



◎根据教育部最新审定教材编写◎

总主编/薛金星

中学教材全解

ZHONGXUE JIAOCAI
QUANJIE

八年级数学(下)

浙 江 教 育 版



陕西人民教育出版社

根据教育部最新审定教材编写

中学教材全解

八年级数学（下）

浙江教育版



总主编 薛金星

分册主编 夏乐柱

陕西人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材全解：浙江版. 八年级数学. 下 / 薛金星主编. —3版. —西安：陕西人民教育出版社，2008.10
ISBN 978-7-5419-9739-6

I. 中… II. 薛… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 156132 号

中学教材全解

八年级数学(下)

浙江教育版

陕西人民教育出版社出版发行

(西安市长安南路 181 号)

各地书店经销 北京市昌平长城印刷厂

890×1240 毫米 32 开本 10.5 印张 450 千字

2008 年 11 月第 3 版 2008 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5419-9739-6

定价：18.80 元

金星教育书系百万大奖助学活动

关爱学子
关心教育

“金星奖学金”是金星教育书系在全国范围内推出的大型献爱心助学活动，自2004年8月至今我们已经成功举办了十一期，遍及全国27个省200多个地区，数百万学生积极参与了我们的活动。

第十二期“献爱心，助学子”活动正在火热进行中，希望同学们积极参与！



NLIC2970403537



请沿此线剪下

金星教育书系百万大奖助学活动

读 者 回 执 卡

凡购买《中学教材全解》系列图书累计三本或三本以上者，按要求填写好表中内容，并在信封上注明“抽奖”字样，一起寄回，即可参加此次活动。

您的姓名		邮政编码	
您的学校、班级		您的电话	
学校地址		学校人数	
您的班主任姓名		联系电话	

本期活动奖项设置如下：

- 一等奖： 5名 奖金1000元
二等奖： 10名 奖金500元
三等奖： 40名 奖金200元
鼓励奖： 200名 本公司精美图书一册

总第十二期活动截止日期为2009年6月30日，开奖日期为2009年7月31日，中奖概率为万分之十五，中奖名单将于2009年7月31日在本公司网站上公布，敬请查询。（网址：<http://www.swtnet.net>）

来函请寄：北京市天通苑邮局6503信箱

北京金星书业文化发展有限公司 读者服务部(收)

邮政编码：102218

此次活动最终解释权归北京金星书业文化发展有限公司所有（盗版及复印件无效）

敬告读者

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材由薛金星先生策划并领衔撰写，这套丛书是为配合初、高中新课程标准、新教材而编写的，在整体策划上全面体现新课标理念和创新教育思想。从创意与策划、读者亲身试验、教学成果的整理编写，到最后出版，一直秉承“教学研究来自于教学、服务于读者”的优良品质。作者值此出版之际向全国千百万读者深表谢意！

感谢全国广大中小学师生多年来对《中学教材全解》系列丛书的关注与支持、关心与厚爱；竭诚邀请全国中小学教师参与我们的图书策划、撰稿及修订工作，也希望大家通过各种方式对我们的图书及其发展建言献策。我们将本着对读者负责，对社会负责的精神及时采纳您的合理建议，奉献出更多更好更精的文化产品，以实际行动为民族教育的发展贡献绵薄之力。

作者声明：《中学教材全解》系列丛书有关图书封面设计的各种标识均已注册，请认准注册商标，谨防假冒。

作者声明：保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，我们将根据有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版本书的个人和单位作出严肃处理。

本丛书成立答疑解惑工作委员会，如有疑难问题可通过以下方式与我们联系：

企业网站：<http://www.bjxjxy.com>

产品网站：<http://www.swtnet.net>

金星教学考试网站：<http://www.jxjks.com>

服务电话：010-61743009 010-61767818

电子邮箱：book@bjxjxy.com service@swtnet.net

通信地址：北京市天通苑邮局6503号信箱

邮政编码：102218

题 记

逐字逐词，逐句逐
段，逐节逐课，全面透
彻，精细创新。全析全
解各科教材，名师解读，
全心全意，伴您成功！

《中学教材全解》编委会

《中学教材全解》专家顾问团

hongxuejiaocaiquanjiezhuanjiaguwentuan



CAOHONGCHANG

曹洪昌

全国著名特级教师，全国优秀教师，全国中等教育教研标兵，享受国务院特殊津贴专家，全国男子牛金球奖获得者，全国劳动模范，中国教育学会理事，中国化学会理事，几十家报刊特约编委。在省级以上报刊发表论文368篇，出版专著69部，每年到全国各地培训教师，指导中高考。

