振动分析

张 准　汪凤泉　编著

东南大学出版社

ISBN 7-81023-583-4

O · 56 定价: 12.50 元

振 动 分 析

张准　汪凤泉　编著

东南大学出版社

(苏)新登字第 012 号

内 容 简 介

全书共分十一章．内容包括单自由度系统的振动，两个自由度系统的振动，多自由度系统的振动（模态分析），连续系统的振动（精确解、近似解和有限元法），非线性系统的振动（定性分析和数值分析）．书内各章均附有一定数量的例题和习题．

本书可作为高等工科院校有关专业高年级学生和研究生振动分析（机械振动）课程的教材或教学参考书，也可作为从事振动、冲击、噪声教学和研究工作的工程技术人员的参考书．

责任编辑　徐步政

振　动　分　析

张　准　汪凤泉　编著

东南大学出版社出版发行

南京四牌楼 2 号

南京航空学院飞达印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 18.5 字数 464 千字

1991 年 8 月第 1 版　1991 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1–3000 册

ISBN 7–81023–583–4

O·56　　　定价: 12.50 元

前　　言

本书系以我们为研究生、高年级本科生和青年教师讲授振动分析课程而撰写的教材为基础，结合我们近年来的教学经验和科研实践，经过多次修改，不断充实和更新内容而写成的．在内容上，力求反映现代振动分析理论和方法的发展．着重系统阐述基础理论，重视运用数值方法，适当介绍试验模态分析的基本原理．在叙述上，注重理论推导与物理概念相结合．力求思路清晰，深入浅出，便于读者自学并不断提高分析能力．

本书内容以线性系统振动分析的矩阵方法和模态分析为重点，同时也适当介绍了非线性系统振动的定性分析（运动稳定性的基本概念和分析方法）和数值分析．

第一章和第二章为单自由度系统的振动．这部分内容是理论力学中机械振动的扩展．着重讨论固有频率的概念及其计算方法，粘性阻尼系统对谐波激励稳态响应的复数解法和对任意激励的暂态响应及其数值解法．初步介绍了单位脉冲响应函数和频率响应函数及其相互关系．另外，还介绍了振动理论的某些应用．

第三章和第四章为多自由度系统的振动．这部分内容是本书的重点和基础部分，全面系统地讨论了矩阵方法和模态分析法．为便于读者学习和掌握，首先通过两个自由度系统的振动，着重讨论了系统数学模型（空间模型、模态模型和响应模型）的建立．然后重点讨论了模态分析法，简单介绍了几种具有实际意义的阻尼类型和阻尼系统的响应模型．作为数值方法，本章讨论了固有频率和固有振型的矩阵迭代法、模态阻尼系统对任意激励的暂态响应及其数值解法．

第五～七章为连续系统的振动．第五章用模态分析法系统研究

了杆的纵向振动、轴的扭转振动、张紧弦的横向振动和梁的横向振动及均匀截面系统振动的精确解．第六章讨论了非均匀截面系统振动的几种近似解法．第七章介绍了具有广泛实用价值的数值解法——有限元法．

第八～十一章为非线性系统的振动．第八章介绍了运动稳定性的一些基本概念．第九章介绍了无穷小分析和自激振动等．第十章介绍了两种基本的摄动法及非线性系统振动的一些基本特性．第十一章介绍了两种常用的数值解法．

本书第一、二、三、四、五、七章由张准撰写，第六、八、九、十、十一章由汪凤泉撰写，吴慧新参加了本书习题的编写和校正，许生娜、盛灿焜、韩晓林等参加了本书资料、制图和抄写、校对工作．

本书可作为高等工科院校有关专业高年级学生和研究生振动分析（机械振动）课程的教材或教学参考书，也可作为从事振动、冲击、噪声教学和研究工作的广大教师和工程技术人员的参考书．

张　准

汪凤泉

一九九一年三月

目　录

第一章　单自由度系统的振动　自由振动

§1.1　简谐运动

为了引进讨论中需要的一些术语，首先介绍一种最简单的振动形式——简谐运动（simple harmonic vibration），即可用正弦或余弦函数表示的一种运动。

$$y = A\sin\omega t$$

或

$$x = A\cos\omega t$$

简谐运动是一种常见的运动。另外，一般周期运动，周期函数满足 Dirichlet 条件时即可展开成 Fourier 级数，见 §2.6.

