邏輯新引

黎　蒙　著
黃慶明　譯

牧童邏輯叢刊 7
牧童出版社

邏輯新引

黎蒙 著
黃慶明 譯

牧童邏輯叢刊 7
牧童出版社

BEGINNING LOGIC

By E. J. LEMMON

TRANSLATED by CHING-MING HUANG

COWBOY PUBLISHING CO., LTD.

TAIWAN

R.O.C.

邏輯新引

牧童邏輯叢刊 7

原　　著：	黎　蒙
譯　　者：	黃　慶　明
主　　編：	劉　福　增 洪　成　完
發 行 者：	牧　童　出　版　社
	臺北市興隆路一段184巷2弄3號
	郵政劃撥臺北 18705 號
登 記 證：	局版臺業字第 0677 號
每冊定價：	新臺幣 120 元
初　　版：	中華民國 67 年 11 月

P15001178

S1500

△譯者簡介

黃 慶 明

臺灣臺北人

國立臺灣大學學士、碩士

現任教中國文化學院及中原理工學院

△譯作

倫理學（譯　福蘭克納原著）

萊布尼茲（譯　蕭莉德著）

譯　序

本書是根據黎蒙（E.J.Lemmon）的 *Beginning Logic* 一書譯成的。黎氏是加州克拉蒙研究所（Claremont Graduate School）的哲學教授。

在譯本書時，譯者修改了幾個不合國情的例子，並根據個人的教學經驗，增補了一些例題及習題。

楊斐華同學、徐正平同學和張復同學，對於本書的初稿貢獻很多。台大洪成完老師曾校讀過全稿，並修正了一些錯誤。此外，台大劉福增老師曾詳校過全稿，除修正了一些錯誤之外，並潤飾過全文。第一，書中的專有名詞譯法，許多是劉老師提供的；第二，前提號碼及證明行數的寫法也經他修正過，例如，某證明的第三行，原為「1,2　(3) $P\rightarrow Q$　1,2MPP」，現在改成「{1,2}　3 $P\rightarrow Q$　1,2MPP」。第三，約有三分之二的行文經過劉老師的潤飾。

對於以上諸位的貢獻，譯者在此一併致謝。也許還有錯誤，那是譯者的疏忽，願聆教益。

黃慶明

1978年9月

原　序

1958 年到 1962 年間我在英國牛津大學講學。1961 年我在美國德州大學春季開課。本書題材，主要在這期間成長並撰成的。後來在加州克拉蒙（Claremont）學院也用這個題材當一個學期課程的教材，在洛杉磯加州大學的暑期班也曾用過。本書是計劃給大學程度的學生，當作一季或一學期的邏輯導論課教材；但是我看不出有什麼理由不能在專科或高中也使用本書當教材。我希望並預期在專科或高中裡也漸漸增加邏輯的教學。閱讀本書之前，不先行假定要有哲學或數學的知識（除了能夠計算並認得幾個基本的代數等式之外），而且本書是針對那些覺得數學思考困難的人而寫的，而不是覺得數學思考容易的而寫的。因此對於聰明的門外漢而言，當他在自修時，應該發現本書的大部份內容，都不難了解。

致學生

本書目的在提供命題演算和述詞演算一套良好的有用知識。這兩個演算是現代符號邏輯據以建造的基礎。因此，我把重點放在證明發現的實際技巧。在此架構內，我儘可能不牽就直覺的似可靠性而犧牲了形式的精確性，雖然，在開始的幾個階段裡，有時候卻十分謹愼地這樣做。其結果可能是讀起來枯燥乏味，但不應該是難以閱讀的。另一方面，我挿入幾節較富理論性質的篇幅，一方面是要指出更高邏輯的形態，另一方面是要引導那些較優秀的學生，因爲他們也許有意再深入研究那個主題（書後的參考書目和隨後的註解就是要在這方面引導他們）。尤其是第二章的第四、五兩節，以及第四章的第二節，都比本書其他各章節要困難得多，普通程度的學生們應該有技巧地跳過去（那是說，快速地讀過去）：基本上而言，即使不看這些章節，其後各章節的內容也並不因此而不能了解。

