



◆ 基础知识
◆ 全析全解

◆ 两基训练
◆ 精彩课堂

根据新课标编写 适合各种版本教材

基础知识

JICHU ZHISHI



NLIC2970647430

初中数学

CHUZHONG

SHUXUE

主编：金英兰

延边大学出版社



◆ 基础知识
◆ 全析全解

◆ 两基训练
◆ 精彩课堂

根据新课标编写 适合各种版本教材

基础知识

JICHU ZHISHI



NLIC2970647430

初中数学

CHUZHONG

SHUXUE

主编：金英兰

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学基础知识/金英兰主编.—2版.—延吉:延边
大学出版社,2010.2

ISBN 978-7-5634-2949-3

I. ①初… II. ①金… III. ①数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第217309号

初中数学基础知识

主编:金英兰

责任编辑:赵立才

出版发行:延边大学出版社

社址:吉林省延吉市公园路977号 邮编:133002

网址:<http://www.ydcbs.com>

E-mail:ydcbs@ydcbs.com

电话:0433-2732435 传真:0433-2732434

发行部电话:0433-2133001 传真:0433-2733266

印刷:三河市杨庄镇韩各庄装订厂

开本:880×1230 1/32

印张:22.25 字数:420千字

印数:1—5000

版次:2010年2月第2版

印次:2010年2月第1次印刷

ISBN 978-7-5634-2949-3

定价:28.00元



第一章 实数

1.1 有理数	1	二、目标要求	39
一、知识网络	1	三、知识点与典型例题	40
二、目标要求	1	四、知识拓展	65
三、知识点与典型例题	2	五、错例剖析	67
四、知识拓展	13	六、国外试题选登	72
五、错例剖析	15	参考答案	75
六、国外试题选登	16	2.2 因式分解	77
参考答案	18	一、知识网络	77
1.2 实数	19	二、目标要求	77
一、知识网络	19	三、知识点与典型例题	77
二、目标要求		四、知识拓展	85
三、知识点与典型例题		五、错例剖析	88
四、知识拓展		六、国外试题选登	89
五、错例剖析	35	一、知识网络	91
六、国外试题选登	36	二、目标要求	92
参考答案	38	三、知识点与典型例题	92
		四、知识拓展	102
		五、错例剖析	105
		2.4 二次根式	108
		一、知识网络	108
		二、目标要求	108

第二章 代数式

2.1 整式	39		
一、知识网络	39		





三、知识点与典型例题	108
四、知识拓展	118
五、错例剖析	120
六、国外试题选登	121
参考答案	122
第三章 方程(组)与不等式(组)	
3.1 一元一次方程	124
一、知识网络	124
二、目标要求	124
三、知识点与典型例题	124
四、知识拓展	133
五、错例剖析	135
六、国外试题选登	136
参考答案	137
3.2 一次方程组	138
一、知识网络	138
二、目标要求	138
三、知识点与典型例题	138
四、知识拓展	147
五、错例剖析	149
六、国外试题选登	151
参考答案	153
3.3 一元一次不等式(组)	155
一、知识网络	155
二、目标要求	155
三、知识点与典型例题	156
四、知识拓展	165
五、错例剖析	168

六、国外试题选登	169
参考答案	171
3.4 一元二次方程	172
一、知识网络	172
二、目标要求	172
三、知识点与典型例题	172
四、知识拓展	180
五、错例剖析	184
六、国外试题选登	185
参考答案	187