《中学教材全解》作者水平最高，编撰理念最新，教材讲解最透，指导方法最活，把握考题最准，高分突破最灵，社会反响最好。一书在手，学习无忧，别无他求。



KONGXIANGXU

孔祥瑞

全国著名特级教师，北京教育学院中小综合实践活动研究会常务理事，享受国务院特殊津贴专家，政协委员。

《中学教材全解》例题设置：典型、科学、适量；过程讲解：精细、透彻、到位；练习答案：全面、准确、详尽；版式设计：双栏、新颖、独特；图文印制：双色、精美、清晰。



LVSHENG

吕生

历史特级教师，吉林省“中青年历史学科带头人”，首批“跨世纪学科带头人”，“十佳青年教师标兵”。出版《历史高考专题20讲》等教学专著7部，参与编写《中小学教师岗位达标指南》教材两部，在报刊上发表论文、诗歌、散文等20多篇。

《中学教材全解》点拨技巧，似春风化雨；传授方法，像涸辙之鱼；总结规律，同渔夫收网。这里既有如“鱼”的知识归纳，又有似“渔”的方法传授。



LIULONGHUA

刘隆平

数学特级教师，国家级骨干教师，贵州省教育名师，贵州教育学院特聘教授，现任贵州省实验中学校长，享受政府特殊津贴，获有突出贡献的优秀科技人才、优秀教师、优秀共产党员、全国中小科兴科研校先进工作者等荣誉称号。从教三十多年来，发表论文90余篇，主编、合著10余部书，主持课题研究10余项，获科研成果奖10余项。

《中学教材全解》有三个功能：学生用它自学，老师拿它能讲课，寒暑假它能辅导，是一套三位一体的助学丛书。



ZHANGJIANMEI

张健美

数学特级教师，全国优秀教师，全国目标教学先进个人，数学研究会会员。从教近30年，一直致力于数学教材教法研究，参与国家、省市级多项实验课题研究。为全国及各省市公开开课、视听课、演讲课40余次，数次获得一、二等奖。撰写的教学论文在各类报刊上发表，获国家级特等奖、一、二等奖，主编、参编多部教辅图书。

《中学教材全解》既能满足学生课前、课上、课后的学习需求，又能为老师提供备课、上课、研究的辅助资料；既有助于平时掌握知识，又服务于中考高考的复习，是老师、学生不可或缺的工具书。



LVQINGWEN

吕清文

化学高级教师，中国化学会会员，化学学科带头人，优秀教师。《光明日报》出版社特约审稿，《中学化学教学参考》等多家报刊杂志通讯员和特约编辑，多年来，一直潜心研究课堂教学与高考规律，在20余种杂志上发表论文1200篇，主编、参编教学参考书18部，参与省级以上课题研究并结题2项。连续三年在教师讲课大赛中获一等奖，多次在全市做示范课和高考复习讲座。

《中学教材全解》紧扣教材讲解知识，巧设典型案例传授方法，构建网络总结规律。由浅入深，从易到难，全心全意，解惑释疑。



ZHUHAOZHEN

竺豪植

高级教师，中国人民大学附中校长助理，中国教育学会，中小学发明创造工作委员会秘书长。

如果把“教材”看作是一个源的话，《中学教材全解》就是水；如果把“教材”看作是本的话，《中学教材全解》就是木。《中学教材全解》是对教材的补充、丰富和完善。



ZHANGQING

张青

数学特级教师，全国中学数学竞赛优秀指导教师，多年来一直致力于中学数学的教学研究、改革和创新，创设的“三段五环”教学方法在全国推广，教学成绩突出，多次在全国、省市级教学研讨会上介绍教学经验并示范讲课，主编、参编初中数学教科书40余册，在国家级刊物上发表论文20余篇。

