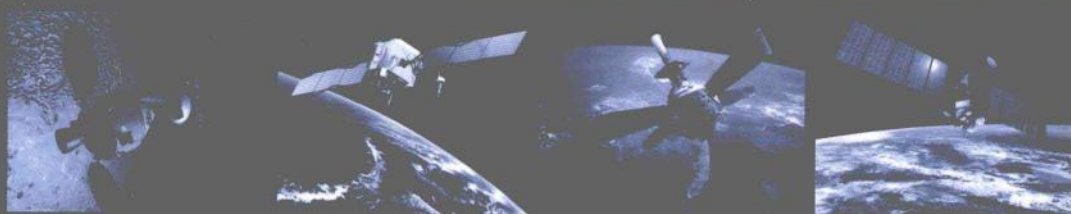


绕地飞行航天器最佳发射轨道 理论及其他问题的研究

RAODI FEIXING HANGTIANQI ZUIJIA FASHE GUIDAO
LILUN JI QITA WENTI DE YANJIU


竺苗龙 竺致文 竺雪君 著



中国宇航出版社

绕地飞行航天器最佳 发射轨道理论及 其他问题的研究

竺苗龙 竺致文 竺雪君 著

 中国宇航出版社
·北京·

内 容 简 介

本书为关于航天力学中优化理论研究的学术专著,主要论述了绕地飞行航天器的最佳发射轨道问题,还包含了作者关于航天器返回及轨道改变等方面的理论研究成果。

全书共5章,分别为:引论;发射航天器的最佳轨道;返回中的优化和单冲击优化;有关小推力轨道和高速效应;一些有关的问题。书中所论述的内容全部来自作者及其合作者多年的科研成果。

本书可供从事航天器发射轨道研究的航天科学技术工作者阅读,也可作为高等院校和研究机构相关专业的研究生教学参考书。

版权所有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

绕地飞行航天器最佳发射轨道理论及其他问题的研究/

竺苗龙,竺致文,竺雪君著. -- 北京:中国宇航出版社,2011.7

ISBN 978-7-80218-370-4

I. ①绕… II. ①竺… ②竺… ③竺… III. ①航天器发射—
轨道—最佳航迹—研究 IV. ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 140233 号

责任编辑 张艳艳

责任校对 祝延焱

封面设计 谭颖

出 版 行 中国宇航出版社

社 址 北京市阜成路8号 邮 编 100830
(010)68768548

网 址 www.caphbook.com

经 销 新华书店

发行部 (010)68871900 (010)88530478(传真)

(010)68768541 (010)68767294(传真)

零售店 读者服务部 北京宇航文苑

(010)68871105 (010)62529336

承 印 北京国中国印刷有限公司

版 次 2011年7月第1版

2011年7月第1次印刷

规 格 787×1092

开 本 1/16

印 张 10

字 数 243千字

书 号 ISBN 978-7-80218-370-4

定 价 65.00元

本书如有印装质量问题,可与发行部联系调换

前 言

我在航天方面的应用基础研究工作，从1966年年底开始至“文革”后期，基本上是独自研究。

“文革”后期至1980年左右，我主要是与吕茂烈先生和广宇同志合作。

然后，我们三人由于工作调动而分散，基本上我们又各干各的了。

另外，跟我的部分学生杨峻松、刘清正、潘国林、汪师晓、刘华富、郭雷、严星刚等同志短时合作过；跟我的侄儿竺承志合作比较多。

1990年后，我的女儿、儿子也都走上科研的道路。他们一个以数学为专业，一个以力学为专业，也喜欢这方面的工作，在他们各自工作之余与我一起完成这方面的文章。这样，我们就以《青岛大学学报》为基地，进行了一系列的合作；至今已在《青岛大学学报》（自然科学版、工程技术版）发表了一系列论文（可参见本书后的参考文献），以后还将继续发表。

