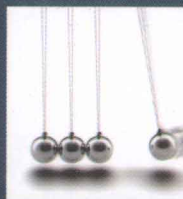


高等学校教材


Theoretical Mechanics

理论力学 I

——基本教程



梅凤翔 尚 玫 编著

 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

Theoretical Mechanics

理论力学 I

——基本教程

Lilun Lixue Jiben Jiaocheng

梅凤翔 尚 玫 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书共四篇,分为 I、II 册。第一篇静力学,包括力系的简化、力系的平衡、静力学应用问题等 3 章。第二篇运动学,包括运动学基础与点的运动、刚体的平面运动、复合运动、刚体的定点运动和一般运动等 4 章。第三篇动力学,包括质点动力学、质点系动力学、达朗贝尔原理和动静法、分析静力学、分析动力学等 5 章。第四篇专题,包括理论力学的概率问题、打击运动动力学、运动稳定性、非线性振动、动力学逆问题、力学的变分原理、哈密顿力学、非完整力学、伯克霍夫力学、对称性与守恒量等 10 章。前三篇为 I 册——基本教程,属基础部分;第四篇为 II 册——专题教程,属提高部分。每章都配有较多的例题和习题。

本书可作为高等学校力学、机械、航空航天等专业多学时理论力学课程的教材,也可供有关教师和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学. 1, 基本教程 / 梅凤翔, 尚玫编著. --
北京: 高等教育出版社, 2012. 1
ISBN 978-7-04-033985-7

I. ①理… II. ①梅… ②尚… III. ①理论力学-高等学校-教材 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第272850号

策划编辑 赵湘慧 责任编辑 赵向东 封面设计 赵 阳 版式设计 马敬茹
插图绘制 尹 莉 责任校对 杨雪莲 责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德胜大街 8 号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	保定市中国画美凯印刷有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.landaco.com.cn
印 张	33.75	版 次	2012 年 1 月第 1 版
字 数	610 千字	印 次	2012 年 1 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	45.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 33985-00

前 言

编者从事理论力学的教学工作及与理论力学相关的科研工作多年,希望在理论力学本身理解的基础上,汲取国内外优秀教材的经验,出版一本理论力学教材,其初衷是使之既适用于力学专业,又适用于工程专业;既适用于学生,又能为教师提供一些参考。

本书初稿成于2008年9月,经修改后于2009—2010学年为北京理工大学2008级力学专业学生讲授一遍。本书是在此次教学实践基础上,整理修改而成的。

本书共四篇,分为I、II册。第一篇静力学,第二篇运动学,第三篇动力学,第四篇专题。前三篇为I册——基本教程,属基础部分,需约84学时。第四篇为II册——专题教程,属提高部分,包括理论力学的概率问题、打击运动动力学、运动稳定性、非线性振动、动力学逆问题、力学的变分原理、哈密顿力学、非完整力学、伯克霍夫力学、对称性与守恒量等10个专题。每个专题需约2学时,可根据需要选用。在静力学和运动学部分增加了例题的数量和难度。在质点动力学部分介绍了有心力运动。在质点系动力学部分介绍了对动轴的动量定理和动量矩定理及相应的守恒律。在达朗贝尔原理和动静法中,对达朗贝尔原理给出了一些评述。在分析力学部分对基本概念、基本原理给出了较为严格的表述。总之,这是一套内容较丰富的教材。

书稿承蒙北京航空航天大学王琪教授认真仔细地审阅并提出宝贵意见,解加芳博士和李彦敏教授在书稿编排中付出很多辛劳,本书形成过程中也得到了北京理工大学力学系的同事们的关心和支持,编者在此一并表示感谢。

