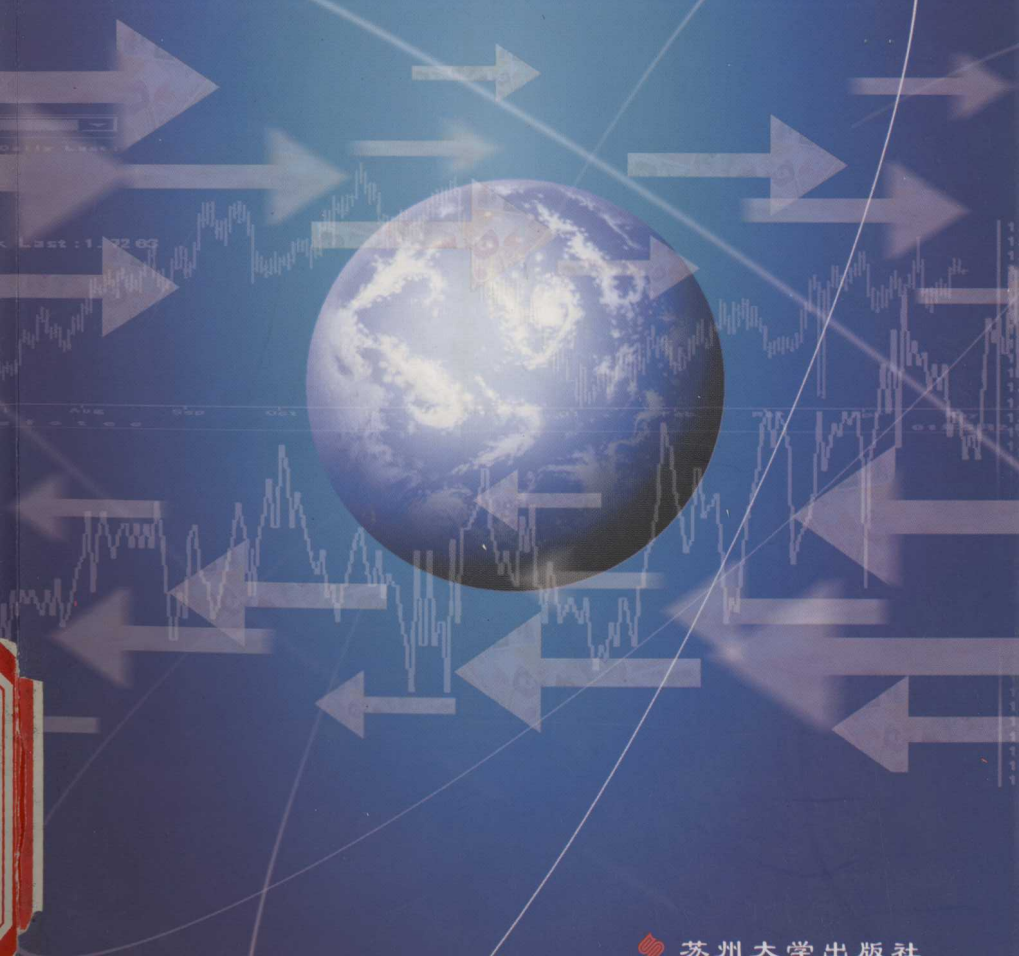


# 数 学 文 化

SHUXUE WENHUA

朱汉林 编著

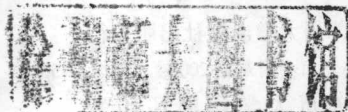


01-0/91

1433292

# 数 学 文 化

朱汉林 编著



22850917

苏州大学出版社

263-3292

图书在版编目(CIP)数据

数学文化/朱汉林编著. —苏州:苏州大学出版社,  
2002.12

ISBN 7-81090-040-4

I. 数… II. 朱… III. 数学—文化 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 006737 号

数 学 文 化

朱汉林 编著

责任编辑 秦 淦

---

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市干将东路 200 号 邮编:215021)