最近几年，我们三人共同完成了《多级火箭结构参数的优化理论》和《绕地飞行航天器最佳发射轨道理论及其他问题的研究》这两本书。老实说，由于年龄等关系，我无法单独完成上述艰难任务；他们跟我来往方便，书中很多内容又是过去共同研究的，所以我们花了两年多的时间，合作完成了这两本书的写作。

现在这两本书（《多级火箭结构参数的优化理论》和《绕地飞行航天器最佳发射轨道理论及其他问题的研究》）和我过去出版的那两本书（《关于多级火箭结构参数的优化理论及其他问题的研究》和《关于航天器最佳发射轨道理论及其他问题的研究》），不仅书名有所不同，其内容也如此，过去那两本书的很多内容，在这两本新书中已经用更好的内容（我们近期合作发表的一系列论文）代替了。许多章节的次序和包含的内容也有较大改变，当然也附带改正了原书中的一些文字错误。目的是为了更加精确、更加科学、更加完整和更加系统。

早在20世纪50年代，我国就决定要搞两弹一星。后来，在广大科技工作者的不懈努力下，取得了一个又一个的惊人成就。当然我们也看到及听到了一些理论问题，例如关于多级火箭的最佳质量比及对一两级火箭，加满是不是最好？载荷改变时，多级火箭的推进剂如何重新分配才为最佳等。

我们就是为了解决这些理论问题开始从事航天方面的应用基础研究直至现在。我们是

站在学科的角度搞的，所以我们的模型通过抓主要矛盾就比实际的情况简单得多。理由是有些因素在本书讨论的问题中可暂不考虑，而从地面起飞到第一主动段结束关机点 r_0 处时，其气动阻力和地球引力等引起的速度损耗可近似地看作为一个仅跟 r_0 有关的常量（有时甚至更好，详见两个仿真实例），而这个常量不影响本书所考虑的优化问题；当然计算总值时要考虑这个常量。这些钱学森先生早在 1962 年就指出了。后来我们在国防科技大学进行了两年的仿真试验。通过这两个仿真试验（这两个仿真试验的报告已分别作为实例收集在上述两书中），可知我们在上述假设下所取得的部分成果经过实际部门工作人员艰苦的创造性劳动是可真正应用的，而且效果很明显；还有一部分则可为实际问题的解决提供理论基础。那里对在实际应用中应考虑的情况统统给予综合考虑。另外从理论上讲，它们是一系列原始创新的成果。特别是“多级火箭结构参数的优化理论”和“绕地飞行航天器最佳发射轨道理论”完全是两个原始创新的理论，它们不但站在学科角度从理论上解决了这两本书中已提到的一系列问题，而且必将在今后解决与之相关的一些新的问题。

书中所有成果，包括“多级火箭结构参数的优化理论”和“绕地飞行航天器最佳发射轨道理论”本身，除个别明确指出的以外，都是我们独立完成的科研成果。如果有国内外的同行在我们的论文正式发表之前正式发表过书中所述的有关结果，我们热烈欢迎广大读者指出来，以便今后再版时说明。

最后我们要衷心感谢各级组织和领导的关怀和鼓励、同行中师长的关心和指导、同志们的大力帮助。没有这些，我们三人不可能在今天完成这两本书的写作。另外，我还要感谢我的爱人在本书写作过程中对我们三人的理解、支持和付出的辛劳。