大略地說，我們在第一章研究命題演算裡的某些基本證明，並學習熟練其導衍規則。在第二章，學生們在熟悉此演算的術語和語法之後，就要介紹眞值表給他們。它是獨立於那些規則而用來控制健全性與完備性的。第三章提出述詞演算的規則及其基本的結果，就如同第一章處理命題演算的方式一樣，以比較非形式的方式進行。第四章以概述述詞演算的理論（第一、二節）開始，但是接著就是它的應用：第一是關於等同性；第二是關於傳統的三段論理論；第三是關於關係的性質。標準形放在附錄A（讀完第二章第三節之後就可以讀它）。很多邏輯課程把它當作要目之一，但在邏輯教本裡，却有不怎麼注意它的傾向。附錄B介紹類論，可以當作本書與更高教本之間的橋樑。

致教師

全書使用自然演繹法，而沒有提到兩個演算的設基展開法，但是在參考書目中會列出有關設基法的書。證明提出的方式，大部份借助休斐士（Suppes）的《邏輯導論》，梅玆（Mates）的〔基本邏輯〕在這方面也遵循休斐士的。用數碼把假設列在證明的每一行左邊，這個設計我認爲比傳統的方式要清楚得多。命題演算的規則基本上是從耿乘（Gentzen）發展出來的。它們有很大的優點，幾乎所有標準的結果，都可在不超過十五行的證明裡，從它們獲得。同時，對那些有哲學性懷疑的學生們而言，似乎也有理由讓他們信服。因此教師們自己要編撰一些優良的習題，並規定學生們要在一組定義清楚的規則內來練習。專家們會發覺到，如果雙否定律去掉一半的話（從～～A導出A），那麼所產生的這組規則將定義了約翰生（Johannson）的最小演算（minimal calculus），而且，如果這組規則再加上「從矛盾導出任何東西」這條規則的話，那麼所合成的這組規則將定義直覺主義的命題演算。一但我們把排中律的似不可靠性提示給聰敏的學生時，他們對這些事實就會感興趣的。

述詞演算的規則也是來自耿乘。我們也可以在費崎（Fitch）的《符號邏輯》看到。它們也在梅玆的《基本邏輯》重新出現。這些規則有個性質，那就是，如果加上剛才提到那組較弱的規則，則它們就產生一個適當的對應述詞演算。本書處理

值得一提的一個特徵是，通常用自由變元來擔當的角色，在此用另一種不同形態的符號來擔當。這種符號叫做任選名稱。因此形成規則比一般的要爲複雜；但是像「空量號」(如「$(x)P$」)這種怪東西却沒有了，而且在陳述量號規則時，也可以減少各種怪東西却沒有了，而且在陳述量號規則時，也可以減少各種限制的困擾。這種特徵並不新：至少要追溯到希爾伯(Hilbert)和伯奈(Bernays)，辛棣卡(Hintikka)就已經在用這種設計，而且在梅玆的書中也變相出現。我的經驗是，這種設計比一般的符號較不會引起麻煩(註：我應該再加一點：丘崎的《數理邏輯導論》中的第 460 條註脚裡，批評這種設計；但是他所說的一點也不反對這種設計在教學上的誘力)。

任何好學生都會懷疑實質涵蘊的悖論。這個事實可以說大大地妨害了一開頭就用眞值表來處理命題演算的方式。因此我懇求學生們先在第一章裡，接受一組規則，在第二章裡，用這組規則把悖論導出來，成爲自然流出來的結果；因而使得眞值表方法反而部份地要訴諸這些規則才成立。所以，對於那些認爲悖論提出了眞實的問題的教師們而言，他會(正當地)發現我的策略是狡詐的。

凡例

命題演算的結果編號爲 1 到 55，如第一、二章所示。述詞演算的結果編號爲 100 到 165，如第三、四章所示。類論的某些結果，編號爲 200 到 231(見附錄 B)。在這些結果後來被引用或參考的地方，我用它們的編號來提到它們。習題中的結果有時也被提到，因此像「2.4.1(c)」是指第二章第四節的習題第一題的 (c)。括號中的數字是指證明的行數，或同一節裡已編號的句子或式子；上下文中，會告訴我們到底是指那一個。