苏州大学印刷厂印装

(地址:苏州市干将东路 198 号 邮编:215021)

---

开本 850 × 1168 1/32 印张 7 字数 170 千

2002 年 12 月第 1 版 2002 年 12 月第 1 次印刷

印数 1 - 1600 册

ISBN 7-80190-040-4/O·3(课) 定价:11.00 元

---

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换

曾担任过美国数学会 (AMS) 主席的威尔德 (1896 ~ 1982) 本身是一位数学家, 然而由于他对人类学的兴趣, 使他能够把人类学应用到数学上去. 他在 1950 年国际数学家会议上发表过“数学的文化基础”的讲演, 1981 年他出版了著作《数学, 一种文化体系》. 威尔德认为: 每一种文化都有它自己的数学; 数学知识是一种不断进步的文化体系; 数学活动就其性质来说是社会性的; 数学家是社会成员, 他们研究的是某种潜在的数学文化认为是重要的问题, 也就是说存在着某种文化力量在促使人们去解决那些问题. 威尔德关于数学是一种文化体系的观点, 被学者们评论为是长期以来出现的第一个成熟的数学哲学观.<sup>①</sup>

《辞海》把文化界定为“从广义上来说, 指人类在社会历史实践过程中所创造的物质财富和精神财富的总和, 从狭义上来说, 指社会意识形态, 以及与之相适应的制度和组织机构.” 英国人类学家泰勒认为, “文化是人类以社会成员的身份习得的复合性整体, 包括知识、信仰、艺术、法律、道德、习俗及其他一切能力和习惯”<sup>②</sup>. 当代美国著名人类学家莱斯莉·A·怀特在《文

① 参见《数学译林》第 7 卷, 第 3 期, 1988, 第 247 ~ 254 页.

② 汪秉彝, 吕传汉, 再论跨文化数学教育, 《数学教育学报》第 8 卷, 第 2 期, 1999.

化科学》一书中明确写道：“整个数学，以及它的全部‘真理’和‘实在性’都是人类文化的一个部分，仅此而已。”“数学无疑是整个文化洪流中的一条小溪。它不同程度地影响着每个人，个人则根据各自的素质对它作出反应。数学就是人对数学文化的生理心理的反应。”<sup>①</sup>美国《科学》杂志主编哈蒙德把数学称为“看不见的文化”。数学是人类在探索大自然时对数量关系和空间形式的总结，但大自然在这方面蕴藏着无限深奥的美，因此数学发展的动力除来自生产实践外，还来自人类对美的探索 and 追求，从而使数学具有科学和文化的双重特性。

1995年以来，我国高等学校逐步开展加强大学生文化素质的教育工作。几年来的实践表明：开展大学生文化素质教育，有利于全面贯彻党的教育方针，是高等学校加强素质教育、深化人才培养模式改革的一个重要切入点，同时也顺应时代潮流和世界高等教育改革与发展的趋势。1996年面世的联合国教科文组织教育丛书之一《教育——财富蕴藏其中》中指出：“专业化学习，哪怕是未来的研究人员的专业化学习也不应排斥对普通文化知识的学习。‘今天，一个真正受到全面培养的人需要有广泛的普通文化知识并有机会深入地学习研究少量的学科。在整个教育过程中，应该促进这两方面同时发展。’因为普通文化教育使受教育者能接触到其他语言和知识，首先就有助于交往。专家封闭在自己的学科中，可能对他人所为不感兴趣。不管在什么情况下，他都会感到难以与人合作。另一方面，文化教育作为超越时间和空间将各个社会联系起来的纽带，势必会使受教育者了解到其他领域的知识，从而有助于充分发挥各学科之间的协同作用。特别是