展望未来，我深深祝愿我们伟大的祖国更加繁荣富强。

竺苗龙
2010 年年底于青岛

目 录

第 1 章 引论	1
1.1 航天器的发射及发射中的优化	1
1.2 航天器在地心引力场中的惯性运动	4
1.3 航天器在轨道改变和轨道转移及轨道调整中的优化	7
1.4 返回中的优化, 高速效应, 小推力	8
第 2 章 发射航天器的最佳轨道	10
2.1 引言	10
2.2 发射人造地球卫星的最佳轨道(I)	13
2.3 一些有关性质的证明	20
2.4 发射人造地球卫星的最佳轨道(II)	28
2.5 发射人造地球卫星的最佳轨道(III)	33
2.6 $\min(v_0 + \Delta v)$ 随 r_0 变化的情况	38
2.7 指标是 $f = v_0 + \Delta v + A$ 时, 双曲轨道和抛物轨道等作为惯性段的排除和直接进入等	41
2.8 发射地球静止轨道卫星的最佳轨道(I)	44
2.9 发射地球静止轨道卫星的最佳轨道(II)	49
2.10 一个关于最佳发射轨道的实例	51
2.11 例子分析(1)	60
2.12 例子分析(2)	64
2.13 一般情况下停泊式整体最佳发射和三段式整体最佳发射及其比较	66
2.14 R^* 与 r_0^* 的关系	70
2.15 特殊的停泊轨道和转移轨道及其应用	72
2.16 三种模型下结果的异同	75
2.17 本章初步总结	78
第 3 章 返回中的优化和单冲击优化	84
3.1 飞船返回时一个有关轨道的优化问题	84
3.2 一些有关性质的证明	88

3.3 定向轨道之间的单冲击优化.....	92
3.4 不定向轨道之间的单冲击优化.....	94
第4章 有关小推力轨道和高速效应.....	100
4.1 从初始椭圆轨道起飞的恒定径向、横向小推力飞船轨道.....	100
4.2 从椭圆轨道上起飞的恒定切向小推力飞行问题	110
4.3 洛仑兹变换的一个应用	121
第5章 一些有关的问题.....	133
5.1 关于一个指标函数和 u^2 与 v_0^2 的关系	133
5.2 双冲击时两定向椭圆轨道间最佳转移的又一种解法	134
5.3 任意冲击时两定向椭圆轨道间最佳转移的又一种解法	138
5.4 关于文献[4]中两个不定向椭圆轨道间最佳转移一个失误的说明.....	144
5.5 本书小结	146
附录 谢光选等院士对本书有关成果的意见.....	148
参考文献.....	154

第1章 引论

1.1 航天器的发射及发射中的优化

本书主要讨论航天器(人造卫星、载人飞船等)最佳发射轨道问题,也讨论其他一些有关的问题。

发射一个低轨道的卫星,可以直接进入目标轨道(见图 1-1)。

发射一个较高轨道的卫星,可以从地面起飞先冲破大气层,到了一定高度后关机,然后作惯性飞行至目标轨道,最后再加速一次进入目标轨道(见图 1-2)。这种发射方式本书中称为三段式发射方式。考虑到能量的优化,惯性轨道所在的平面要与目标轨道所在的平面共面并且惯性轨道与目标轨道相切。

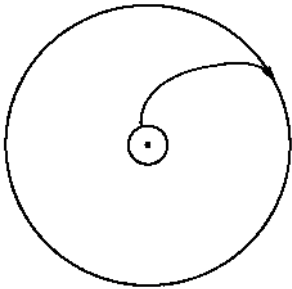


图 1-1 发射轨道示意图(1)

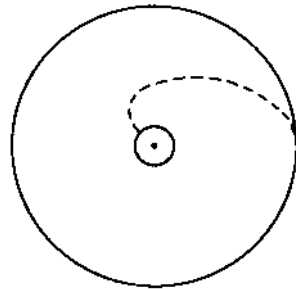


图 1-2 发射轨道示意图(2)

当然,发射一个高轨道的卫星也可以先发射到停泊轨道,然后再由停泊轨道转移至目标轨道(见图 1-3)。同样是由于考虑到能量的优化,停泊轨道所在的平面要与目标轨道所在的平面共面。

我们知道:从停泊轨道到目标轨道的转移是有一套完整的理论的,所以这种发射问题实际上仍是一个向停泊轨道的发射问题,另外还派生出停泊轨道的大小和形状问题等。

如果把三段式发射方式的中间惯性轨道看做零,那么三段式发射方式就退化为直接进入式的发射。所以本书中讨论发射问题主要就是讨论三段式发射及其有关的问题。

三段式发射方式的第 1 段就是火箭在地面附近的飞行。

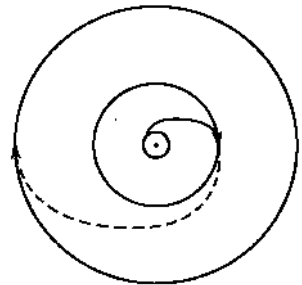


图 1-3 发射轨道示意图(3)