简谐运动有三种常用的表示方法。

1.1.1　三角函数表示法

物体作简谐运动时，位移可表为谐波函数

$$x = A\cos\omega t$$

或

$$y = A\sin\omega t \tag{a}$$

函数图象见图 1.1(*a*).

物体振动一次所需要的时间称作周期（period），记作 T，单位是秒（s）。

$$T = 2\pi / \omega \tag{b}$$

物体每秒钟振动的次数称作频率 (frequency)，记作 f，单位是 1 / 秒（s^{-1}) 或赫兹 (Hz)。

$$f = 1 / T \tag{c}$$

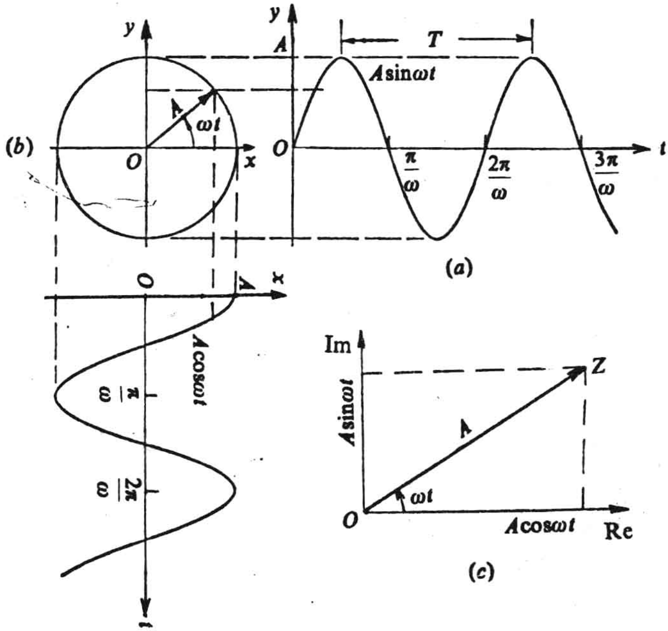

图 1.1　简谐运动的三种表示法

ω 称作圆频率 (circular frequency)或角频率 (angular frequency)，其物理意义是物体在 2π 秒内振动的次数，单位是弧度／秒 (rad／s)。ωt 是相位角，单位是弧度。

物体的速度、加速度分别是

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin\omega t = \omega A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (d)$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos\omega t = \omega^2 A\cos(\omega t + \pi) \qquad (e)$$

式 (a)，(d)，(e) 表明，作简谐运动的物体，其位移、速度、加速度以相同的角频率按简谐规律变化。但相位角不同，速度、加速度的相位角比位移分别超前 $\pi/2$ 或 π。

1.1.2 旋转矢量表示法

如图 1.1(b) 所示，设长度为 A 的矢量以匀角速 ω 在平面内绕固定点 O 逆时针旋转。$t=0$ 时，矢量与水平轴重合，则矢量在直角坐标轴上的投影

$$y = A\sin\omega t \qquad x = A\cos\omega t$$

都可表示简谐运动。

两个同频率简谐运动的合成运动也可用旋转矢量表示，如图 1.2（a）所示。设两简谐运动的角频率为 ω，振幅分别为 A_1，A_2，相位差为 φ。

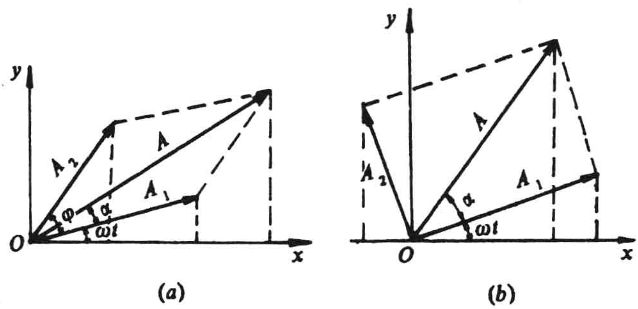

图1.2　两个同频率简谐运动的合成

合成运动

$$x = A_1\cos\omega t + A_2\cos(\omega t + \varphi) = A\cos(\omega t + \alpha) \qquad (f)$$

由余弦定理及正弦定理

$$A = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi \qquad (g)$$

重 W. 设弹簧质量比重物小得多，可忽略不计. 重物在重力作

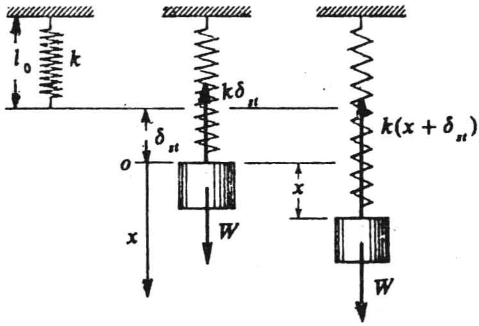

图1.3　弹簧—质量系统受力分析

用下产生静偏位　$\delta_{st} = \dfrac{W}{k}$　　(n)

考虑重物对初始扰动的响应，即自由振动.