限于编者水平,书中难免有疏有误,敬请读者指正。

编者

2010年9月

目 录

绪论	1
0.1 理论力学的研究对象与研究方法	1
0.2 理论力学学科简史	2
0.3 理论力学的教材简史	3

第一篇 静 力 学

第 1 章 力系的简化	7
1.1 力与力系的主矢	7
1.2 力矩与力系的主矩	10
1.3 等效力系	13
1.4 力系的简化	15
1.5 受力分析与简单的平衡问题	28
小结	33
习题	34
第 2 章 力系的平衡	38
2.1 平面力系的平衡	38
2.2 空间力系的平衡	53
小结	57
习题	58
第 3 章 静力学应用问题	62
3.1 桁架	62
3.2 考虑摩擦的平衡问题	67
小结	80
习题	80
第一篇注记	84

第二篇 运 动 学

第 4 章 运动学基础与点的运动	87
------------------------	----

II 目录

4.1 运动学基础	87
4.2 点的运动的矢量描述	88
4.3 点的运动的坐标描述	89
小结	109
习题	110
第5章 刚体的平面运动	113
5.1 刚体平面运动的简化	113
5.2 研究平面图形运动的分析方法	115
5.3 研究平面图形运动的矢量方法	121
小结	140
习题	141
第6章 复合运动	145
6.1 绝对运动、相对运动、牵连运动	145
6.2 变矢量的绝对导数与相对导数	146
6.3 点的复合运动的分析解法	147
6.4 点的复合运动的矢量解法	156
6.5 刚体的复合运动	168
小结	175
习题	175
第7章 刚体的定点运动和一般运动	180
7.1 刚体定点运动的矢量描述法	180
7.2 刚体定点运动的方向余弦矩阵描述法	185
7.3 刚体定点运动的欧拉角描述法	188
7.4 刚体的一般运动	192
小结	195
习题	196
第二篇 注记	198

第三篇 动力学

第8章 质点动力学	201
8.1 动力学基本定律	201
8.2 质点的运动微分方程	202
8.3 质点动力学的两类基本问题	204
8.4 质点相对运动动力学的基本方程	216

8.5	单自由度系统的振动	223
8.6	有心力运动	235
	小结	246
	习题	248
第9章	质点系动力学	255
9.1	质量中心和转动惯量	255
9.2	质点系动量定理	267
9.3	质点系动量矩定理	280
9.4	质点系动能定理	299
9.5	刚体动力学	331
9.6	碰撞	352
	小结	372
	习题	373
第10章	达朗贝尔原理和动静法	398
10.1	质点的达朗贝尔原理	398
10.2	质点系的达朗贝尔原理	399
10.3	质点系惯性力系的简化	399
10.4	刚体惯性力系的简化	400
10.5	动静法的应用举例	404
10.6	关于达朗贝尔原理	412
	小结	417
	习题	418
第11章	分析静力学	422
11.1	分析力学的基本概念	422
11.2	虚位移原理	433
	小结	451
	习题	452
第12章	分析动力学	456
12.1	动力学普遍方程	456
12.2	动力学普遍方程的广义坐标表达	457
12.3	拉格朗日方程	459
12.4	有势力情形的拉格朗日方程	459
12.5	拉格朗日方程的应用	460
12.6	拉格朗日方程的积分	470

IV 目录

12.7 第一类拉格朗日方程	482
小结	485
习题	487
附录 I 典型约束和约束力	493
附录 II 简单均质几何体的重心和转动惯量	495
参考文献	499
习题答案	501
索引	519
Synopsis	524
Contents	525
作者简介	529