设 V 为火箭在地面附近的轨道上飞行的切向速度^①;

θ 为火箭飞行方向与水平线的夹角;

m 为火箭的瞬时质量;

mg 为火箭的重力;

$mg \cos \theta$ 为重力的向心分力;

D 为火箭飞行时所受的空气阻力;

T 为火箭发动机产生的轴向推力;

δ 为推力与火箭飞行方向间的夹角;

L 为火箭在迎面气流作用下产生的升力;

W 为火箭发动机的有效喷气速度。

故得火箭沿轨道切向运动(见图 1-4)的方程为

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{D}{m} - g \sin \theta - W \frac{dm}{dt} \frac{\cos \delta}{m} \quad (1.1-1)$$

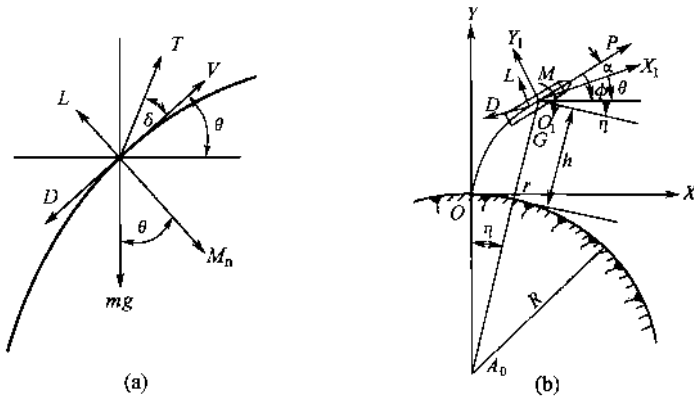


图 1-4 火箭近地飞行分析

又令 S 为火箭沿轨道运动的路程, R 为轨道的曲率半径

$$\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{dS}$$

故火箭飞行的向心加速度为

$$\frac{V^2}{R} = V^2 \frac{d\theta}{dS} = V \frac{dS}{dt} \frac{d\theta}{dS} = V \frac{d\theta}{dt}$$

因此火箭的法向运动方程为

^① 我们按图 1-4(b)所示的在主动段作用于火箭上的力系来分析,但由于 η 等是可忽略小量,所以也可按图 1-4(a)那样分析。另外由于气动阻力、重力(这是主要的)等引起的速度损耗和对给定的关机点 r_0 基本是一常量,所以本节分析完全符合本书有关结论情况。当然,若损耗之和不是常量,我们也可像 2.16 节那样探讨。

$$V \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m} - g \cos \theta - W \frac{dm}{dt} \frac{\sin \delta}{m} \quad (1.1-2)$$

由式(1.1-1)和式(1.1-2)联立的方程组描述了火箭在地面附近的轨道上的运动情况。应当指出,一般火箭发射时, $t=0$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; 即火箭是垂直起飞的。这时如果推力也垂直向上, 则 $\delta=0$; 由于火箭对轨道不倾斜, $L=0$ 。所以从式(1.1-2)得

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \text{ 即 } \theta = \frac{\pi}{2}$$

要使轨道倾斜, 必须使 $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ 。改变 θ 角的方法在实际中有多种, 例如微小调节一下推力方向即可在一段时间内使 θ 角改变到给定值。

从式(1.1-1)可得

$$dV = -\frac{D}{m} dt - g \sin \theta dt - W \cos \delta \frac{dm}{m} \quad (1.1-1')$$

由于火箭发动机产生的推力很大, 只须推力方向改变一很小的 δ 角即可改变火箭的飞行方向, 因此可令 $\cos \delta=1$, 钱学森认为其所引起的误差很小。这样对式(1.1-1')进行积分就得

$$\int_0^{V_1} dV = -\int_0^{t_1} \frac{D}{m} dt - g \int_0^{t_1} \sin \theta dt - W \int_{m_0}^{m_1} \frac{dm}{m}$$