第四章 函数及其图象

一、知识网络	189
二、目标要求	189
三、知识点与典型例题	190
四、知识拓展	248
五、错例剖析	272
六、国外试题选登	280
参考答案	283

第五章 统计初步

一、知识网络	287
二、目标要求	287
三、知识点与典型例题	288
四、知识拓展	294
五、错例剖析	327
六、国外试题选登	330
参考答案	332



第六章 图形的初步认识

一、知识网络	334
二、目标要求	334
三、知识点与典型例题	335
四、知识拓展	357
五、错例剖析	359
六、国外试题选登	362
参考答案	364

第七章 三角形

一、知识网络	365
二、目标要求	366
三、知识点与典型例题	367
四、知识拓展	421
五、错例剖析	427
六、国外试题选登	430
参考答案	432

第八章 图形的平移与旋转

一、知识网络	435
二、目标要求	435
三、知识点与典型例题	435
四、知识拓展	461
五、错例剖析	465
六、国外试题选登	466

参考答案	468
------	-----

第九章 四边形

一、知识网络	469
二、目标要求	469
三、知识点与典型例题	470
四、知识拓展	519
五、错例剖析	525
六、国外试题选登	529
参考答案	532

第十章 相似形

一、知识网络	535
二、目标要求	535
三、知识点与典型例题	536
四、知识拓展	555
五、错例剖析	571
六、国外试题选登	572
参考答案	574

第十一章 解直角三角形

一、知识网络	577
二、目标要求	577
三、知识点与典型例题	577
四、知识拓展	584



第十二章 圆

一、知识网络..... 600

二、目标要求..... 600

三、知识点与典型例题..... 601

四、知识拓展..... 640

五、错例剖析..... 657

六、国外试题选登..... 659

参考答案 662

第十三章 综合分类探讨

13.1 函数与折叠 665

13.2 函数与存在性问题 672

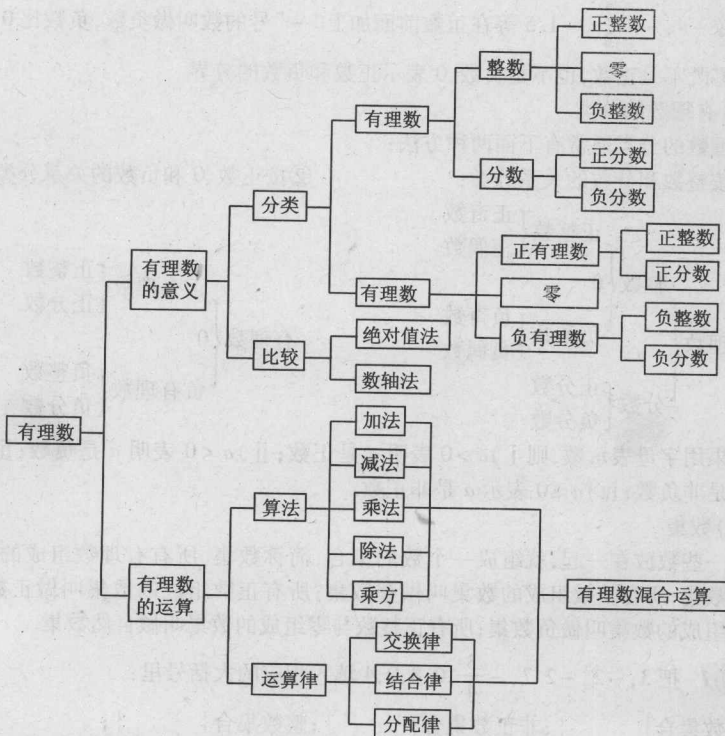
13.3 函数与运动变化问题 683



第一章 实数

1.1 有理数

一、知识网络



二、目标要求

1. 理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小.



2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母).

3. 理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步为主).

4. 理解有理数的运算律,并能用运算律简化运算.

5. 能运用有理数的运算解决简单的问题.

6. 能对含有较大数字的信息做出合理的解释和推断.

三、知识点与典型例题

1. 有理数的概念与分析

(1) 正、负数的意义

①像 $+6, 5, \frac{21}{2}$ 等大于 0 的数(“+”号常省略不写)叫做正数. 在小学学过的数,除 0 以外都是正数,正数比 0 大.

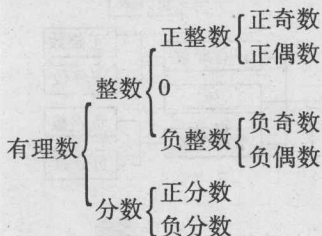
②像 $-4, -6\frac{2}{3}, -1.5$ 等在正数前面加上“-”号的数叫做负数,负数比 0 小.

