

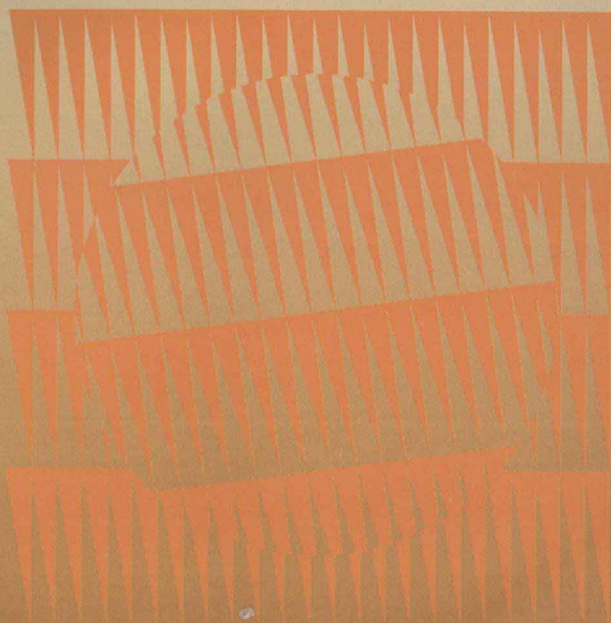
GUANLISHUXUE

主 编:钱存端

副主编:刘春敏

吴家宏

管理数学



河海大学出版社

管 理 数 学

主 编 钱存端
副主编 刘春敏
吴家宏

河 海 大 学 出 版 社

责任编辑 龚 俊

管 理 数 学

主 编 钱存端

副主编 刘春敏 吴家宏

出版发行:河海大学出版社
(南京西康路1号 邮政编码:210098)
印 刷:南京金阳彩印厂

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 10.5 字数 273 千字
1997 年 12 月第 1 版 1997 年 12 月第 1 次印刷
印数 1—23600 册

ISBN 7—5630—1174—9

F·179

定价:12.00 元

前 言

管理数学是 80 年代以后发展起来的管理学和数学交叉的边缘科学。它研究管理工作中的数量问题,使之理论化、系统化。可以说,管理数学促使管理学从定性走向定量,从经验走向科学,从理论走向实践。由于管理数学是一门年轻的边缘科学,它的体系结构、内容分支目前仍处在发展之中。

本书的写作基于读者已基本掌握了初等数学的内容,实现了从初等数学跨越到管理数学的跃进。本书注重管理数学的逻辑性、严谨性、应用性,使这门新兴学科理论化、系统化。全书分三部分:线性代数、概率论和运筹学。线性代数、概率论是运筹学的理论基础,运筹学是线性代数、概率论的发展和应用。

本书由钱存端任主编,刘春敏、吴家宏任副主编,各章撰稿人:第一章、第四章,刘春敏;第二章,刘俊;第三章,姜曦东;第五章、第六章、第七章,钱存端;第八章,吴家宏;第九章,丁勋民;第十章,胡志军;第十一章,曹胜。

我们要感谢江苏省委党校函授学院对本书编写的大力支持,感谢河海大学出版社将本书及时出版。冯继生教授审阅了全书并对本书书稿提出了很多有益的意见。我们还参考了中外有关学者的著作,在此表示感谢。

由于我们水平有限,书中的缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

钱存端

1997 年 10 月 1 日

目 录

第一篇 线性代数

第一章 行列式	(3)
第一节 行列式的定义	(3)
一、二阶行列式	(3)
二、三阶行列式	(5)
三、 n 阶行列式	(10)
第二节 行列式的性质	(10)
一、行列式的基本性质	(11)
二、利用行列式的性质计算行列式	(13)
第三节 行列式的展开	(18)
一、余子式与代数余子式	(19)
二、行列式按行(列)展开	(20)
第四节 克莱姆法则	(25)
一、克莱姆法则	(25)
二、齐次线性方程组	(28)
习题一	(29)
第二章 矩阵	(31)
第一节 矩阵的概念	(31)
一、问题的提出	(31)
二、矩阵的定义	(33)
第二节 矩阵的运算	(34)
一、矩阵的加法	(35)
二、矩阵的数乘	(36)