《中学教材全解》知识覆盖面全，讲解透彻到位，训练扎实有序，有利于学生全面系统的学习和掌握教材知识，是一套面向全体学生的好书。

《中学教材全解》学生顾问团

hongxuejiaocaiquanjiexueshengguwentuan



SHIFANGZHOU

史方舟

陕西理科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《尘埃落定》《史记》

最喜欢的体育项目：羽毛球 乒乓球 游泳

最喜欢的名言：倚天照海花无数，

流水高山心自知。

寄语：从初中到高中的六年时间里，《中学教材全解》伴随我学习的每一阶段，她像一位和蔼可亲的老师，随时为我答疑解惑。



WEINA

魏娜

新疆文科状元，现就读于北京大学经济学院。

最爱读的书：《基督山伯爵》

最喜欢的体育项目：羽毛球 网球

最喜欢的名言：有志者，事竟成

寄语：每当我上课听不懂时，我都会在心里自信的安慰自己：没问题，回家一看《中学教材全解》就全都明白的，它是我信赖的无声老师。



HUANGDAYU

黄大宇

辽宁特招生，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《左手的掌纹》

最喜欢的体育项目：篮球

最喜欢的名言：丰碑无语，行胜于言。

寄语：《中学教材全解》能满足各个层次学生的求知需求，是自学的好帮手，成功的铺路石。



SHIXIAOYAN

史小燕

山西文科状元，现就读于北京大学光华管理学院。

最爱读的书：《史记》《红楼梦》《飘》
《鲁迅全集》

最喜欢的体育项目：羽毛球 游泳

最喜欢的名言：地上本没有路，走的人多了，也便成了路。

寄语：《中学教材全解》真是知识面全面，讲解透彻到位，训练扎实有序。



WANGWEI

王蔚

安徽文科状元，现就读于北京大学法学院。

最爱读的书：《飘》

最喜欢的体育项目：羽毛球

最喜欢的名言：天下难事必作于易，

天下大事必作于细。

寄语：《中学教材全解》帮我理解教材知识，为我打开解题思路，伴我全程学习。我的状元之梦得以实现，真该感谢总主编“全心全意、解疑释难”的编写思想。



YANXIAOLUAN

闫小恋

吉林理科状元，现就读于北京大学基础医学系。

最爱读的书：计算机类

最喜欢的体育项目：足球 篮球

最喜欢的名言：世界因我更精彩。

寄语：我最喜欢《中学教材全解》里的例题讲解，解题过程特别详尽，每个例题后都有方法、技巧和规律总结，尤其是“思维误区警示”栏目，对我提高分析问题和解决问题的能力有帮助。



XIEJIANBO

谢剑波

浙江理科状元，现就读于清华大学信息学院。

最爱读的书：《史记》 四大名著

最喜欢的体育项目：篮球 台球 乒乓球

最喜欢的名言：走自己的路，让别人去说吧。

寄语：高三的时候买过一套《中学教材全解·高考总复习全解》，对我的复习帮助特别大，它不仅归纳知识科学合理，而且反复学习方法也恰到好处，管用，真后悔没早发现它……



MITUO

米拓

河南特招生，现就读于北京大学德语系。

最爱读的书：科幻、武侠

最喜欢的体育项目：足球 乒乓球

最喜欢的名言：勿以善小而不为，

勿以恶小而为之。

寄语：《中学教材全解》封面设计精巧独特，内文版式简洁明快，知识讲解全面系统，方法点拨实用高效，规律总结系统科学，图书价值适中合理。

出版前言

《中学教材全解》系列丛书根据教育部最新教材编写。值此出版之际，我们祝愿《中学教材全解》将伴随您度过中学阶段的美好时光，帮您迈向日夜向往的高等学府。

这套丛书与其他同类书相比具有以下几个鲜明特色：

第一，新。

首先是教材新。本书以最新教改精神为依据，以现行初、高中最新教材为蓝本编写。其次是体例新。紧扣教材，步步推进，设题解题、释疑解难、课后自测、迁移延伸，逐次深入。其三是题型(材料)新。书中选用的题型(材料)都是按中考、高考要求精心设计挑选的，让读者耳目一新。

第二，细。

首先是对教材讲解细致入微。以语文科为例，小到字的读音、词的辨析，大到阅读训练和作文训练都在本书中有所体现。其次是重点难点详细讲析，既有解题过程又有思路点拨。其三是解题方法细，一题多解，多题一法，变通训练，总结规律。