绪论

0.1 理论力学的研究对象与研究方法

理论力学是力学中最基础、最基本的部分。

力学是研究物质机械运动规律的科学。自然界的物质有多种层次：宇观有宇宙体系；宏观有天体、常规物体；细观有颗粒、纤维、晶体；微观有分子、原子、基本粒子。机械运动就是力学运动，是物质在时间、空间中的位置变化，包括平移、转动、流动、变形、振动、波动、扩散等，而平衡或静止，则是特殊情形。机械运动是物质运动的最基本形式，也是最常见、最简单的一种形式。力学，就是力和机械运动的科学。力学原是物理学的一个分支，物理科学的建立则是从力学开始的。物理学摆脱了机械的自然观而发展起来时，力学则在工程技术的推动下按自身逻辑进一步演化，逐渐从物理学中独立出来。力学与数学在发展中始终相互推动，相互促进。一种力学理论往往和相应的一个数学分支相伴产生，如运动基本规律和微积分，天体力学中的运动稳定性和微分方程的定性理论，哈密顿力学和辛几何等。力学同物理学、数学等学科一样，是一门基础科学，它所阐明的规律具有普遍性质。力学又是一门技术科学，它是许多工程技术的理论基础，又在广泛的应用过程中不断得到发展。20世纪三件大事：相对论、量子力学和混沌，对牛顿力学产生了冲击。但是，牛顿力学仍然是研究宏观机械运动不可缺少的理论基础。

理论力学的内容包括三个部分：静力学、运动学和动力学。静力学主要研究力系的简化及物体在力系作用下的平衡规律。运动学从几何角度研究物体的运动，而不考虑引起物体运动的原因。动力学研究物体的运动与作用力之间的关系。理论力学的研究对象是抽象化了的模型：质点、质点系、刚体和刚体系。理论力学是一切力学分支的基础，只有学好理论力学，才能进一步学习其他的力学。理论力学是许多后继课程的基础，如材料力学、弹性力学、流体力学、振动力学、机械原理等。理论力学与其他学科配合，可直接解决一些科学和工程问题。理论力学作为基础课程，不仅是深入理解自然所需知识的一门课程，而且也是未来专家对自然和工程过程创造性地建立力学模型、研究并获得科学结论的有力工具。

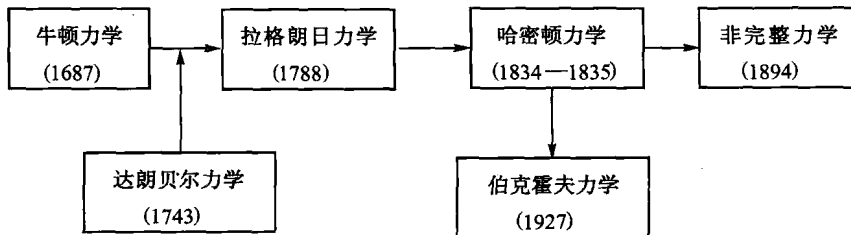
2 绪论

学习理论力学必须在以下三个方面达到要求：准确地理解基本概念；熟悉基本定理和公式，并能在正确条件下灵活应用；学会一些处理力学问题的基本方法。为此，就需要在钻研理论方面和解算例题与习题之间反复交替，使认识逐步深化。

0.2 理论力学学科简史

力学，与其他科学一样，对其基本规律的研究起源于自然现象的观察和归纳。人类在生产活动中很早就开始积累经验，并逐步形成初步的力学知识。力学成为一门科学，应归功于牛顿(Newton, I., 1642—1727)的著作《自然哲学的数学原理》。书中给出万有引力定律和动力学基本定律，从而奠定了后人称之为牛顿力学的基础。牛顿在他著作的第1版序言中指出，力学“是关于任何力产生的运动和产生任何运动的力的理论，是精确的论述和证明”。牛顿研究的是自由质点的运动规律。