湯瑪斯(Tvo Thomas)神父校讀過第一章。湯姆生(James Thomson)教授校讀過全書。他們提出許多寶貴意見和修正了不少錯誤，我在此一併致謝。對於內人和蘇珊、莉笛兒(Susan Liddiard)小姐的協助打字，以及馬歇爾(Bruce Marshall)先生的協助校樣和整理索引，我也非常感激。對於應該如何來構作邏輯規則才好，我要歸功於跟同事們的許多討論：尤其是休裴士教授和譚

美（Michael Dummett）教授。他們的想法是我該撰寫本書。但是我最感謝的人還是牛津、德州，以及其他各地的學生們，由於他們的質問和抱怨，促使我要把所寫的題材寫得更清楚些。錯誤之處在所難免，當然都是我的疏忽。

我願意把此書獻給普萊爾（Arthur Prior），沒有他的鼓勵和熱忱，我不會讀邏輯，並要以此紀念家父，我希望他會以此為樂。

黎蒙（E.J. Lemmon）

克拉蒙，加州，1965年3月。

目 次

第一章　命題演算1

1　邏輯性質

要簡要地說明邏輯是什麼，並不是一件容易的事，而且也未必有用。就像大多數的學科，邏輯包含許多不同種類的問題，也沒有確定的範圍；在其一端，它漸漸化入數學，在其另一端它則漸漸化入哲學。要想知道邏輯是什麼，最好的方法就是去做一些邏輯。雖然如此，概括地談一下這門學科的性質，還是有助於讀者了解本書其餘部份的舖陳。

邏輯所關心的，主要的是論證的健全與不健全（soundness and unsoundness）問題。邏輯也想使論證的可接受性之條件，弄得儘可能精確，不管這論證是出自什麼研究領域。但是這話需要加以解說：我們必須說明，第一，什麼是論證（argument）；第二，我們所謂的「健全」究竟是什麼意思；第三，我們如何能使健全的論證所需之條件精確；第四，這些條件如何可獨立於論證所從出的領域。讓我們逐一討論看看。

一個典型的論證，是由一些叫做**前提**（permisses）的敍說（statement）或命題（proposition），和一個被主張說是從前提跟隨而來並叫做**結論**（conclusion）的敍說或命題所組成的。在中文裏，我們說，某某結論是從某某前提跟隨而來時，就用「故」、「所以」，或「因此」等字眼，放在前提與結論之間。邏輯家有時不說結論是（或不是）從前提跟隨而來，而要說前提涵蘊（entail）（或不涵蘊）結論。當某人很認眞地利用一個論證的時候（比方說，不只是引來當作一種說明），他不僅斷說前提爲眞，而且斷說結論依**前提之爲眞**而眞。這就是我們所謂從前提**導出**（drawing）結論的意思。

邏輯家所關心的是，結論是否從一組所予前提跟隨而來。如果是，則該論證

便健全；否則，便不健全。我們經常用「有效（valid）」和「無效（invalid）」來代替「健全」和「不健全」。論證的健全與不健全的問題，必須謹慎地與論證中的命題（前提或結論）之眞、假的問題辨別清楚。比方說，從假的前提，或眞假命題混合的前提，可以健全地導出眞的結論：從底下的論證

(1) 拿破崙是德國人；所有的德國人是歐洲人；
所以拿破崙是歐洲人。

我們得知，從一組第一個爲假而第二個爲眞的前提，可以健全地導出眞的結論來。再者，從假的前提，或眞假命題混合的前提，也可以健全地導出假的結論：在底下的論證：

(2) 拿破崙是德國人；所有的德國人都是亞洲人；
所以，拿破崙是亞洲人。

裏，從兩個假的前提可以健全地導出假的結論。另一方面，一個論證並不因其前提和結論都眞，而它就必定健全；這樣，在底下的論證

(3) 拿破崙是法國人；所有的法國人都是歐洲人；
因此，希特勒是奧國人。

裏，所有的命題都眞，可是沒有人會說結論是從前提跟隨而來的。

論證的健全不健全與其成分命題的眞假之間的基本關係是這樣的：一個論證，假如其前提都眞而結論卻假，則絕不會是一個健全的論證。健全推理的必要條件是，從眞的前提只能推出眞的結論。這個條件當然不是健全推論的充分條件。如從(3)得知，前提眞，結論亦眞，論證卻不健全。但是，一個論證如要健全，至少必須是這樣：假如所有的前提全部都眞，則結論亦眞。今日邏輯家主要的興趣在健全性的條件，而不在前提與結論實際上眞假。不過或許會附帶對眞假的問題發生興趣，因爲命題的眞假與論證的健全與否有上述那種關連。