首先恰当选取坐标系. 为了方便，一般取重物静平衡位置为坐标原点，弹簧伸长方向为坐标轴正向，建立运动微分方程，$m = W/g$

$$m\ddot{x} = W - k(x+\delta_{st})$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{1.1a}$$

m 及 k 构成系统的空间模型. 令

$$p^2 = k/m \tag{o}$$

重物自由振动运动微分方程的标准形式

$$\ddot{x} + p^2 x = 0 \tag{1.1b}$$

设初始条件为 $t=0$ 时

$$x = x_0 \qquad \dot{x} = \dot{x}_0 \tag{p}$$

则方程 (1.1.a)的通解为

$$x = x_0 \cos pt + \frac{\dot{x}_0}{p} \sin pt \tag{1.2}$$

或

$$x = A \sin(pt + \alpha) \tag{1.3}$$

式中

$$A = \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0 / p)^2} \qquad \alpha = \arctan(x_0 p / \dot{x}_0) \tag{1.4}$$

式 (1.2) 或 (1.3) 即为系统对初始扰动的响应，是两个同频率的简谐振动之迭加。其中任意常数 A 及 α 由初始条件确定。

1.2.2 固有频率(natural frequency) 及其计算

由式 (o) 知，系统圆频率 p 决定于系统本身的参数 m 及 k，而与初始条件无关。这表明它是系统本身所固有的特性，称作固有频率，是振动分析中的一个极重要的参数。$f = 2\pi p$ 也称作固有频率。

一、直接法

由式 (o)

$$p = \sqrt{k / m} = \sqrt{kg / W} \tag{1.5}$$

二、静偏位法

将式 (n) 代入式 (1.5) 得

$$p = \sqrt{g / \delta_{st}} \tag{1.6}$$

例如图 1.4(a) 所示，简支梁中点有一集中载荷 W，当梁的质量比 W 小得多时，可简化成一等效弹性系统，如图1.4(b)所示。由材料力学可知，梁中点的静位移

$$\delta_{st} = \frac{Wl^3}{48EI} \tag{q}$$

式中 E 为弹性模量，I 为截面惯性矩，EI 为抗弯刚度(flexural rigidity)。

由式 (1.6)

$$p=\sqrt{\frac{48EIg}{Wl^3}} \tag{r}$$

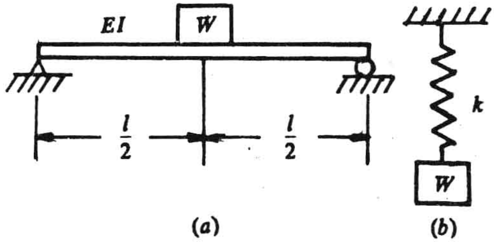

图1.4　中点附有集中载荷的简支梁

又如图 1.5(a) 所示，悬臂梁自由端有一集中载荷 W，同理可简化为图 1.5（b）所示等效系统.

$$p=\sqrt{\frac{3EIg}{Wl^3}} \tag{s}$$

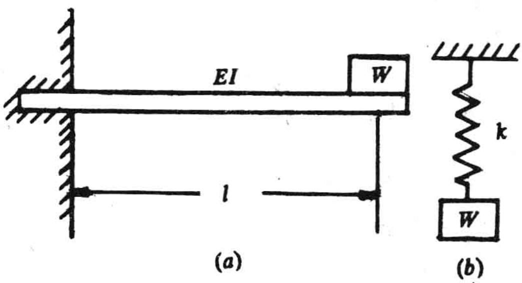

图1.5　自由端附有集中质量的悬臂梁

例 1.2.1　一等截面简支钢梁，如图 1.6 所示. 长 $l=3\text{m}$，$EI=5.88\times10^4\text{N}\cdot\text{m}^2$，有一质量 $m=90\text{kg}$ 的物块从梁的中点上方 h $=10\text{mm}$ 处落下. 设梁的质量忽略不计，且物块与梁接触后不再分