第三，精。

首先是教材内容讲解精。真正体现围绕重点，突破难点，引发思考，启迪思维。根据考点要求，精讲精析，使学生举一反三，触类旁通。其次是问题设置精，注重典型性，避免随意性，注重迁移性，避免孤立性，实现由知识到能力的过渡。

第四，透。

首先是对教纲考纲研究得透。居高临下把握教材，立足于教材，又不拘泥于教材。其次是对学生知识储备研究得透。学习目标科学可行，注重知识“点”与“面”的联系，“教”与“学”的联系。再次是对问题讲解得透，一题多问，一题多解，培养求异思维和创新思维能力。

第五，全。

首先是知识分布全面。真正体现了“一册在手，学习内容全有”的编写指导思想。其次是该书的信息量大。它涵盖了中学文化课教学全部课程和教与学的全部过程，内容丰富，题量充足。再次是适用对象全面。本书着眼于面向全国重点、普通中学的所有学生，丛书内容由浅入深，由易到难，学生多学易练，学习效果显著。

本系列丛书虽然从策划、编写，再到出版，精心设计，细致操作，可谓尽心尽力，但疏漏之处在所难免，诚望广大读者批评指正。

薛金星于北师大



目 录



第1章 二次根式	(1)	智能整合提升	(73)
本章综合解说	(1)	课本问题全解	(75)
1.1 二次根式	(3)	章末综合提升	(77)
知识技能全解	(3)	知识网络归纳	(77)
典型例题全解	(5)	专题综合讲解	(77)
挑战课标中考	(7)	课后复习题全解	(81)
知能整合提升	(7)	本章检测题	(82)
课本问题全解	(9)	第3章 频数及其分布	(85)
1.2 二次根式的性质	(9)	本章综合解说	(85)
知识技能全解	(9)	3.1 频数与频率	(87)
典型例题全解	(12)	知识技能全解	(87)
挑战课标中考	(15)	典型例题全解	(90)
知能整合提升	(16)	挑战课标中考	(94)
课本问题全解	(17)	知能整合提升	(95)
1.3 二次根式的运算	(19)	课本问题全解	(96)
知识技能全解	(19)	3.2 频数分布直方图	(98)
典型例题全解	(23)	知识技能全解	(98)
挑战课标中考	(26)	典型例题全解	(100)
知能整合提升	(27)	挑战课标中考	(105)
课本问题全解	(29)	知能整合提升	(107)
章末综合提升	(31)	课本问题全解	(108)
知识网络归纳	(31)	3.3 频数分布折线图	(110)
专题综合讲解	(32)	知识技能全解	(110)
课后复习题全解	(36)	典型例题全解	(112)
本章检测题	(37)	挑战课标中考	(115)
第2章 一元二次方程	(39)	知能整合提升	(116)
本章综合解说	(39)	课本问题全解	(118)
2.1 一元二次方程	(41)	章末综合提升	(120)
知识技能全解	(41)	知识网络归纳	(120)
典型例题全解	(44)	专题综合讲解	(120)
挑战课标中考	(47)	课后复习题全解	(126)
知能整合提升	(48)	本章检测题	(129)
课本问题全解	(49)	第4章 命题与证明	(132)
2.2 一元二次方程的解法	(51)	本章综合解说	(132)
知识技能全解	(51)	4.1 定义与命题	(134)
典型例题全解	(55)	知识技能全解	(134)
挑战课标中考	(58)	典型例题全解	(137)
知能整合提升	(58)	挑战课标中考	(139)
课本问题全解	(60)	知能整合提升	(140)
2.3 一元二次方程的应用	(64)	课本问题全解	(142)
知识技能全解	(64)	4.2 证明	(144)
典型例题全解	(68)	知识技能全解	(144)
挑战课标中考	(72)	典型例题全解	(146)

