为鞅差序列的不稳定 AR 系统的状态发散率.

第一章　时间序列分析简介

§1.1　时间序列的基本概念

时间序列是指被观测到的依时间次序排列的数据序列. 从概率论角度看，它是一类特殊的随机过程，即离散时间的随机过程. 平稳时间序列，又简称平稳序列是一类最重要的时间序列.

定义 1.1.1　时间序列$\{x_t\}$称为严平稳的，如果对任何正整数m和整数$t_1 < t_2 < \cdots < t_m$，此序列中的随机变量$x_{t_1+s}, x_{t_2+s}, \cdots, x_{t_m+s}$的联合分布与整数$s$无关，即

$$F(z_1, z_2, \cdots, z_m; t_1+s, t_2+s, \cdots, t_m+s)$$
$$= F(z_1, z_2, \cdots, z_m; t_1, t_2, \cdots, t_m),$$

其中$F(z_1, z_2, \cdots, z_m; t_1, t_2, \cdots, t_m)$，$F(z_1, z_2, \cdots, z_m; t_1+s, t_2+s, \cdots, t_m+s)$分别表示随机向量$(x_{t_1}, x_{t_2}, \cdots, x_{t_m})$与$(x_{t_1+s}, x_{t_1+s}, \cdots, x_{t_m+s})$的联合分布函数.

定义 1.1.2　时间序列$\{x_t\}$称为宽平稳的，如果x_t