即

$$V_1 = -\int_0^{t_1} \frac{D}{m} dt - g \int_0^{t_1} \sin \theta dt + W \ln \frac{m_0}{m_1} \quad (1.1-3)$$

对 N 级火箭, 显然可得

$$V_N = -\int_0^{t_N} \frac{D}{m} dt - g \int_0^{t_N} \sin \theta dt + \sum_{i=1}^N W_i \ln \frac{m_0^{(i)}}{m_1^{(i)}} \quad (1.1-4)$$

公式中由于推力作用所产生的速度即齐氏速度, 只要知道各级的喷气速度及各级火箭在点火时和熄火时的质量即可计算出来。这样, 把其他两项所损耗的速度大小计算出来就可算出在关机时火箭所具有的速度。

公式中阻力 D 一般表示为

$$D = C_D \rho V^2 S / 2$$

其中, ρ 是空气密度; S 是物体的迎风截面积; V 是物体的运动速度; C_D 是阻力系数, 它跟物体的外形、速度和运动姿态等有关, 在航天器上天前从实验中获得。

优化要考虑的是, 对三段式发射而言第1段结束时选择怎样的 r_0 , α , V_0 ; 惯性段轨道选择何种圆锥曲线弧; 切点选择在何处; 推力大小如何选择等。目标是损耗的能量最省, 当然也可把费用最省作为指标等。

再则, 如果用停泊轨道式发射, 那么如何选择停泊轨道; 最佳的停泊轨道与三段式的最

佳发射轨道有什么关系；整体最佳的三段式发射如何求？整体最佳的停泊式发射又如何求？等等。第2章内我们就将在逐个解决上述一系列问题的基础上，建立起我们自创的航天器的最佳发射轨道理论。

当然，在解决上面问题的基础上，我们又可去探讨新的问题。例如既要使能量省又要求时间省等。

1.2 航天器在地心引力场中的惯性运动

以地心为极点建立极坐标系如图1-5所示。

设火箭熄火时对应的时间为 t_0 ，对应的速度为 V_0 ，对应的距地心的距离为 r_0 ，火箭运动方向与径向的夹角为 α ，熄火点在极坐标系中的极角为 $\bar{\theta}$ （这里所指的熄火时是指第一主动段的熄火时）。

由于航天器在自由飞行中无推力作用，同时在200 km以上的高空中其空气阻力可以忽略不计，故其飞行为一个保守系统的运动，系统的总能量不变。

单位质量的物体在 r 处其势能为 $-\frac{\mu^2}{r}$ ，其中 $\mu^2 = gR^2$ 。

这里 g 为地球表面引力常数， R 为地球半径。

动能为
$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]$$

故从机械能守恒可得

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - \frac{\mu^2}{r} = \frac{1}{2} V_0^2 - \frac{\mu^2}{r_0} \quad (1.2-1)$$

另外，此时质点作惯性飞行，所受的力只有向心力，故此时质点的动量矩也守恒。

$$r \left(r \frac{d\theta}{dt} \right) = r^2 \frac{d\theta}{dt} = V_0 r_0 \sin \alpha \quad (1.2-2)$$

由式(1.2-2)可得

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r^2} \quad (1.2-3)$$

将式(1.2-2)和式(1.2-3)代入式(1.2-1)得

$$\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^4} + \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^2} - \frac{2\mu^2}{r} = V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} \quad (1.2-4)$$