③零既不是正数,也不是负数,0 表示正数和负数的分界.

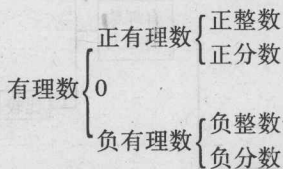
(2) 有理数的分类

有理数的分类通常有下面两种方法:

①按整数和分数的关系分类:



②按正数、0 和负数的关系分类:



如果用字母表示数,则 i) $a > 0$ 表明 a 是正数; ii) $a < 0$ 表明 a 是负数; iii) $a \geq 0$ 表示 a 是非负数; iv) $a \leq 0$ 表示 a 是非正数.

(3) 数集

把一些数放在一起,就组成一个数的集合,简称数集. 所有有理数组成的数集叫做有理数集;所有整数组成的数集叫做整数集;所有正数组成的数集叫做正数集;所有负数组成的数集叫做负数集;所有正整数与零组成的数集叫做自然数集.

例 1 把 $3, -2, -2.7, -\frac{3}{4}, 0.8, 0, 4$ 填入相应的大括号里:

正数集合 { }; 非正数集合 { }; 整数集合 { };
 负分数集合 { }; 奇数集合 { }; 偶数集合 { }.

【解】 正数集合 $\{3, 0.8, 4\}$; 非正数集合 $\{-2, -2.7, -\frac{3}{4}, 0\}$; 整数集合 $\{3,$



$-2, 0, 4$; 负分数集合 $\left\{-2.7, -\frac{3}{4}\right\}$; 奇数集合 $\{3\}$; 偶数集合 $\{-2, 0, 4\}$.



分类时应注意,正数是相对于负数而言的,而整数是相对于分数而言的;0既不是正数也不是负数;奇数和偶数范围进一步扩充了,奇数包括正奇数和负奇数,偶数包括正偶数,0和负偶数.

例2 用正数、负数表示下面意义相反的量:

(1)海平面以上1503米和海平面以下412米.(2)某商店上个月亏损500元,这个月盈利721元.(3)电梯先上升了8层,后下降了5层.(4)直升飞机先上升了800米,后下降了320米.(5)某校足球队在一场比赛中,踢进对方球门2个球,被对方踢入本方球门3个球.

【答案】 (1)+1503米, -412米;(2)-500元, +721元;(3)+8层, -5层;(4)+800米, -320米;(5)+2个, -3个.



在实际问题中,负数通常表示比标准少或低.应结合具体题意更准确地把握负数的含义.

例3 21世纪第一年一些国家的服务出口额比上年的增长率如下表:

美国	德国	英国	中国	日本	意大利
-3.4%	-0.9%	-5.3%	2.8%	-7.3%	7.0%

这一年这六国中哪些国家的服务出口额增长了,哪些国家的服务出口额减少了,哪国增长率最高?哪国增长率最低?

【解】 中国、意大利的服务出口额增长了,美国、德国、英国、日本的服务出口额减少了.其中意大利服务出口额的增长率最高,日本的服务出口额的增长率最低.



出口额的增长率为正数,表明出口额增长;增长率为负数,表明出口额减少,同时还可根据数的大小来判断哪国的出口额增长率最高或最低.

2. 数轴、相反数与绝对值

(1) 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴,如图1.1-1.

数轴有三个要素,即原点、正方向、单位长度.画数轴时,这三者缺一不可.



有理数与数轴上的点的关系:每一个有理数都可以用数轴上唯一的点表示,但数轴上每一个点不一定都表示有理数. 图 1.1-1

(2) 相反数

① 相反数的几何定义

在数轴上原点的两旁,与原点距离相等的两个点所表示的数叫做互为相反数.如图 1.1-2 所示,4 与 -4 互为

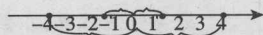


图 1.1-2

相反数, $1\frac{1}{5}$ 与 $-1\frac{1}{5}$ 互为相反数.

在数轴上,表示互为相反数的两点,位于原点的两侧,并且与原点的距离相等.