---

<sup>①</sup> 曹锦清等译，《文化科学》，浙江人民出版社，1988，第273页。着重号为作者所加。

在研究方面，某些知识的重大进展就是在各学科的交叉领域中产生的。”<sup>①</sup>

马克思曾经说过，一门科学只有当它达到了能够成功地运用数学时，才算真正发展了。爱因斯坦在“论科学”一文中也曾说过：“……这个世界可以由音乐的音符组成，也可以由数学的公式组成。我们试图创造合理的世界图像，使我们在那里就像感到在家里一样，并且可以获得我们在日常生活中不能达到的安定。”<sup>②</sup>众所周知，随着社会的发展、科学技术的进步，以及数学自身的不断发展，数学在人类社会文化中的地位和作用显得越来越重要。正如对计算机的发展作出过重大贡献的冯·诺伊曼所言，数学处于人类智能的中心领域。由于数学是一门研究“量”的科学，它不断在总结和积累各种量的规律性，因而必然成为人们认识世界的有力工具。事实上，当今在自然科学方面，数学除了在力学、物理学和工程研究方面继续发挥作用外，在生物科学各分支的成功应用尤其突出；在社会科学方面，数学已在历史学、语言学、心理学、经济学、社会学等领域大显身手。<sup>③</sup>因此，当今在国内外数学教育改革中，越来越受到重视的一个观念是：“数学是人类的一种文化，它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。”<sup>④</sup>

---

① 联合国教科文组织教育丛书：《教育——财富蕴藏其中》，教育科学出版社，1988，第77页。

② 引自《爱因斯坦文集》第一卷，商务印书馆，1983，第284～286页。

③ 邓东皋，孙小礼，张祖贵《数学与文化》，北京大学出版社，1990。

④ 中华人民共和国教育部制订《全日制义务教育数学课程标准》（实验稿），北师大出版社，2001，第2页。



近十年来,笔者在教学与研究过程中,注意不断学习并积累了一些涉及数学文化内容的资料.由于开设数学文化课程具有一定的尝试性,因此,笔者选择了一些自己相对比较熟悉与曾研究过的某些内容,在原撰写的且已经过三轮教学使用过的讲义的基础上,反复修订编著成书,作为开课教材使用.这些内容包括:数文化与图形文化;祖冲之与圆周率;沈括及其数学成就;西方数学文化的东渐;中国传统数学文化的对外影响概述;数学猜想趣谈;数学美漫谈;中外数学教育文化漫谈;数学文化在人文科学中的应用;奥林匹克数学文化概述;数学方法论概述等.数学文化课程开设的目的,就是希望通过本课程的教学,提高学习者的数学文化素养,进而能对他们的专业学习与研究乃至于毕业后的工作与生活等方面有所启迪与助益.

本书在编著出版过程中,得到苏州大学教务处和数学科学学院的大力支持;苏州大学出版社为本书以较高质量出版,做了大量的工作,在此一并表示衷心的感谢.

撰写大学生文化素质教育课程开设的数学文化教材,无疑是一项需不断实践与研究的工作.由于笔者水平所限,该书中难免存在缺点和错误,恳望读者指正.

朱汉林

2002年11月

## 1 数文化

- 1.1 数概念的形成与进位制 ..... (1)
- 1.2 数字神秘主义 ..... (7)
- 1.3 数文化趣闻逸事选介 ..... (30)

## 2 图形文化

- 2.1 几何学的起源 ..... (38)
- 2.2 欧几里得与《几何原本》 ..... (42)
- 2.3 《周髀算经》、《九章算术》及勾股定理 ..... (46)
- 2.4 尺规作图与几何三大问题 ..... (49)
- 2.5 图形文化在社会生活中的应用 ..... (53)
- 2.6 搞好几何教学, 普及图形文化 ..... (56)

## 3 祖冲之与圆周率

- 3.1 祖冲之与圆周率 ..... (59)
- 3.2 圆周率的其他算法简述 ..... (66)
- 3.3 为什么要把  $\pi$  计算到几十亿位 ..... (68)