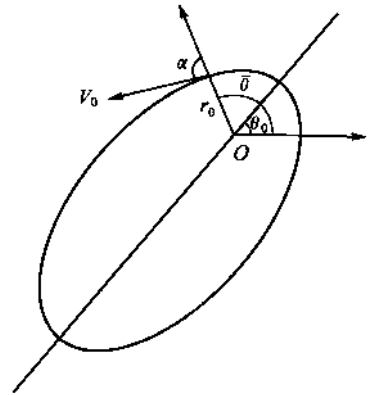


图1-5 极坐标平面运动图

这个方程很重要，它是本节的出发点。

显然，当 $\alpha=0$ 或 $\alpha=\pi$ 时，航天器的运动不是背离地心就是指向地心，其轨迹是条直线。

当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时，把此时的速度 V 分解成径向和横向两个分量。由图 1-5 可见，此时随着 θ 的增大， r 会增大。

另外，从式(1.2-4)可得

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 = \frac{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{2\mu^2}{r} - \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^2}}{\frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^4}} \quad (1.2-5)$$

因此，当 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时，由式(1.2-5)可得

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{2\mu^2}{r} - \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^2}}}{\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r^2}} \quad (1.2-6)$$

所以

$$\begin{aligned} d\theta &= \frac{\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r^2}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{2\mu^2}{r} - \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^2}}} dr = \frac{-d\left(\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r}\right)}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{2\mu^2}{r} - \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{r^2}}} \\ &= \frac{-d\left(\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r}\right)}{\sqrt{\left(V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}\right) - \left(\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r} - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}\right)^2}} \end{aligned}$$

对上式进行积分，得

$$\begin{aligned} \int_{\theta}^{\theta} d\theta &= \int_{r_0}^r \frac{-d\left(\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r}\right)}{\sqrt{\left(V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}\right) - \left(\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r} - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}\right)^2}} \\ \theta - \bar{\theta} &= \arccos \frac{\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r} - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}}} - \arccos \frac{V_0 \sin \alpha - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}}} \end{aligned}$$

令

$$\arccos \frac{V_0 \sin \alpha - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}}} = A_1$$

则

$$\begin{aligned} \theta - \bar{\theta} + A_1 &= \arccos \frac{\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r} - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}}} \\ \cos[\theta - (\bar{\theta} - A_1)] &= \frac{\frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{r} - \frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha}}{\sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}}} \\ r &= \frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{\frac{\mu^2}{V_0 r_0 \sin \alpha} + \sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}} \cos[\theta - (\bar{\theta} - A_1)]} \end{aligned} \quad (1.2-7)$$

将式(1.2-7)与极坐标系下的圆锥曲线方程

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)} \quad (*)$$

相比较, 可得

$$p = \frac{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha}{\mu^2} \quad (1.2-8)$$

$$e = \frac{V_0 r_0 \sin \alpha}{\mu^2} \sqrt{\frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha} - \left(\frac{2\mu^2}{r_0} - V_0^2 \right)} \quad (1.2-9)$$

$$\theta_0 = \bar{\theta} - A_1 \quad (1.2-10)$$

下面我们仅讨论 $V_0 < \sqrt{\frac{2\mu^2}{r_0}}$ 的情况。显见当 $V_0 \geq \sqrt{\frac{2\mu^2}{r_0}}$ 时, 所对应的是双曲线、抛物线。

对于 $V_0 < \sqrt{\frac{2\mu^2}{r_0}}$ 的情况, 虽然此时画出的轨迹对应图 1-6 所示实线部分, 但实际上, 它把一个完整的椭圆都描述出来了, 而且方位也确定了。

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 且熄火点的速度方向如图 1-7 所示时, 我们仍可由式(1.2-4)类似推得

$$r = \frac{V_0 r_0}{\frac{\mu^2}{V_0 r_0} + \sqrt{V_0^2 - \frac{2\mu^2}{r_0} + \frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2}} \cos(\theta - \bar{\theta})} \quad (1.2-11)$$