挑战课标中考	(150)	知能整合提升	(230)
知能整合提升	(150)	课本问题全解	(231)
课本问题全解	(152)	5.7 逆命题和逆定理	(233)
4.3 反例与证明	(156)	知识技能全解	(233)
4.4 反证法	(156)	典型例题全解	(235)
知识技能全解	(156)	挑战课标中考	(237)
典型例题全解	(158)	知能整合提升	(238)
挑战课标中考	(159)	课本问题全解	(240)
知能整合提升	(160)	章末综合提升	(244)
课本问题全解	(162)	知识网络归纳	(244)
章末综合提升	(164)	专题综合讲解	(244)
知识网络归纳	(164)	课后复习题全解	(246)
专题综合讲解	(165)	本章检测题	(251)
课后复习题全解	(168)	第6章 特殊平行四边形与	
本章检测题	(170)	梯形	(254)
第5章 平行四边形	(173)	本章综合解说	(254)
本章综合解说	(173)	6.1 矩形	(256)
5.1 多边形	(175)	知识技能全解	(256)
知识技能全解	(175)	典型例题全解	(260)
典型例题全解	(178)	挑战课标中考	(263)
挑战课标中考	(180)	知能整合提升	(264)
知能整合提升	(180)	课本问题全解	(266)
课本问题全解	(182)	6.2 菱形	(269)
5.2 平行四边形	(185)	知识技能全解	(269)
知识技能全解	(185)	典型例题全解	(273)
典型例题全解	(187)	挑战课标中考	(277)
挑战课标中考	(189)	知能整合提升	(278)
知能整合提升	(190)	课本问题全解	(281)
课本问题全解	(191)	6.3 正方形	(282)
5.3 平行四边形的性质	(192)	知识技能全解	(282)
知识技能全解	(192)	典型例题全解	(286)
典型例题全解	(195)	挑战课标中考	(290)
挑战课标中考	(198)	知能整合提升	(291)
知能整合提升	(199)	课本问题全解	(293)
课本问题全解	(200)	6.4 梯形	(294)
5.4 中心对称	(203)	知识技能全解	(294)
知识技能全解	(203)	典型例题全解	(299)
典型例题全解	(206)	挑战课标中考	(303)
挑战课标中考	(208)	知能整合提升	(304)
知能整合提升	(209)	课本问题全解	(306)
课本问题全解	(210)	章末综合提升	(310)
5.5 平行四边形的判定	(212)	知识网络归纳	(310)
知识技能全解	(212)	专题综合讲解	(310)
典型例题全解	(216)	课后复习题全解	(318)
挑战课标中考	(219)	本章检测题	(320)
知能整合提升	(220)		
课本问题全解	(221)		
5.6 三角形的中位线	(224)		
知识技能全解	(224)		
典型例题全解	(226)		
挑战课标中考	(229)		

教材
全解

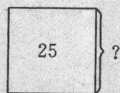
第1章

二次根式

本章综合解说

一、趣味情境激思

小明想剪一块面积为 25 cm^2 的正方形纸片,你能帮他计算正方形的边长吗?



如果把这个问题抽象成一个数学问题,该是一个什么问题呢?学习了本章的内容后,相信你就会明白了.

二、本章内容分析

本章内容有三部分:第一节,二次根式;第二节,二次根式的性质;第三节,二次根式的运算.其重点内容是二次根式的概念、性质及其运算,难点是二次根式中字母取值范围的确定.

二次根式的知识与方法在今后学习函数、分式、一元二次方程、解直角三角形以及在物理

等学科中有着十分广泛的应用,并且在中考中也占有相当的比例,因此本章内容的学习对日常生活、科学研究和中考等方面都有着十分重要的意义.

三、课标学法点拨

1. 学习时要深刻领会二次根式的概念及其有意义的条件.

2. 仔细把握二次根式的性质:

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0) \text{ 及 } \sqrt{a^2} = |a| =$$

$$\begin{cases} a, a \geq 0, \\ -a, a < 0, \end{cases} \text{ 并会灵活运用.}$$

3. 学习时利用类比法掌握合并同类二次根式,并会进行二次根式的有关计算.

1.1 二次根式

知识技能全解

一、课程标准要求

1. 了解二次根式的定义.
2. 会利用二次根式的定义求二次根式中字母的取值范围.
3. 会求简单的二次根式的值.

二、相关知识回顾

1. 什么叫平方根, 怎样表示平方根?