## 4 沈括及其数学成就

- 4.1 沈括与《梦溪笔谈》 ..... (70)



|     |                         |       |
|-----|-------------------------|-------|
| 4.2 | 沈括的数学成就 .....           | (71)  |
| 5   | 西方数学文化的东渐               |       |
| 5.1 | 西学东渐的开山之作——《几何原本》 ..... | (75)  |
| 5.2 | 利玛窦是中西文化交流史上的杰出人物 ..... | (85)  |
| 5.3 | 西方数学文化东渐的其他情况略述 .....   | (86)  |
| 6   | 中国传统数学文化的对外影响概述         |       |
| 6.1 | 一张相当可观的清单 .....         | (90)  |
| 6.2 | 《易经》与二进制 .....          | (92)  |
| 7   | 数学猜想趣谈                  |       |
| 7.1 | 猜想的慢镜头 .....            | (101) |
| 7.2 | 哥德巴赫猜想简介 .....          | (105) |
| 7.3 | 对称数字猜想 .....            | (111) |
| 7.4 | 数字“黑洞”猜想 .....          | (113) |
| 7.5 | 费马大定理简述 .....           | (115) |
| 7.6 | 自然数中奥秘无穷 .....          | (116) |
| 8   | 数学美漫谈                   |       |
| 8.1 | 科学家论数学美 .....           | (121) |
| 8.2 | 数学美的若干特征 .....          | (122) |
| 8.3 | 黄金分割 .....              | (139) |
| 8.4 | 奇妙的分形 .....             | (144) |
| 9   | 中外数学教育文化漫谈              |       |
| 9.1 | 中外数学教育史略述 .....         | (147) |
| 9.2 | 传统的中学数学教学必须改革的原因 .....  | (149) |
| 9.3 | 当代国内外中学数学教育改革漫谈 .....   | (150) |

|           |                       |              |
|-----------|-----------------------|--------------|
| 9.4       | 运用脑科学理论指导数学教育改革 ..... | (155)        |
| <b>10</b> | <b>数学文化在人文科学中的应用</b>  |              |
| 10.1      | 数学与文学研究 .....         | (164)        |
| 10.2      | 数学与历史学研究 .....        | (172)        |
| 10.3      | 考古学中的古文字破译 .....      | (175)        |
| <b>11</b> | <b>奥林匹克数学文化概述</b>     |              |
| 11.1      | 国际数学奥林匹克 .....        | (177)        |
| 11.2      | 我国的数学竞赛 .....         | (183)        |
| 11.3      | 奥林匹克数学及其教育价值 .....    | (188)        |
| <b>12</b> | <b>数学方法论概述</b>        |              |
| 12.1      | 什么是数学方法论 .....        | (191)        |
| 12.2      | 数学方法论所处的理论层次框图 .....  | (191)        |
| 12.3      | 有关概念简介 .....          | (192)        |
| 12.4      | 科学方法论发展的历史线索简介 .....  | (194)        |
| 12.5      | 数学人才成才规律初探及其启示 .....  | (196)        |
|           | <b>主要参考文献 .....</b>   | <b>(212)</b> |

## 1 数文化

什么是数学？

公元前4世纪的希腊哲学家亚里士多德将数学定义为：数学是量的科学。

19世纪，根据恩格斯在《反杜林论》中的论述，数学可定义为：数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的科学。

20世纪中叶，苏联数学家亚历山大洛夫等在《数学——它的内容、方法和意义》中写道：现代数学就是各种量之间的可能的，一般说是各种变化着的量的关系和相互联系的数学。

从20世纪80年代开始，又出现了对数学定义作符合时代的修正的新尝试。主要是一批美国学者，将数学简单地定义为数学是关于“模式”（pattern）的科学：

“‘数学’这个领域已被称作模式的科学（science of pattern），其目的是要揭示人们从自然界和数学本身的抽象世界中所观察到的结构和对称性。”<sup>①</sup>

综上所述，我们可以看到：数学本身是一个历史的概念，数学的内涵是随着时代的变化而变化的。因此，我们认为：数文化与图形文化是数学文化中最重要基础。本讲及下一讲，我们分别讨论数文化与图形文化。