邏輯家是用什麼技術，把健全論證的條件弄得精確呢？本書的主旨就是要對

此問題做一詳盡的答覆；不過，我們暫時可這麼說：邏輯家最有用的設計就是採用了一種特別的符號，一種邏輯符號，邏輯家可提出精確的規則來使用這種符號。由於這種特徵，這門學科有時叫做**符號邏輯**（symbolic logic）。（有時也叫做數理邏輯，一方面是因爲它達到了類似數學的嚴密性；一方面是由於當代邏輯家特別對於數學領域所導出的論證發 興趣。）爲要瞭解邏輯符號的重要性，我們應記住專門的數學符號相類似的重 性。

試看底下這個初等代數方程式：

(4) $x^2-y^2=(x+v)(x-y)$,

試想想看，如果沒有變元「x」,「y」，括弧，以及加號和減號，而要用日常中文來表示這個命題，將多麼困難！或許我們所能做到的頂多是這樣：

(5) 一數的平方減去第二個數的平方所得的結果，與這兩數相加，第一個數減第二個數，然後把這兩個計算的結果相乘所得結果，是相同的數。

比較(4)與(5)，我們就知道，當作表示同一命題而言，(4)起碼有三個優點勝過(5)。(4)更爲簡潔，更爲清楚——至少在瞭解了數學符號之後是更清楚，而且它更爲精確。邏輯利用了特別的邏輯符號也同樣具有這些優點——簡潔，清楚和精確。

方程式(4)對於**任何**一對數 x 和 y 都成立。因此，假如我們取 x 爲15，y 爲7，我們可得(4)的一個結果：

(6) $15^2-7^2=(15+7)(15-7)$

比較(6)和(4)，我們可看出只要用「15」取代「x」,「7」取代「y」，就從(4)到(6)。我們只要看一下是否對變元做了正確的取代，就可驗得，(6)的確是從(4)得來的。但是，假如(6)是用日常語言來表示，如同(4)用(5)來表示，那麼將很難看出(6)是否是從(5)健全地獲得的。數學符號使得數學演算的操作與驗證變得非常容易。同樣的，如果我們要正確地論證，以及要有效地驗證論證的健全性，邏輯符號是我們人所不可缺少的。

邏輯方面的著作有一套專門符號，一定要學會才行。如果後來學得令人氣惱，那麼讀者應該記住：他必須先學會「+」,「−」等等符號的正確用法，才能精通代數的演算；同樣的，只有在他學會了邏輯符號之後，才會熟悉論證的演算。邏輯模仿數學而來的這套設計，正是邏輯家用來驗證論證之健全與不健全的最有力的工具。

本節最後的問題是：有效論證的條件，怎麼可以獨立於論證所從出的領域來研究呢？如果不能這樣做的話，就沒有所謂邏輯這門單獨的學科了。現用一個簡單的例子就足以說明這個問題。試比較一下這兩個論證

(7) 翠啼鳥是知更鳥；沒有一隻知更鳥是候鳥；
所以，翠啼鳥不是候鳥。

與

(8) 氧是一種元素；沒有一種元素是分子；
所以，氧不是分子。

上面兩個論證都健全（一個來自鳥類學，另一個來自化學）。看過之後，我們難免覺得它們有某種共同之處。邏輯家把此共同點叫做邏輯形式（logical form），這個以後會再詳談。我們暫時只對此共同形式做一初步的解析。(7)和(8)兩者的第一個前提都斷說，有某個東西，讓我們叫它做 m（在(7)是翠啼鳥，在(8)是氧氣），有某種性質，讓我們叫它做 F（在(7)是爲知更鳥，在(8)是爲元素）。而(7)與(8)的第二個前提都斷說，沒有一個具有性質 F 的東西也具有另一種叫做性質 G（在(7)是爲候鳥，在(8)是爲分子）。而(7)與(8)的結論都斷說，所以，m 這個象目不具有性質 G。我們可將(7)與(8)的共同樣型說明如下：