解答: 一般地, 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的平方根, 也叫做二次方根. 一个正数 a 的平方根有两个, 它们两个互为相反数, 我们用 $\sqrt{a}$ 表示其中正的平方根, 另一个负的平方根记为 $-\sqrt{a}$; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

2. a 取何值时, $\sqrt{a+1}$ 能表示一个数的算术平方根? 为什么?

解答: 当 $a \geq -1$ 时, $\sqrt{a+1}$ 才能表示算术平方根. 因为只有非负数才有平方根, 当 $a \geq -1$ 时, $a+1$ 是非负数, $\sqrt{a+1}$ 在实数范围内才有意义.

三、教材知识全解

知能点 1 二次根式的概念

定义: 像 $\sqrt{a^2+4}$, $\sqrt{b-3}$ ($b \geq 3$), $\sqrt{2S}$ ($S \geq 0$) 这样表示的算术平方根, 且根号内含有字母的代数式叫做二次根式. 为了方便起见, 我们把一个数的算术平方根 (如 $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$) 也叫做二次根式, 即我们把 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 这样的式子叫做二次根式.

被开方数可以是数, 也可以是单项式、多项式、分式等代数式, 但必须注意 $a \geq 0$ 是 $\sqrt{a}$ 为二次根式的前提条件. 例如: $\sqrt{2}$, $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{x^2+2x+1}$, $\sqrt{x-1}$ ($x \geq 1$) 都是二次根式, 而 $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-(x^2+1)}$ 就不是二次根式.

例 1 下列各式中, 哪些是二次根式, 哪些不是二次根式?

$$(1) \sqrt{3}; (2) \sqrt{-5}; (3) \sqrt{(-5)^2}; (4) \sqrt[3]{10}; (5) \sqrt{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}}; (6) \sqrt{3-x} (x \leq 3);$$

$$(7) \sqrt{-x} (x > 0); (8) \sqrt{(a-1)^2}; (9) \sqrt{-x^2-5}; (10) \sqrt{\frac{a}{b}} (ab > 0).$$

分析: 要判断一个式子是不是二次根式, 一是看根指数是不是等于 2, 二是看被开方数是不是非负数.

解: 因为 $\sqrt{3}$, $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25}$, $\sqrt{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{1}{30}}$, $\sqrt{3-x} (x \leq 3)$, $\sqrt{(a-1)^2}$,

$\sqrt{\frac{a}{b}}$ ($ab>0$) 中的根指数为 2, 且被开方数大于或等于 0, 所以是二次根式.

因为 $\sqrt[3]{10}$ 的根指数不是 2, $\sqrt{-5}$ 、 $\sqrt{-x}$ ($x>0$)、 $\sqrt{-x^2-5}$ 的被开方数小于 0, 所以不是二次根式.

规律总结: 由算术平方根的性质可知, 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a}$ 有意义; 当 $a < 0$ 时, 因负数没有平方根, 所以 $\sqrt{a}$ 没有意义. 它既不能表示平方根, 也不能表示二次根式.

例 2 x 取什么数时, 下列各式有意义?

(1) $\sqrt{x+5}$; (2) $\sqrt{x-5}$; (3) $\sqrt{3-x}$; (4) $\sqrt{x^2+2x+3}$;

(5) $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$; (6) $\sqrt{-x^2-2}$.

分析: 要使二次根式有意义, 必须被开方数是非负数.

解: (1) 由 $x+5 \geq 0$, 得 $x \geq -5$.

(2) 由 $x-5 \geq 0$, 得 $x \geq 5$.

(3) 由 $3-x \geq 0$, 得 $x \leq 3$.

(4) $x^2+2x+3 = x^2+2x+1+2 = (x+1)^2+2 > 0$, 所以 x 取任意实数.

(5) 由 $x-1 \geq 0$ 且 $1-x \geq 0$, 得 $x \geq 1$ 且 $x \leq 1$, 所以 $x=1$.

(6) 由 $-x^2-2 = -(x^2+2) < 0$, 得 $-x^2-2 < 0$, 所以无论 x 取何值, $\sqrt{-x^2-2}$ 都无意义.

方法总结: 要使一个式子是二次根式, 必须满足被开方数是一个非负数, 从而可列出不等式或不等式组来求被开方数中字母的取值范围.