② 相反数的代数定义

只有符号不同的两个数,我们就说其中一个数是另一个数的相反数,也称这两个数互为相反数.特别的,0 的相反数是 0. “只有符号不同的两个数”中的“只有”指的是除了符号不同以外完全相同(也就是绝对值相同).不能理解为只要符号不同的两个数就互为相反数,例如 -2 和 +3,符号不同,但它们不互为相反数.

③ 相反数的表示方法

一般地,数 a 的相反数是 $-a$ (这里 a 表示任意的一个数),可以是正数、负数或者 0, a 还可以代表任意一个代数式.例如:

i) 当 $a=7$ 时, $-a=-7$, 7 的相反数是 -7;

ii) 当 $a=-5$ 时, $-a=-(-5)$, 因为 -5 的相反数是 5, 因此, $-(-5)=5$;

iii) 当 $a=0$ 时, $-a=0$, 0 的相反数是 0, 因此, $-0=0$;

iv) 当 $a=x+y$ 时, $-a=-(x+y)$, 也就是说 $x+y$ 的相反数是 $-(x+y)$;

v) 若 a, b 互为相反数, 则 $a+b=0$; 反之, 若 $a+b=0$, 则 a, b 互为相反数.

(3) 绝对值

① 绝对值的几何定义

一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离, 数 a 的绝对值记为 $|a|$.

② 绝对值的代数定义

一个正数的绝对值是它本身, 一个负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0, 用式子表示为:

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

任何数的绝对值总是非负数, 即 $|a| \geq 0$.

(4) 有理数的大小比较法则

正数都大于 0, 负数都小于 0, 正数大于一切负数; 两个负数, 绝对值大的反而小.

例 4 比较下列各组数的大小:

(1) -5 与 -3; (2) $-\frac{3}{10}$ 与 -0.333; (3) $-\frac{18}{19}$ 与 $-\frac{17}{18}$.

【解】 (1) $\because |-5|=5, |-3|=3, 5 > 3. \therefore -5 < -3$.



$$(2) \because \left| -\frac{3}{10} \right| = \frac{3}{10} = 0.3, | -0.333 | = 0.333, 0.3 < 0.333, \therefore -\frac{3}{10} > -0.333$$

$$(3) \because \left| -\frac{18}{19} \right| = \frac{18}{19} = \frac{324}{19 \times 18}, \left| -\frac{17}{18} \right| = \frac{17}{18} = \frac{323}{19 \times 18}$$

$$\therefore \frac{324}{19 \times 18} > \frac{323}{19 \times 18} \therefore -\frac{18}{19} < -\frac{17}{18}$$



两个负数比较大小的步骤是：①分别求出绝对值(遇有异分母分数时要通分,遇有一个小数一个分数的情况时,要统一成小数或分数,怎样统一视情况而定);②比较两个绝对值的大小;③写出最后结论.

例5 (1)写出绝对值小于5的整数.(2)假设甲数为整数,则满足 $|甲数| \leq 6$ 的甲数共有哪几个?(3)乙数为正整数,绝对值比乙数小的整数共有17个,求乙数.

【解】 (1)绝对值小于5的整数有: $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$, 共9个; (2)满足 $|甲数| \leq 6$ 的整数有 $6 \times 2 + 1 = 13$ (个), 即 $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$; (3)乙数 $= (17 - 1) \div 2 + 1 = 16 \div 2 + 1 = 9$



若 $|甲数| \leq A$ (其中 $A > 0$), 则满足此条件的甲数为介于 A 与 $-A$ 之间的整数(包含 A 与 $-A$).

例6 如图 1.1-3, 已知 P, Q, R 是数轴上的三点, 所代表的数分别为 p, q, r , 若 $x = |p - q|, y = |q - r|, z = |r - p|$, 则下列哪一个选项正确()

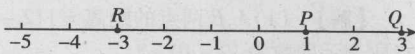


图 1.1-3

A. $z > x > y$

B. $z > y > x$

C. $x > y > z$

D. $y > z > x$



x 表示点 P 与 Q 之间的距离, $\therefore x = 2$, 同理 $y = 6, z = 4$, $\therefore y > z > x$.