三、矩阵的减法	(37)
四、矩阵的乘法	(38)
五、矩阵的转置	(40)
第三节 逆矩阵	(42)
一、逆矩阵的定义	(42)
二、逆矩阵的存在条件及求法之一	(43)
三、逆矩阵的性质	(45)
第四节 矩阵的初等变换	(46)
一、矩阵初等变换的定义及性质	(46)
二、矩阵的秩	(48)
三、逆矩阵的求法之二	(50)
四、利用逆矩阵解线性方程组	(52)
习题二	(54)
第三章 线性方程组	(57)
第一节 线性方程组的基本概念	(57)
一、线性方程组的解	(57)
二、齐次线性方程组	(70)
第二节 线性方程组的矩阵解法	(61)
一、线性方程组有解的判别定理	(61)
二、用矩阵解线性方程组	(62)
第三节 线性方程组的应用举例	(66)
一、成本问题	(66)
二、产量问题	(68)
三、利润问题	(70)
习题三	(73)
第四章 投入产出数学模型	(75)
第一节 投入产出表	(75)
一、价值型投入产出表的结构	(75)
二、平衡方程组	(77)

第二节 直接消耗系数	(79)
一、直接消耗系数的概念	(79)
二、直接消耗系数的性质	(84)
二、平衡方程组的解	(85)
第三节 完全消耗系数	(91)
一、完全消耗系数的概念	(91)
二、完全需要系数的概念	(93)
第四节 投入产出法的应用	(95)
一、计划编制	(95)
二、计划检查	(99)
三、计划调整	(102)
习题四	(104)

第二篇 概率论

第五章 随机事件与概率	(109)
第一节 排列与组合	(109)
一、两个基本原理	(109)
二、排列	(111)
三、组合	(112)
第二节 随机事件	(115)
一、随机事件的概念	(115)
二、事件的关系与运算	(115)
第三节 事件的概率	(117)
一、概率的统计定义	(118)
二、概率的古典定义	(119)
三、概率的基本性质	(120)
第四节 概率的加法定理	(122)
第五节 概率的乘法定理	(126)
一、条件概率	(126)

二、乘法定理	(127)
三、事件的独立性	(129)
四、全概率公式	(131)
五、贝叶斯公式	(133)
习题五	(134)
第六章 随机变量与分布	(138)
第一节 随机变量	(138)
一、随机变量的概念	(138)
二、离散型随机变量的分布列	(139)
第二节 两点分布	(142)
第三节 二项分布	(143)
一、贝努里试验	(143)
二、二项概率公式	(144)
三、二项分布	(145)
第四节 泊松分布	(147)
第五节 超几何分布	(150)
第六节 离散型随机变量的数字特征	(151)
一、数学期望	(152)
二、方差	(157)
习题六	(165)
第七章 统计方法	(168)
第一节 随机抽样	(168)
一、总体与样本	(168)
二、随机抽样法	(169)
三、频率分布图	(171)
第二节 样本的数字特征	(174)
一、样本平均数	(175)
二、样本的方差	(177)
三、样本的变异系数	(179)

第三节 回归分析	(180)
一、一元线性回归分析	(181)
二、一元非线性回归分析	(188)
三、二元线性回归分析	(192)
习题七	(196)

第三篇 运筹学

第八章 线性规划模型	(201)
第一节 线性规划数学模型	(201)
一、生产计划模型	(202)
二、资源利用模型	(204)
三、合理配料模型	(204)
四、合理下料模型	(205)
五、生产分配模型	(207)
六、人员分派模型	(208)
七、资源运输模型	(210)
第二节 线性规划数学模型的标准形式	(210)
一、线性规划数学模型的一般形式	(210)
二、线性规划数学模型的标准形式	(212)
第三节 图解法	(215)
一、二元一次不等式的几何意义	(216)
二、图解法的步骤	(225)
习题八	(231)
第九章 单纯形法	(235)
第一节 单纯形法引例	(235)
第二节 单纯形的算法	(238)
一、基可行解的确定	(240)
二、最优解的判别准则	(242)
三、无解的判别准则	(243)

四、基可行解的改进	(243)
第三节 单纯形的两阶段法	(254)
习题九	(265)
第十章 对偶线性规划	(268)
第一节 对偶理论	(268)
一、对偶引例	(268)
二、对偶关系	(271)
三、对偶定理	(274)
第二节 对偶单纯形法	(275)
第三节 对偶问题的经济解释	(283)
习题十	(287)
第十一章 网络分析技术	(290)
第一节 网络图的组成与绘制	(290)
一、图论图的组成	(290)
二、绘制网络图的规则	(294)
三、网络图的绘制	(294)
第二节 网络图的参数与计算	(297)
一、时间参数	(297)
二、网络图参数的计算方法	(301)
第三节 网络图的调整与优化	(306)
一、缩短计划工期	(306)
二、控制工程进度	(309)
三、均衡资源配置	(311)
四、寻求最低成本	(314)
习题十一	(318)
附录 相关系数表	(320)

第一篇 线性代数

第一章 行列式

在经济管理的活动中,有许多关系可以直接或近似地表示成一些变量间的线性关系,行列式就是研究这种线性关系的工具之一.