18世纪以来，随着机器生产的迅速发展，要求对刚体和受约束机械系统的运动进行研究。达朗贝尔(d'Alembert, J. le R., 1717—1783)提出有关约束的一个公理，将牛顿力学推广到受约束的力学系统。由达朗贝尔原理及后来发展起来的动静法构成达朗贝尔力学。在此基础上，1788年拉格朗日(Lagrange, J.-L., 1736—1813)的著作《分析力学》中找不到一个图，用纯分析方法建立了约束力学系统的静力学和动力学理论。这种新的力学体系称为拉格朗日力学。1834—1835年哈密顿(Hamilton, W. R., 1805—1865)在两篇长文中提出完整保守系统的一个积分变分原理和用正则变量表示的动力学方程，将拉格朗日力学发展到哈密顿力学。拉格朗日力学和哈密顿力学并不适合非完整约束系统。1894年德国物理学家赫兹(Hertz, H. R., 1857—1894)的《力学原理》中首次将约束和系统分成完整的和非完整的两类，经典力学进入非完整力学的新时期。1927年美国数学家伯克霍夫(Birkhoff, G. D., 1884—1944)发表名著《动力系统》，书中给出一个更为一般的积分变分原理和一类新型的动力学方程。1978年美国物理学家散提黎(Santilli, R. M.)将伯克霍夫的结果加以推广并称为伯克霍夫力学。经典力学从牛顿力学到伯克霍夫力学，就是理论力学作为一个学科的发展史，有如下框图：



0.3 理论力学的教材简史

理论力学成为现今的框架,其形成大约在20世纪30年代。在这以前,理论力学是作为理性力学的一部分而存在的。例如,法国数学家、力学家阿佩尔(Appell, P. -É., 1855—1930)的5卷巨著《理性力学论著》(Traité de Mécanique Rationnelle)(1896年第1版,1898年第2版,1953年第6版)的前两卷,包括静力学、质点的动力学、系统动力学和分析力学。又如,意大利数学家勒维-契维塔(Levi-Civita, T., 1873—1941)和阿马尔迪(Amaldi, U.)1930年的《理性力学》中的两卷也大致如此。这两部著作都被译成俄文,并称之为理论力学。苏联早期的理论力学教材大多引用这两部著作,俄罗斯近年的理论力学教材也多有引用。20世纪三四十年代,苏联出版了一系列各种类型的理论力学,例如,洛强斯基、路里叶(Лойцянский, Лурье)的(1934年),蒲赫哥尔茨(Бухгольц)的(1939年第2版),苏斯洛夫(Суслов)的(1946年)等。1949年,德国力学家哈默尔(Hamel, G.)的《理论力学》也很有名。

在我国,20世纪50年代,范会国先生编写了《理论力学》(1951年),周培源先生编写了《理论力学》(1952年),一批苏联的理论力学教材也相继翻译出版。20世纪60年代我国自行编写的几种理论力学教材也相继出版。20世纪80年代,朱照宣、周起钊、殷金生编写了《理论力学》(1982年),其后高等教育出版社组织出版了“九五”、“面向21世纪”、“十五”、“十一五”系列规划教材。

以上各类教材都各具特色,并在理论力学的教学中起到了重要作用。

1

第一篇 静力学

静力学的任务是研究力系的简化与平衡条件。力系的简化是指用一简单的等效力系代替给定力系。力系的平衡条件是指在物体平衡时作用于物体上的力系所应满足的条件。力系的平衡条件可用力系的简化直接得到。因此,先研究力系的简化,再研究力系的平衡。

静力学的基本概念有力、力矩、力偶、力系的主矢、力系的主矩、平衡等。静力学的数学工具是矢量运算、解代数方程等。分析受力并正确地画出受力图是静力学的基本功。

第 1 章

力系的简化

1.1 力与力系的主矢

1.1.1 力

人类对力的认识最初来自劳作中所使用的体力,以后在长期的生产实践中逐渐加深,认识到力是物体之间的相互作用,能使物体的运动状态发生变化,或者使物体变形。

力对物体的作用效果取决于三个要素:大小、方向和作用点。实践证明,力可以按照平行四边形法则来合成。若用矢量 F_1 和 F_2 表示作用在点 A 的两个力,则其合力 F 表示为

$$F = F_1 + F_2$$

如图 1.1 所示。

力是矢量,但仅用矢量符号 F 还不能说明力的全部三个特征。为了完全确定一个力,还要说明力的作用点。若 F 作用在物体上的点 A ,则可在选定的参考体上任意选定一个点 O 并用矢径 $r = \overrightarrow{OA}$ 来表示作用点的位置(图 1.2)。由两个矢量 F 和 r 就可完全确定这个力。