将式(1.2-11)与极坐标系下的圆锥曲线方程(*)相比较, 可得

$$p = \frac{V_0^2 r_0^2}{\mu^2}$$

$$e = \frac{V_0 r_0}{\mu^2} \sqrt{\frac{\mu^4}{V_0^2 r_0^2} - \left(\frac{2\mu^2}{r_0} - V_0^2 \right)}$$

$$\theta_0 = \bar{\theta}$$

它对应的轨迹, 是图 1-7 所示的椭圆。

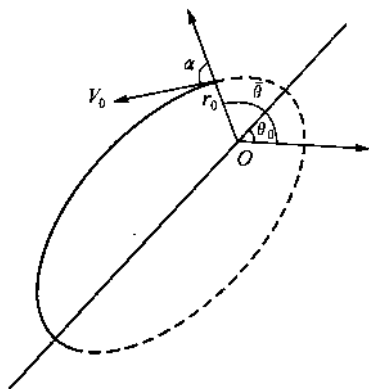


图 1-6 极坐标平面运动图 ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

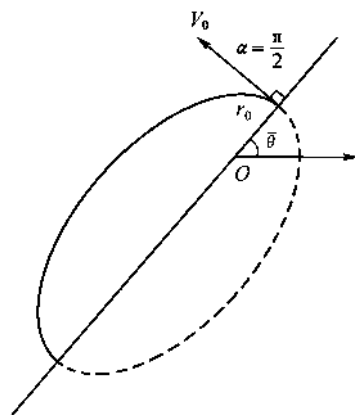


图 1-7 熄火点速度方向 ($\alpha = \frac{\pi}{2}$)

至此, 对于 $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ 的情况, 我们完全讨论好了。其他情况, 可类似讨论(如果有兴趣的话)。

1.3 航天器在轨道改变和轨道转移及轨道调整中的优化

轨道改变和轨道转移的情况分别如图 1-8 和图 1-9 所示。

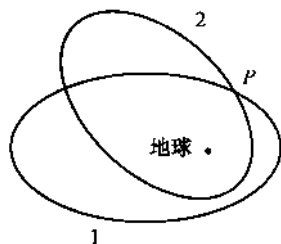


图 1-8 轨道改变

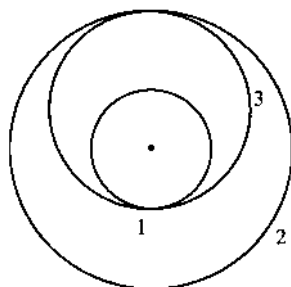


图 1-9 轨道转移

如果轨道 1 与轨道 2 不共面且只有一个交点 P , 那么在交点处进行单冲击可使航天器由轨道 1 改变为轨道 2。

如果轨道 1 与轨道 2 共面, 显然这时就有两个交点。在哪个交点处进行单冲击使航天器

由轨道 1 改变成为轨道 2 就有一个优化的问题(见图 1-8)。

在轨道调整中如果也出现类似问题,那么显然我们可以类似地进行优化。

至于轨道转移,那优化问题就更为人们所知。

我们知道:从一个圆周轨道转移到另一个圆周轨道,如果仅仅考虑双冲击过渡,那么霍曼(Water Hohmann)早就指出霍曼转移轨道为最佳(见图 1-9)。

后来 Lawdan 等人研究过两个定向的轨道之间的转移问题,但办法很复杂。

有很多的实际背景是要解决圆轨道与椭圆轨道之间的最佳转移问题,这实际上是两个不定向轨道之间的最佳转移问题。巴尔(Barrar)等人的研究包含了这类问题,得到的结果也很漂亮,即从能量的角度来看,冲击的次数不是 2 就是 3;当然还给了判别方法。这就是说冲击的次数不是越多越好,再多的冲击一定不好。

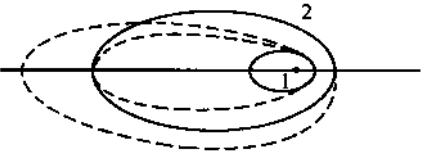


图 1-10 三冲击过渡

三冲击过渡如图 1-10 所示。

考虑到飞行时间和点火次数以及 2 次冲击和 3 次冲击具体所消耗的能量比较,所以工程上一般还是采用两冲击转移即霍曼转移。

1.4 返回中的优化,高速效应,小推力

返回是进入的特殊情况,它是指目标天体为地球的进入情况。

假设航天器由空间返回地球引力圈内标定极径为 r_0 的一点 Q 时所具有的速度为 V_Q , 方向角 α 可任意控制。在 Q 处受到一个逆向的冲击,速度降至 V_0 ,然后在地球引力作用下自由飞行;在到达自由飞行段终点时速度已变成 V'_T ,在那里再受一次逆向的冲击使飞船速度降至 V_T ,从而进入预定的低轨道运行。