第一节 行列式的定义

一、二阶行列式

行列式的概念是从线性方程组的问题中引入的.所谓**线性方程组**是指未知数的最高次数是一次的整式方程组.例如,解二元一次方程组:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \quad (1.1)$$

用加减消元法,得:

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21}$$

于是,当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时,此方程组有唯一解:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ x_2 = \frac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases} \quad (1.2)$$

上式中的分母相同,而且只与方程组中 x_1, x_2 的系数有关,如果把这些系数按原来方程组中的位置写出,可以方便记忆,引进记号:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$, 称为二阶行列式, 即:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

其中 a_{11} 、 a_{12} 、 a_{21} 、 a_{22} 称为这个二阶行列式的元素, 横排称为行, 竖排称为列, 从左上角到右下角的对角线称为行列式的主对角线, 从右上角到左下角的对角线称为行列式的副对角线. 二阶行列式的值等于主对角线上两元素的积, 减去副对角线上两元素的积.

在二元一次方程组(1.1)中, 当它的系数组成的行列式(系数行列式)

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

时, 有唯一解.

若将行列式 D 中的第 1 列元素换成方程组中的常数项, 得到行列式

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1a_{22} - b_2a_{21}$$

将 D 中的第 2 列元素换成方程组中的常数项, 得到行列式

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = b_2a_{11} - b_1a_{21}$$

于是(1.2)可写成

$$\begin{cases} x_1 = \frac{D_1}{D} \\ x_2 = \frac{D_2}{D} \end{cases}$$

例 1 解下列线性方程组

$$(1) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x - 3y - 12 = 0 \\ 3x + 7y + 5 = 0 \end{cases}$$

解: (1) 因为 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -7$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -14$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -7$$

所以, 方程组的解为

$$\begin{cases} x = \frac{-14}{-7} = 2 \\ y = \frac{-7}{-7} = 1 \end{cases}$$

(2) 先将原方程组变换成一般形式

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + 7y = -5 \end{cases}$$

因为 $D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 23$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 12 & -3 \\ -5 & 7 \end{vmatrix} = 69$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -46$$

所以, 原方程组的解为

$$\begin{cases} x = \frac{69}{23} = 3 \\ y = \frac{-46}{23} = -2 \end{cases}$$

二、三阶行列式

类似地, 对于三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1.3)$$

用加减消元法先消去一个未知数,然后利用二元线性方程组的结果解出另外两个未知数,并将其代入原方程的任意一个中去,就可以求出未知数的值如下:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{D} (b_1 a_{22} a_{33} + b_2 a_{32} a_{13} + b_3 a_{12} a_{23} \\ \quad - b_1 a_{32} a_{23} - b_2 a_{12} a_{33} - b_3 a_{22} a_{13}) \\ x_2 = \frac{1}{D} (a_{11} b_2 a_{33} + a_{21} b_3 a_{13} + a_{31} b_1 a_{23} \\ \quad - a_{11} b_3 a_{23} - a_{21} b_1 a_{33} - a_{31} b_2 a_{13}) \\ x_3 = \frac{1}{D} (a_{11} a_{22} b_3 + a_{21} a_{32} b_1 + a_{31} a_{12} b_2 \\ \quad - a_{11} a_{32} b_2 - a_{21} a_{12} b_3 - a_{31} a_{22} b_1) \end{cases} \quad (1.4)$$

其中 $D = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33} \neq 0$.

三元一次方程组的解用这种表示法很繁琐,为了方便记忆和计算,引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

表示代数和 $a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33}$, 称为三阶行列式,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32}$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \quad (1.5)$$

三阶行列式有 3 行、3 列,共 9 个元素,(1.5)式等号右边的代数和称为三阶行列式的展开式,式中共有 6 项,每一项都是行列式中位于不同行不同列的三个不同元素的乘积.

(1.4)式的分子也可以分别用三阶行列式表示如下:

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

则方程组(1.3)的解可以表示成

$$\begin{cases} x_1 = \frac{D_1}{D} \\ x_2 = \frac{D_2}{D} \\ x_3 = \frac{D_3}{D} \end{cases}$$

其中行列式 D_1 、 D_2 、 D_3 是将行列式 D 中的第 1、2、3 列的元素分别换成对应的常数项而得到的行列式.

在三阶行列式中,从左上角到右下角的对角线叫做**主对角线**,从右上角到左下角的对角线叫做**副对角线**.(1.5)式中有三项的符号是正的,其中的一项是位于主对角线上三个元素的乘积,其它两项中的每一项都是位于主对角线的一条平行线上的两个元素与副对角线上的一个元素的乘积.利用副对角线可以类似地得到(1.5)式中有负号的三项的构成规律.这个计算规则可以用图 1-1 表