### 1.1 数概念的形成与进位制

---

<sup>①</sup> 参见：[美]美国国家研究委员会编《振兴美国数学——90年代的计划》，叶其孝等译，世界图书出版公司，1993。

## 1. 数觉与数概念的形成

动物学家通过观测后认为，许多鸟类是具有数觉的。其中，一个令人信服的例子是：

有个田主决心要打死一只在他庄园的望楼里筑巢的乌鸦。他试了好多次想惊动它，始终没有成功：因为人一走近，乌鸦就离开了巢，飞走了。它栖在远远的树上守着，等到人离开了望楼，才肯飞回巢去。有一天，这田主定下了一个计策：两个人走进望楼，一个留着，一个出来走开了。但是乌鸦并不上当：它老等着，直到留在望楼里的人也走了出来才罢。这个试验一连做了几天：两个人，三个人，四个人，都没有成功。末了，用了五个人：也像以前一样，先都进了望楼，留一个在里面，其他四人走出来，离开了。这次乌鸦却数不清了；它不能辨别四与五，马上就飞回巢里去了。<sup>①</sup>

人类在蒙昧时代就已具有识别事物多寡的能力，从这种原始的“数觉”到抽象的“数”概念的形成，是一个缓慢的、渐进的过程，原始人在采集、狩猎等生产活动中首先注意到一只羊与许多羊、一头狼与整群狼在数量上的差异。通过一只羊与许多羊、一头狼与整群狼的比较，就逐渐看到一只羊、一头狼、一条鱼、一棵树之间存在着某种共通的东西，即它们的单位性。同样，人们会注意到其他特定的物群。例如成双的事物，相互间也可以构成一一对应。这种为一定物群所共有的抽象性质，就是数。数概念的形成可能与火的使用一样古老，大约是在 30 万年以前，它对于人类文明进步的意义也决不亚于火的使用。

---

<sup>①</sup> [美] T. 丹齐克，《数，科学的语言》，苏仲湘译，商务印书馆，1985，第 2 页。

## 2. 记数与进制

当对数的认识变得越来越明确时，人们感到有必要以某种方式来表达事物的这一属性，于是产生了记数，而记数是伴随着计数的发展而发展的。最早可能是用手指计数，一只手上的五个指头可以被现成地用来表示五个以内事物的集合。两只手上的指头合在一起，不超过 10 个元素的集合就有办法表示。正如亚里士多德早就指出的那样，今天十进制的广泛采用，只不过是我们绝大多数人生来具有 10 个手指这样一个解剖学事实的结果。因此，虽然在历史上手指计数即用 5 或 10 的计数实践比二或三的计数出现得晚，但五进制和十进制却几乎一律取代了二进制、三进制等。这也正如 T. 丹齐克在《数，科学的语言》一书中所阐述的：

从文化史的观点来看，改变数制的基底，即使可行，也是极不受欢迎的。只要人类一直用十来计数，他的十个手指就一直会使他意识到，他的精神生活的这一最重要方面，也起源于人类自身。因此，就让十进制作为下述名言的话的见证而永存下去吧：人是万物的尺度（古希腊 Protagoras 语）。①

当手指不够运用时，就出现了石子记数等，以便表示同更多的集合元素的对应。拉丁文 calculus 原来是小石子的意思，因为人们用小石子来计算，所以“计算”、“演算”也叫做 calculus。这字眼现在在英文里是微积分的简称，同时还保留着“结石”的含义。② 但记数的石子堆很难长久保存信息，于是又有结绳记数和刻痕记数。中国古代文献《周易·系辞下》有“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契”③之说。“结绳而治”即结绳记事或结绳记数，“书契”就是刻划符号。