这里也有优化的问题,我们在本书的正文中已详细叙述了。

而从一个低轨道上返回地球,工程上已基本解决了。即大致经过:调姿—制动—过渡—再入走廊—着陆几个阶段,如图 1-11 所示。

这里,关键的问题是如何利用大气层问题:既不要让阻力引起的过载太大,又不要让航天器受热太多或太强而受损甚至烧毁,同时又要利用大气的阻力使航天器平安地返回到指定的地方。

至于对高速效应的考虑,我们也得到了一些结果。例如在 $Oxyz$ 系统内的人看到的圆锥曲线或直线……在另一个高速的系统 $O'x'y'z'$ 系统内的人看来会是什么……正文都作了详细的叙述。

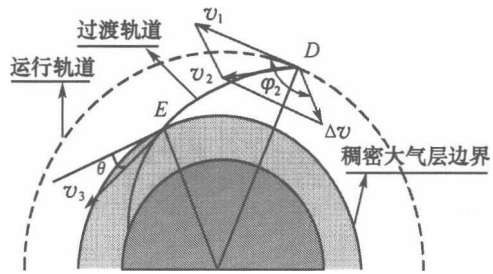


图 1-11 航天器返回示意图

当然前面我们主要是在大推力情况下考虑的。在小推力的情况下，如果起飞轨道是一个圆轨道，其优化问题国内外都已取得了很多成果。如果起飞轨道是椭圆轨道，本书的有关部分就是我们对它优化问题作了一些探讨后所得的结果。

第 2 章 发射航天器的最佳轨道

2.1 引言

1962 年, 钱学森先生出版了《星际航行概论》一书。在该书中, 他在国内首先提出了关于人造地球卫星的最佳发射轨道问题, 并且对目标轨道为圆周轨道的情况建立了一个简单的数学模型。

首先, 把人造地球卫星的发射轨道分为图 2-1 所示的三段。

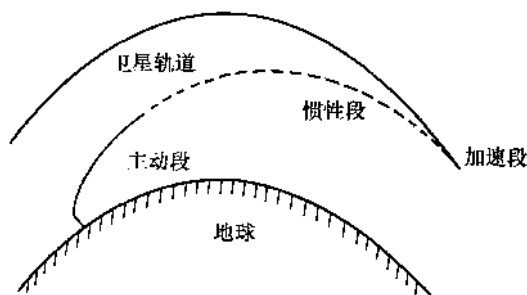


图 2-1 三段式发射轨道示意图

其次, 作如下假设: 对于熄火点 r_0 而言, 若其对应的速度为 v_0 , 那么从地面起飞到熄火点 r_0 处, 由大气阻力引起的速度损耗 A_2 和由地球引力引起的速度损耗 A_1 之和为常数。

对某个给定的 r_0 而言, 若记 $A_1 + A_2 = A$, 那么钱学森先生解决他提出的那个问题的指标函数就是

$$f = v_0 + \Delta v + A$$

这就是说, 对于一个给定的目标轨道, 我们如何分配 v_0 及 Δv , 使卫星切向进入目标轨道且使指标函数 f 之值为最小?

他考虑的是一个圆周轨道。他充分利用圆周轨道这个特征, 简洁而巧妙地解决了这个问题。答案很漂亮, 如图 2-2 所示。

那么我们做了些什么呢?

首先, 对于给定的某一常数 r_0 而言, 若到此 r_0 处由空气阻力所引起的速度损耗和由地球引力所引起的速度损耗之和还是某一常数 A , 但我们把目标轨道扩大到椭圆轨道(当然结