知能点 2 怎样确定二次根式中被开方数所含字母的取值范围

由二次根式的意义可知, 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a}$ 有意义, 是二次根式; 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a}$ 没有意义, 不是二次根式. 所以确定被开方数中字母的取值问题, 可根据形如 $\sqrt{a}$ 的式子有意义或无意义的条件, 列出不等式, 然后解不等式即可.

例 3 如果 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 是二次根式, 那么 a, b 应满足 ()

A. $a>0, b>0$

B. a, b 同号

C. $a>0, b \geq 0$

D. $\frac{b}{a} \geq 0$

解析: 由二次根式的定义知 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 是二次根式, 则被开方数 $\frac{b}{a} \geq 0$, 这里包含 a, b

同号或 $\begin{cases} a \neq 0, \\ b = 0. \end{cases}$ 因为 A 选项缺少 a, b 同负与 $a \neq 0, b=0$ (因为 $\sqrt{0}$ 有意义, 也是二次根式) 的情形, 故是错误的; B 选项缺少 $a \neq 0, b=0$ 的情形, 故是错误的; C 选项缺少 a, b 同负的情形, 故是错误的. **答案:** D

方法总结: 解答本题, 要注意充分考虑题目中的限制条件, 尤其是当 $b=0$ 时的条件.

例 4 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.

解析: 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义的条件是 $x-3 \geq 0$, 解得 $x \geq 3$. **答案:** ≥ 3

友情提示:二次根式有意义的条件是被开方数是非负数,而不是被开方数中所含的字母为非负数.

知能点3 求二次根式的值

二次根式的求值实际上就是求代数式的值.

例5 当 $x=1$ 时,求二次根式 $\sqrt{2x-1}$ 的值.

分析:求二次根式的值,同求整式、分式的值类似,应先把二次根式化简,当不能再化简时,再代入数值计算.

解:将 $x=1$ 代入二次根式,得 $\sqrt{2x-1}=\sqrt{2\times 1-1}=\sqrt{1}=1$.

例6 若 $x<2$,化简 $\sqrt{(x-2)^2}+|3-x|$ 的正确结果是()

A. -1

B. 1

C. $2x-5$

D. $5-2x$

解析: $\sqrt{(x-2)^2}+|3-x|=|x-2|+|3-x|$.

因为 $x<2$,所以 $2-x>0$, $3-x>0$.所以原式 $=2-x+3-x=5-2x$.

答案:D

点拨

牢记二次根式的性质: $\sqrt{a^2}=|a|$ 是解答本题的关键.

典型例题全解

一、知能综合题

题型1 二次根式的识别

例1 下列各式中哪些是二次根式?哪些不是?为什么?

(1) $\sqrt{21}$; (2) $\sqrt{-19}$; (3) $\sqrt{x^2+1}$; (4) $\sqrt[3]{9}$; (5) $\sqrt{-6a}$; (6) $\sqrt{-x^2-2x-1}$.

分析:对于二次根式的第一个特征是式子所带根号的根指数必须是2;第二个特征是必须保证被开方数不小于0.

解:(1) $\because 21>0, \therefore \sqrt{21}$ 是二次根式.

(2) $\because -19<0, \therefore \sqrt{-19}$ 不是二次根式.

(3) $\because$ 无论 x 取什么实数,都有 $x^2+1>0, \therefore \sqrt{x^2+1}$ 是二次根式.

(4) $\because \sqrt[3]{9}$ 中根指数是3, $\therefore \sqrt[3]{9}$ 不是二次根式.

(5)当 $-6a\geq 0$,即 $a\leq 0$ 时, $\sqrt{-6a}$ 是二次根式;

当 $-6a<0$,即 $a>0$ 时, $\sqrt{-6a}$ 不是二次根式.

(6) $\because -x^2-2x-1=-(x+1)^2$,

当 $x=-1$ 时, $-(x+1)^2=0$;当 $x\neq -1$ 时, $-(x+1)^2<0$.

$\therefore$ 当 $x=-1$ 时, $\sqrt{-x^2-2x-1}$ 是二次根式;

当 $x\neq -1$ 时, $\sqrt{-x^2-2x-1}$ 不是二次根式.

规律总结:判断二次根式的依据有两条:(1)含二次根号;(2)被开方数不小于0.

题型2 确定二次根式中字母的取值范围

例2 x 取何值时,下列各式在实数范围内有意义.