---

① [美] T. 丹齐克，苏仲湘译，《数，科学的语言》，第 14~15 页。

② 梁宗巨：《数学历史典故》，辽宁教育出版社，1995，第 71~72 页。

③ 《十三经注疏》，中华书局，1982，第 87 页。

经历了数万年的发展，直到大约五千多年前，终于出现了书写记数以及相应的记数系统。以下按时代顺序列举世界上几种古老文明的早期记数系统<sup>①</sup>：

古埃及的象形数字（公元前 3400 年左右）：

|    |    |    |    |    |     |     |      |        |    |
|----|----|----|----|----|-----|-----|------|--------|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | 7   | 8    | 9      | 10 |
| 11 | 12 | 20 | 40 | 70 | 100 | 200 | 1000 | 10 000 |    |

巴比伦楔形数字（公元前 2400 年左右）：

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |     |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |
| 11 | 12 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 120 | 130 |

中国甲骨文数字（公元前 1600 年左右）：

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |      |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 | 1000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|------|

希腊阿提卡数字（公元前 500 年左右）：

<sup>①</sup> 李文林：《数学史教程》，高等教育出版社，施普林格出版社，2000，第 13~14 页。



|    |     |     |      |    |     |    |    |     |    |
|----|-----|-----|------|----|-----|----|----|-----|----|
| I  | II  | III | IIII | 𐤁  | 𐤂   | 𐤃  | 𐤄  | 𐤅   | 𐤆  |
| 1  | 2   | 3   | 4    | 5  | 6   | 7  | 8  | 9   | 10 |
| △I | △II | △𐤁  | △𐤂   | △△ | △△△ | 𐤆  | 𐤆△ | 𐤆△△ |    |
| 11 | 12  | 15  | 16   | 20 | 30  | 50 | 60 | 70  |    |

中国筹算数码 (公元前 500 年左右):

|    |   |    |     |      |   |   |   |   |   |
|----|---|----|-----|------|---|---|---|---|---|
| 纵式 | I | II | III | IIII | 𐤁 | 𐤂 | 𐤃 | 𐤄 | 𐤅 |
| 横式 | — | =  | ≡   | ≡    | ≡ | ⊥ | ⊥ | ≡ | ≡ |
|    | 1 | 2  | 3   | 4    | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

印度婆罗门数字 (公元前 300 年左右):

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| — | = | ≡ | 𐤁 | 𐤂 | 𐤃 | 𐤄 | 𐤅 | 𐤆 | 𐤇  | 𐤈  | 𐤉  | 𐤊  | 𐤋  |    |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |

玛雅数字 (?)

|    |    |     |      |      |      |     |     |      |  |
|----|----|-----|------|------|------|-----|-----|------|--|
| •  | •• | ••• | •••• | —    | •    | ••  | ••• | •••• |  |
| 1  | 2  | 3   | 4    | 5    | 6    | 7   | 8   | 9    |  |
| —  | •  | ••  | •••  | •••• | •••• | —   | •   |      |  |
| 10 | 20 | 40  | 60   | 80   | 100  | 120 |     |      |  |

其中除了巴比伦楔形数字采用六十进制、玛雅数字采用二十进制外,其他均为十进制数系。记数系的出现使数与数之间的书写运算成为可能,在此基础上初等算术便在几个古老的文明地区发展起来。

## 印 - 欧语系中所示数字的极端稳定性

|      | 梵文       | 古代希腊文  | 拉丁文     | 德文      | 英文       | 法文     | 俄文      |
|------|----------|--------|---------|---------|----------|--------|---------|
| 1    | eka      | en     | unus    | eins    | one      | un     | odyn    |
| 2    | dva      | duo    | duo     | zwei    | two      | deux   | dva     |
| 3    | tri      | tri    | tres    | drei    | three    | trois  | tri     |
| 4    | catur    | tetra  | quatuor | vier    | four     | quatre | chetyre |
| 5    | panca    | pente  | quinque | fünf    | five     | cinq   | piat    |
| 6    | sas      | hex    | sex     | sechs   | six      | six    | shest   |
| 7    | sapta    | hepta  | septem  | sieben  | seven    | sept   | sem     |
| 8    | asta     | octo   | octo    | acht    | eight    | huit   | vosem   |
| 9    | nava     | ennea  | novem   | neun    | nine     | neuf   | deviat  |
| 10   | daca     | deca   | decem   | zehn    | ten      | dix    | desiat  |
| 100  | cata     | ecatón | centum  | hundert | hundred  | cent   | sto     |
| 1000 | sehastre | xilia  | mille   | tausend | thousand | mille  | tysiaca |