【答案】 D



利用数轴把数与形结合起来考虑问题.

例7 已知 a, b 在数轴上的对应点, 如图 1.1-4 所示, 则 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是 ()

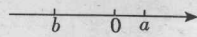


图 1.1-4

A. $a > -b > -a > -b$

B. $-b > a > -a > b$



C. $-b > a > b > -a$

D. $a > -b > -a > b$



分析

观察数轴可知 $a > 0, b < 0$, 且 $|b| > |a|$, 从而可比较大小. 由 $a > 0, b < 0$, 且 $|b| > |a|$, 得 $-a < 0, -b > 0$, 从而 $-b > a > -a > b$.

【答案】 B



评注

此题考查与数轴有关的数的比较大小问题.

例8 有甲、乙两数轴, 甲数轴上有 A, B, C, D 四点, 依次所代表的数为 $-4, 0, 3, 7$, 乙数轴上有 E, F, G 三点, 依次所代表的数为 $0, 14, x$, 若将两数轴放在一起, 刚好 E 与 A 重合, F 与 C 重合, G 与 D 重合, 则 x 代表的数是多少?

【解】 甲数轴上线段 AC 长为 7 个单位, 乙数轴上线段 EF 长为 14 个单位, 因 A 与 E 重合, F 与 C 重合, 所以 $EF = 2AC$, 因为 G 与 D 重合, 所以 $FG = 2CD = 2 \times 4 = 8$, F 点为 14, 所以 G 点表示的数 $x = 22$.

例9 (1) 数轴上 A, B 两点坐标分别为 $-8, 12$, C 点在 A, B 两点中间且与 A, B 的距离相等, 求 C 点所表示的数?

(2) 数轴上 A, B, C 三点坐标分别为 $1, 4, -5$, 若 A, B 两点间的距离为 450cm, 求 A, C 两点间的距离?

【解】 (1) A, B 两点的距离 $= |12 - (-8)| = |12 + 8| = 20$ $20 \div 2 = 10$, 所以 C 点所表示的数为 $12 - 10 = 2$

(2) $AB = 4 - 1 = 3, 450 \div 3 = 150$ $AC = |1 - (-5)| = 6, 150 \times 6 = 900$ 所以 A, C 两点间的距离为 900cm



评注

A, B 两点间的距离为 $AB = |a - b|$.

例10 甲、乙二人分别在数轴上 20 与 -55 的位置上, 而且同时相向而行, 若甲的速度是乙的速度的 2 倍, 试求两人相遇的位置所表示的数是多少?

【解】 $|20 - (-55)| = |20 + 55| = 75$ $75 \div (1 + 2) = 25, 25 \times 2 = 50$ $20 - 50 = -30$ 所以两人在 -30 的位置相遇



评注

若甲速度是乙速度的 a 倍, 且甲、乙相距 d , 则甲走了 $d \times \frac{a}{a+1}$.



例 11 若 a, b, c 为不等于 0 的有理数, 则 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc}$ 的值为多少?

【解】 (1) 当 a, b, c 同为正数时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$.

(2) 当 a, b, c 同为负数时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc} = -1 - 1 - 1 - 1 = -4$.

(3) 当 a, b, c 两正一负时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc} = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$.

(4) 当 a, b, c 一正两负时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc} = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$.

综上所述, 原式 = 4 或 -4 或 0.



当 $a > 0$ 时, $\frac{|a|}{a} = \frac{a}{a} = 1$; 当 $a < 0$ 时, $\frac{|a|}{a} = \frac{-a}{a} = -1$, 因此可依次分类讨论 a, b, c 的符号, 本题考查绝对值的意义以及分类讨论的思想方法.

3. 有理数的运算

(1) 有理数加法法则

① 同号两数相加, 取相同的符号, 并将绝对值相加;

② 绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值;

③ 互为相反数的两个数相加得 0;

④ 一个数与 0 相加仍得这个数.

