GUANLISHUXUE

主　编：钱存端
副主编：刘春敏
吴家宏

管理数学

河海大学出版社

管　理　数　学

主　编　钱存端

副主编　刘春敏

吴家宏

河　海　大　学　出　版　社

责任编辑 龚 俊

管 理 数 学

主 编 钱存端

副主编 刘春敏 吴家宏

出版发行:河海大学出版社

(南京西康路1号 邮政编码:210098)

印 刷:南京金阳彩印厂

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 10.5 字数 273 千字

1997年12月第1版 1997年12月第1次印刷

印数 1—23600 册

ISBN 7—5630—1174—9

F·179 定价:12.00 元

前　　言

管理数学是80年代以后发展起来的管理学和数学交叉的边缘科学。它研究管理工作中的数量问题,使之理论化、系统化。可以说,管理数学促使管理学从定性走向定量,从经验走向科学,从理论走向实践。由于管理数学是一门年轻的边缘科学,它的体系结构、内容分支目前仍处在发展之中。

本书的写作基于读者已基本掌握了初等数学的内容,实现了从初等数学跨越到管理数学的跃进。本书注重管理数学的逻辑性、严谨性、应用性,使这门新兴学科理论化、系统化。全书分三部分:线性代数、概率论和运筹学。线性代数、概率论是运筹学的理论基础,运筹学是线性代数、概率论的发展和应用。

本书由钱存端任主编,刘春敏、吴家宏任副主编,各章撰稿人:第一章、第四章,刘春敏;第二章,刘俊;第三章,姜曦东;第五章、第六章、第七章,钱存端;第八章,吴家宏;第九章,丁勋民;第十章,胡志军;第十一章,曹胜。

我们要感谢江苏省委党校函授学院对本书编写的大力支持,感谢河海大学出版社将本书及时出版。冯继生教授审阅了全书并对本书书稿提出了很多有益的意见。我们还参考了中外有关学者的著作,在此表示感谢。

由于我们水平有限,书中的缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

钱存端

1997年10月1日

目　　录

第二篇　概率论

第三篇　运筹学

第一篇　线性代数

第一章 行列式

在经济管理的活动中，有许多关系可以直接或近似地表示成一些变量间的线性关系，行列式就是研究这种线性关系的工具之一.

第一节 行列式的定义

一、二阶行列式

行列式的概念是从线性方程组的问题中引入的.所谓**线性方程组**是指未知数的最高次数是一次的整式方程组.例如，解二元一次方程组：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \tag{1.1}$$

用加减消元法，得：

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21}$$

于是，当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，此方程组有唯一解：

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ x_2 = \dfrac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases} \tag{1.2}$$

上式中的分母相同，而且只与方程组中 x_1，x_2 的系数有关，如果把这些系数按原来方程组中的位置写出，可以方便记忆，引进记号：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$，称为**二阶行列式**，即：

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

其中 a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22}称为这个二阶行列式的**元素**，横排称为**行**，竖排称为**列**，从左上角到右下角的对角线称为行列式的**主对角线**，从右上角到左下角的对角线称为行列式的**副对角线**.二阶行列式的值等于主对角线上两元素的积，减去副对角线上两元素的积.

在二元一次方程组(1.1)中，当它的系数组成的行列式(**系数行列式**)

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\neq 0$$

时，有唯一解.

若将行列式 D 中的第 1 列元素换成方程组中的常数项，得到行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}=b_1a_{22}-b_2a_{21}$$

将 D 中的第 2 列元素换成方程组中的常数项，得到行列式

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}=b_2a_{11}-b_1a_{21}$$

于是(1.2)可写成

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D} \\ x_2=\dfrac{D_2}{D} \end{cases}$$

例 1　解下列线性方程组

(1) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x - 3y - 12 = 0 \\ 3x + 7y + 5 = 0 \end{cases}$

解:(1)因为 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -7$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -14$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -7$$

所以,方程组的解为

$$\begin{cases} x = \dfrac{-14}{-7} = 2 \\ y = \dfrac{-7}{-7} = 1 \end{cases}$$

(2)先将原方程组变换成一般形式

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + 7y = -5 \end{cases}$$

因为 $D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 23$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 12 & -3 \\ -5 & 7 \end{vmatrix} = 69$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -46$$

所以,原方程组的解为

$$\begin{cases} x = \dfrac{69}{23} = 3 \\ y = \dfrac{-46}{23} = -2 \end{cases}$$

二、三阶行列式

类似地,对于三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{1.3}$$

用加减消元法先消去一个未知数，然后利用二元线性方程组的结果解出另外两个未知数，并将其代入原方程的任意一个中去，就可以求出未知数的值如下：

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{D}(b_1a_{22}a_{33} + b_2a_{32}a_{13} + b_3a_{12}a_{23} \\ \qquad - b_1a_{32}a_{23} - b_2a_{12}a_{33} - b_3a_{22}a_{13}) \\ x_2 = \dfrac{1}{D}(a_{11}b_2a_{33} + a_{21}b_3a_{13} + a_{31}b_1a_{23} \\ \qquad - a_{11}b_3a_{23} - a_{21}b_1a_{33} - a_{31}b_2a_{13}) \\ x_3 = \dfrac{1}{D}(a_{11}a_{22}b_3 + a_{21}a_{32}b_1 + a_{31}a_{12}b_2 \\ \qquad - a_{11}a_{32}b_2 - a_{21}a_{12}b_3 - a_{31}a_{22}b_1) \end{cases} \tag{1.4}$$

其中 $D = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \neq 0$.

三元一次方程组的解用这种表示法很繁琐，为了方便记忆和计算，引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$，称为**三阶行列式**，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \tag{1.5}$$

三阶行列式有 3 行、3 列,共 9 个元素,(1.5)式等号右边的代数和称为三阶行列式的展开式,式中共有 6 项,每一项都是行列式中位于不同行不同列的三个不同元素的乘积.

(1.4)式的分子也可以分别用三阶行列式表示如下:

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

则方程组(1.3)的解可以表示成

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{D_1}{D} \\ x_2 = \dfrac{D_2}{D} \\ x_3 = \dfrac{D_3}{D} \end{cases}$$

其中行列式 D_1、D_2、D_3 是将行列式 D 中的第 1、2、3 列的元素分别换成对应的常数项而得到的行列式.

在三阶行列式中,从左上角到右下角的对角线叫做**主对角线**,从右上角到左下角的对角线叫做**副对角线**.(1.5)式中有三项的符号是正的,其中的一项是位于主对角线上三个元素的乘积,其它两项中的每一项都是位于主对角线的一条平行线上的两个元素与副对角线上的一个元素的乘积.利用副对角线可以类似地得到(1.5)式中有负号的三项的构成规律.这个计算规则可以用图 1-1 表