在国际单位制中,力的基本单位是 N(牛), $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

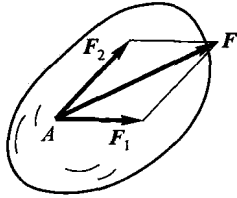


图 1.1

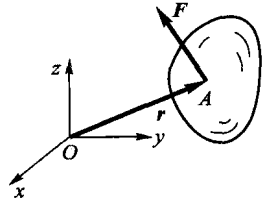


图 1.2

1.1.2 主矢

假设作用在物体上的力系由 n 个力 F_1, F_2, \dots, F_n 组成, 作用点分别为 A_1, A_2, \dots, A_n , 其矢径为 r_1, r_2, \dots, r_n (图 1.3)。将这 n 个矢量的矢量和称为力系的主矢, 表示为

$$F_R = \sum_{i=1}^n F_i \quad (1.1.1)$$

将 F_1, F_2, \dots, F_n 顺次首尾相连, 由 F_1 的始端引向 F_n 的末端的矢量即为力系的主矢 F_R (图 1.4)。

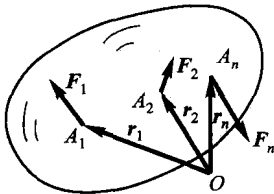


图 1.3

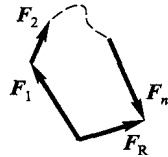


图 1.4

当已知力系中各个力的大小和方向, 就可求出主矢 F_R 。通常在参考体上取一固定直角坐标系 $Oxyz$, 其原点在 O , 沿轴 Ox, Oy, Oz 的单位矢量为 i, j, k 。力 F 表示为

$$F = F_x i + F_y j + F_z k$$

由此得 F 的三个投影 F_x, F_y, F_z

$$F_x = F \cdot i, \quad F_y = F \cdot j, \quad F_z = F \cdot k$$

将主矢表示为

$$F_R = F_{Rx} i + F_{Ry} j + F_{Rz} k$$

有

$$F_{R_x} = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad F_{R_y} = \sum_{i=1}^n F_{iy}, \quad F_{R_z} = \sum_{i=1}^n F_{iz} \quad (1.1.2)$$

主矢的大小为

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2} \quad (1.1.3)$$

主矢的方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} \cos(F_R, \mathbf{i}) &= \frac{\sum F_x}{F_R} \\ \cos(F_R, \mathbf{j}) &= \frac{\sum F_y}{F_R} \\ \cos(F_R, \mathbf{k}) &= \frac{\sum F_z}{F_R} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.4)$$

注意到,主矢和合力是不同的概念。主矢是力系各力的矢量和,合力是与力系等效的一个力。

例 1.1.1 在边长为 a 的正方体顶点 O, F, C 和 E 上作用有 4 个大小都等于 F 的力。试求此力系的主矢。

解: 取直角坐标系 $Oxyz$, 如图 1.5 所示。各轴单位矢量分别为 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 。将各力表示为

$$\mathbf{F}_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j} \right) F$$

$$\mathbf{F}_2 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j} \right) F$$

$$\mathbf{F}_3 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{k} \right) F$$

$$\mathbf{F}_4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{k} \right) F$$

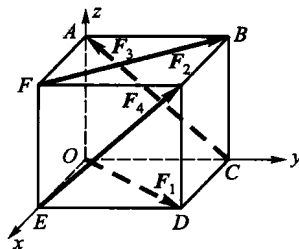


图 1.5

力系的主矢为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 = (\sqrt{2}\mathbf{j} + \sqrt{2}\mathbf{k}) F$$

由式(1.1.3)给出主矢的大小

$$F_R = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} F = 2F$$

由式(1.1.4)给出主矢的方向余弦