### 典型的五进制：

#### 新赫布里底群岛的阿皮 (Api) 族语言

|    | 字        | 意义  |
|----|----------|-----|
| 1  | tai      |     |
| 2  | lua      |     |
| 3  | tolu     |     |
| 4  | vari     |     |
| 5  | luna     | 手   |
| 6  | otai     | 另一个 |
| 7  | olua     | 另二个 |
| 8  | otolu    | 另三个 |
| 9  | ovair    | 另四个 |
| 10 | lua luna | 两只手 |

### 典型的二十进制：

#### 中美洲玛雅族语言

|                 |         |            |
|-----------------|---------|------------|
| 1               | hun     | 1          |
| 20              | kal     | 20         |
| 20 <sup>2</sup> | bak     | 400        |
| 20 <sup>3</sup> | pic     | 8,000      |
| 20 <sup>4</sup> | calab   | 160,000    |
| 20 <sup>5</sup> | kinchel | 3,200,000  |
| 20 <sup>6</sup> | alce    | 64,000,000 |

### 典型的二进制：托列斯海峡 (Torres Straits) 西部某部族

|          |                |                      |
|----------|----------------|----------------------|
| 1 urapun | 3 okosa-urapun | 5 okosa-okosa-urapun |
| 2 okosa  | 4 okosa-okosa  | 6 okosa-okosa-okosa  |

关于数码“0”，刘钝的《大哉言数》中指出：零的发现被认为是人类文明史上的一个伟大成就，零的概念和记号是土生土长于中国的筹算系统中的。例如：中国古代数学家在筹算中用空位表示零，如  $\perp \parallel \square \equiv$  表示 8703。由于严格遵循纵横相间的规则布

列或书写，上述筹码不会被误认成 873 或 87003。以空位表示零的方法后来被中国历家所借用。<sup>①</sup>

研究中国古代科技史的英国杰出学者李约瑟，经过周密的考证后，高度评价中国数文化在“0”的创造中所起的重大作用。他认为首先是古代中国创造了十进位值制和用空白显示数的空位的筹算，然后古代印度、南亚等地在这种思想和方法的启示下，才创造出零的数学符号“0”来<sup>②</sup>。钱宝琮主编的《中国数学史》指出，过去西洋数学史家不了解中国古代筹算法，便以为印度包含零号的位值制数码是取法于巴比伦、古希腊的六十进位值制和用字母“O”（omicron）作为表示空位的符号，但是“中国古代的筹算记数法遵从位值制比巴比伦、古希腊的六十进位制更为彻底。如果说印度位值制记数法是间接地取法于巴比伦、古希腊，那末，它的取法中国的筹算制度是更有可能的”<sup>③</sup>。

## 1.2 数字神秘主义

### 1. “万物皆数”

古希腊毕达哥拉斯（Pythagoras）学派信奉“万物皆数”，他们认为，宇宙的所有方面都由数和数的特性统治着。

[美] T. 丹齐克在其所著的《数，科学的语言》中指出：这里所谓数，并非指这个字的现代意义：在这里占据最高统治地位的是自然数，即正整数。但是毕达哥拉斯派的宇宙也不是我们的宇宙，我们的宇宙是超乎直接感觉的、通过现已构成我们日常生活的主要部分的各项发明呈现出来的、包罗万象的、甚至是不可

---

① 刘钝，《大哉言数》，辽宁教育出版社，1995，第100～103页。

② 《人民日报》（海外版），1990年10月25日。

③ 钱宝琮，《中国数学史》，科学出版社，1992，第109页。