(9) m 有 F，沒有一個具有 F 的東西具有 G；所以，m 沒有 G。

一旦把論證中的共同邏輯形式抽離出來，如(9)所示，則它的新特徵便顯現出來。不管所選取的 m 是什麼東西，不管 F 和 G 是什麼樣的性質，樣型(9)永遠是有效

的：(9)所代表的，是有效論證的一種樣型。譬如說，把 m 看作張三，F 和 G 分別看作爲單身漢和爲結婚的性質：則(9)便成爲

(10)　張三是一個單身漢；沒有單身漢是結婚的；所以，張三沒有結婚。

(10)像(7)與(8)一樣是個健全的論證。然而，(9)並不局限於任何特殊的題材，不論是鳥類學、化學或法律都適用；這些特殊的術語系統——「候鳥」、「分子」、「單身漢」——都用「F」,「G」,「m」等形架（schematic）字母來取代而消失不見了。

如此一來，形式便可獨立於題材而研究了，並且一個論證的有效或無效主要的竟然是依據它的形式，而不是依據它的題材內容。因此，邏輯與其說是研究實際的論證本身，不如說是研究論證的形式。

總結一下本節的內容，我們可以把邏輯定義爲以符號作爲工具，對於有效或無效論證樣型之精確條件的研究。我們明白，有效與無效必須謹愼地與相關的眞、假概念分開。不過，它是暫時性的說明，底下所講的當會使我們有進一步的瞭解。

2　如言與否言

當我們分析論證的邏輯形式時（如在上一節，從(7)與(8)解析出(9)來），跟特殊題材有關連的字眼就消失了，而其他若干字眼卻保留下來；所剩的字詞就是邏輯家主要的興趣所在，因爲這些字眼的性質正是論證有效性關鍵所在。其中特別重要的字眼有「如果…則…」（if … then），「…而且…」（and），「…或者…」（either … or），以及「並非」（非，不，not）。事實上，本章及下一章就是要研究這些字眼在論證中適當用法的精確條件，在日常言談中，我們沒有一種文法術語可以稱呼它們。不過，在邏輯裏頭，可叫做用在語句上的語句形成運算詞（sentence-forming operators on sentences）。底下我們將說明爲什麼

取了這麼長的名字。

如前所示，論證裏面有命題；論證是命題的某種組合，其中可區分爲前提和結論。在自然語言中，命題是由語句表示出來。然而，並非所有的語句都表示命題；有些語句用來發問（像「張三在那裏？」），有些則用來使喚（像「把門打開！」）。表示命題的語句與其他種類的語句之不同可這樣區別：邏輯家有時把前者叫做**直述句**（declarative sentences）。除非有特別的聲明，否則當我們說語句時，我們的意思是指直述句而言。如果我們選出兩個語句，姑且說，「天下雨」及「天下雪」，那麼我們能夠適當地把「如果…則…」，「…而且…」，以及「…或者…」派上用場，以得到一些新的語句：「如果天下雨則天下雪」，「天下雨而且天下雪」，以及「天下雨或者天下雪」。原先的那兩個語句只是用來取代「如果…則…」，「…而且…」，「…或者…」中的空白處。再者，如果我們只選一個語句，就說「天下雨」這句好了，則我們也能適當地把「不」用上去，而得到一個新的語句：「天不下雨」。因此，從文法上說來，這些字眼的效能便是從所予語句（一個或兩個）形成新的語句。所以我們把它們叫做用在語句上的語句形成運算詞。其他的例子，如「雖然…但是…」（需要兩個語句，句子才算完整），「因爲…所以…」（也需要兩個語句），還有「據說…」（只需要一個語句）。

（本書是以英文寫成的，因此原書提到的都是英文語句及字詞；但是，經由適當的翻譯，上述的說明也可以應用到所有我所知的語言上。實際上，邏輯是不偏狹的，儘管表面上並非如此。）（譯註：上面的按語當然是就原書而言。但是如把其中的「英文」改爲「中文」也沒有不可。）

本節我們要研究的是，操作「如果…則…」和「（並）非」的規則。我們就先來給這些運算詞引進邏輯符號。設 P 與 Q 爲任意兩個命題，那麼命題如果 P 則 Q 可寫成：

$$P \to Q。$$

再者，令 P 表任意命題，那麼命題並非 P 可寫成：