把有理数加法法则用字母表示:

① 若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b = +(|a| + |b|)$; 若 $a < 0, b < 0$, 则 $a + b = -(|a| + |b|)$;

② 若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b = +(|a| - |b|)$; 若 $a < 0, b > 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b = -(|a| - |b|)$;

③ 若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| = |b|$, 则 $a + b = 0$;

④ $a + 0 = a$.

(2) 有理数加法运算律

交换律: $a + b = b + a$

结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$

(3) 有理数减法法则

减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 即 $a - b = a + (-b)$, 0 减去一个数等于这个数的相反数, 即 $0 - a = -a$.

(4) 有理数乘法法则

① 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘, 任何数与 0 相乘都得 0.

② 几个不等于 0 的有理数相乘, 积的符号由负因数个数决定, 负因数个数如果是偶数个, 积为正; 负因数个数为奇数个, 积为负.



③几个有理数中,只要有一个是0,则积为0.

(5)有理数乘法运算律

乘法交换律: $ab=ba$ 乘法结合律: $(ab)c=a(bc)$ 乘法分配律: $(a+b)c=ac+bc$

(6)有理数的除法

①倒数的概念

乘积是1的两个数互为倒数,一般地 $a \cdot \frac{1}{a} = 1 (a \neq 0)$, 即若 a 是不等于0的有理数,则 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

②有理数的除法法则

除以一个数等于乘上这个数的倒数. 即 $a \div b = a \times \frac{1}{b} (b \neq 0)$.

两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除.0除以任何一个不为0的数,都得0.

(7)有理数的乘方

①有理数乘方的意义

求 n 个相同因数的积的运算,叫做乘方. 即 $a \cdot a \cdot a \cdots a$ 记作 a^n . 乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数, a^n 读作 a 的 n 次方. a^n 看作结果时,也可以读作 a 的 n 次幂.

②乘方运算的符号法则

正数的任何次幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数.

注意:

①任何数的偶次幂都是非负数.

②有理数的乘方运算与有理数的加、减、乘、除一样,首先要确定幂的符号,然后再计算幂的绝对值.

(8)有理数混合运算的运算顺序

有理数混合运算的运算顺序是:先算乘方,再算乘除,最后算加减.如果有括号,就先算括号里面的.

例 12 计算: $(1) \frac{1}{2} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$;

$(2) 4 \frac{5}{12} + \left(-3 \frac{3}{22}\right) + \left(-2 \frac{5}{12}\right) + (-3.15) + \left(+1 \frac{3}{22}\right)$.

【解】 (1)原式 $= \left[\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right] + \left[\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)\right] + \frac{4}{5} = 0 + (-1) + \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$. (2)原式 $= \left[4 \frac{5}{12} + \left(-2 \frac{5}{12}\right)\right] + \left[\left(-3 \frac{3}{22}\right) + \left(+1 \frac{3}{22}\right)\right] + (-3.15) = 2 + (-2) + (-3.15) = 0 + (-3.15) = -3.15$.



评注

本题应用了加法的结合律,把相加后得整数的几个数结合起来,这样做比较简便.

例 13 计算:

$$(1) 2\frac{3}{7} \times \left(-2\frac{1}{17}\right) \div \left(-2\frac{1}{2}\right); \quad (2) -54 \times 2\frac{1}{4} \div \left(-4\frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{9}$$

【解】 (1) 原式 = $\frac{17}{7} \times \left(-\frac{35}{17}\right) \div \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{17}{7} \times \frac{35}{17} \times \frac{2}{5} = 2.$

(2) 原式 = $-54 \times \frac{9}{4} \div \left(-\frac{9}{2}\right) \times \frac{2}{9} = +\left(54 \times \frac{9}{4} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{9}\right) = 6.$



评注

在只有乘除的算式里,一般先将除法转化为乘法,再运用乘法法则进行运算.

例 14 求下列各式的值:

$$(1) 998 \times (-543) \quad (2) \left(-\frac{45}{49}\right) \times \left[\left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{98}{5}\right] \quad (3) (-2) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} +$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + (-4) \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + (-6) \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + (-8) \times \frac{1}{5}$$

【解】 (1) 原式 = $(1000 - 2) \times (-543) = 1000 \times (-543) - 2 \times (-543) = -543000 + 1086 = -541914$

(2) 原式 = $\left(-\frac{45}{49}\right) \times \left[\frac{49}{9} - \frac{98}{5}\right] = \left(-\frac{45}{49}\right) \times \frac{49}{9} - \left(-\frac{45}{49}\right) \times \frac{98}{5} = (-5) + 18 = 13$

(3) 原式 = $\left(-\frac{2}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{4}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{4}{4}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{6}{4}\right) + \left(-\frac{6}{5}\right) + \left(-\frac{8}{5}\right) = -1 + \frac{(-2)+(-4)}{3} + \frac{(-2)+(-4)+(-6)}{4} + \frac{(-2)+(-4)+(-6)+(-8)}{5} = (-1) + (-2) + (-3) + (-4) = -10$



评注

乘法分配律的灵活运用.

例 15 求下列各式的值:

$$(1) (-592)^2 + (-592) \times 492 \quad (2) 3^{19} - (3^{20} + 3^{19}) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(3) \left(-\frac{3}{8}\right) \times 472 + \left(-\frac{3}{8}\right) \times 587 + \frac{3}{8} \times 59$$



初中数学基础知识一本全

【解】 (1) 原式 = $(-592) \times [(-592) + 492] = (-592) \times (-100) = 59200$

(2) 原式 = $3^{19} - (3^{19} \times 3 + 3^{19}) \times \frac{1}{4} = 3^{19} - 3^{19} \times (3 + 1) \times \frac{1}{4} = 3^{19} - 3^{19} = 0$

(3) 原式 = $\left(-\frac{3}{8}\right) \times 472 + \left(-\frac{3}{8}\right) \times 587 + \left(-\frac{3}{8}\right) \times (-59)$
 $= \left(-\frac{3}{8}\right) \times [472 + 587 + (-59)] = \left(-\frac{3}{8}\right) \times 1000 = -375$



评注 进行有理数混合运算时巧用分配律一般有以下两种形式:

(1) $a(b+c) = ab+ac$, (2) $ab+ac = a(b+c)$

例 16 计算: $-32 \frac{16}{25} \div (-8 \times 4) + 2.5^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{11}{12}\right) \times 24$.



分析 将 $-32 \frac{16}{25}$ 化成假分数较繁, 将其写成 $\left(-32 - \frac{16}{25}\right)$ 的形式, 对 $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{11}{12}\right) \times 24$, 可运用分配律.

【解】 原式 = $\left(-32 - \frac{16}{25}\right) \div (-32) + 2.5^2 + \frac{1}{2} \times 24 + \frac{2}{3} \times 24 - \frac{3}{4} \times 24 - \frac{11}{12} \times 24$
 $= (-32) \div (-32) - \frac{16}{25} \div (-32) + 6.25 + 12 + 16 - 18 - 22 = 1 + \frac{1}{50} + 6.25 - 12 = -4.73$



评注 灵活运用运算律可使运算简便.

例 17 计算: $0.7 \times 1 \frac{4}{9} + 2 \frac{3}{4} \times (-15) + 0.7 \times \frac{5}{9} + \frac{1}{4} \times (-15)$.

【解】 原式 = $\left(0.7 \times 1 \frac{4}{9} + 0.7 \times \frac{5}{9}\right) + \left[2 \frac{3}{4} \times (-15) + \frac{1}{4} \times (-15)\right]$
 $= 0.7 \times \left(1 \frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right) + \left(2 \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \times (-15) = 0.7 \times 2 + 3 \times (-15) = -43.6$



评注 本题考查实数运算规律, 分析算式中数字结构的特点, 会发现将公式第一项与第三项, 第二项与第四项分别结合在一起计算比较简便.

例 18 计算: $-2^2 - (-3)^2 - \frac{2}{3} \left[9 - 2\left(\frac{1}{2} - 1\right)\right]$