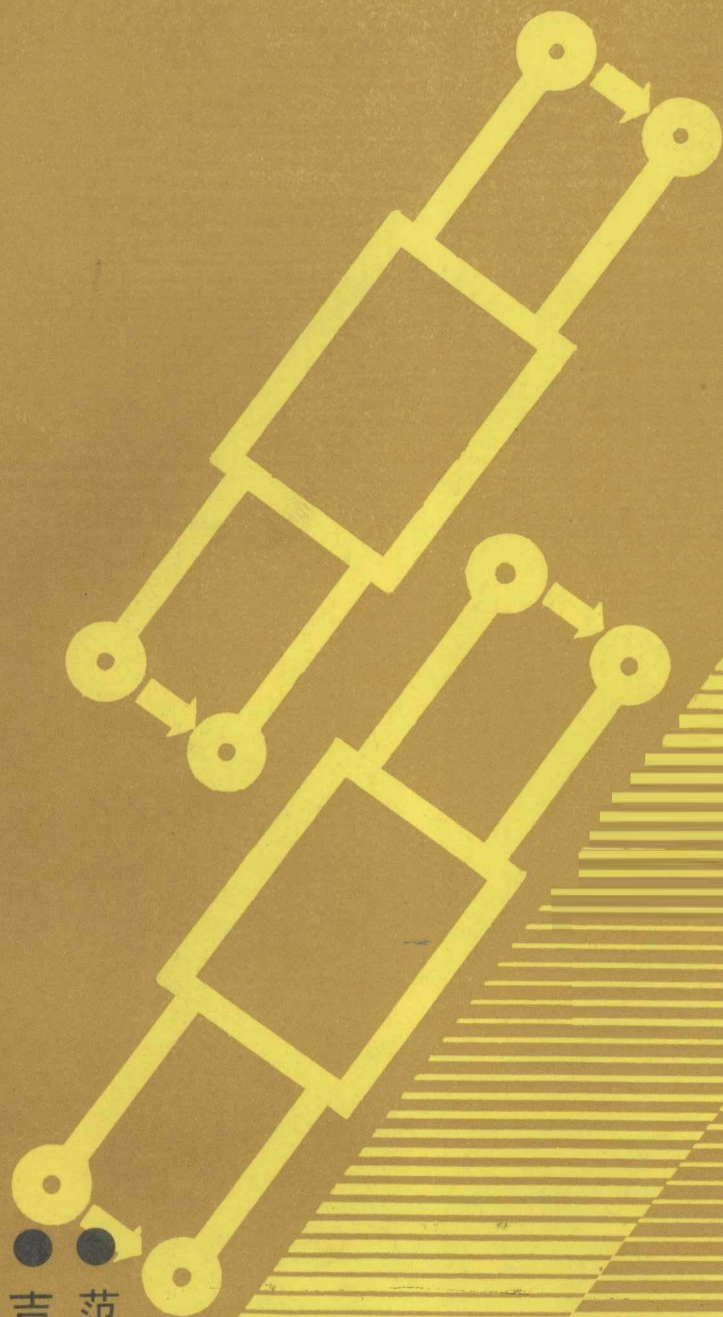


中央广播电视大学电气工程新技术继续教育用书

电路的计算机辅助分析与设计



● 范天颖 主编
● 吉林大学出版社

电路的计算机辅助 分析与设计

范天颖 主编

吉林大学出版社

电路的计算机辅助分析与设计

范天颖 主编

封面设计：张述沉

吉林大学出版社出版 (长春市解放大路85号)	吉林省新华书店发行 吉林大学印刷厂印刷
开本：787×1092毫米 1/16	1989年10月 第1版
印张：18	1989年10月第1次印刷
字数：423千字	印数：1—6 000册

ISBN 7-5601-0338-3/T·6

定价：7.00元

前 言

计算机辅助电路分析与设计是随计算机的发展而兴起的一门新技术。由于电路规模的日益扩大, 电路的集成度不断地提高, 采用计算机辅助分析与设计技术已成为必然的趋势, 它既能提高设计效率, 又可提高设计质量。因此, 在工业发达国家, 这一技术已成为电路设计的重要手段。60年代中期以来, 在短短的十几年时间里, 它得到了迅速的发展, 在理论和实际应用两个方面都达到了相当成熟的程度, 已成为电路理论与技术的一个重要分支。学习和推广这一技术对发展我国的电子工业、对实现我国的四个现代化是十分必要的。

本书以介绍计算机辅助分析电路的理论和方法为主, 共有九章, 即: 绪论, 线性电路的稳态分析, 网络的瞬态分析, 电路元件的模型, 非线性电阻网络的直流分析, 网络灵敏度分析, 网络的最优化设计, 符号网络函数的生成, 网络的故障诊断。鉴于计算机辅助分析与设计是电路理论、计算数学和计算机程序设计三门学科的有机结合与综合运用, 因此, 对有关的计算数学的方法, 如代数方程的数值解法, 微分方程的数值解法等, 在有关章节中也作了介绍, 并附有部分程序供读者参考。

本书可作为高等工科院校教学用书, 也可供电路设计者参考。阅读此书需要有电路理论方面的知识, 并需对FORTRAN语言有一定的了解。

本书第一、二、三、四、五、七章由范天颖编写, 第六、八、九章由钱凤莲编写。在编写过程中曾得到华东工程学院余庆健教授的指导和帮助, 并经中央电大李西平同志审阅, 他们对初稿提出了宝贵的意见, 对此编者表示衷心地感谢。

由于水平所限, 书中难免有错误和不当之处, 恳请读者批评指正。

1989.8.

目 录

第一章 绪论	(1)
1-1 计算机辅助电路分析与设计的作用和特点	(1)
1-2 计算机辅助电路分析的基本内容	(3)
1-3 计算机辅助电路分析的发展概况	(5)
本章小结.....	(5)
第二章 线性网络的稳态分析	(6)
2-1 网络拓扑的基本原理	(6)
2-2 网络的节点分析法	(19)
2-3 直接建立节点电位方程的分析方法	(29)
2-4 线性代数方程组的求解	(36)
2-5 直流分析程序	(52)
2-6 线性网络的交流分析程序	(65)
2-7 改进节点法	(86)
2-8 稀疏矩阵技术	(95)
本章小节.....	(114)
第三章 网络的瞬态分析	(116)
3-1 概述	(116)
3-2 瞬态方程的数值解法	(117)
3-3 数值解的误差	(120)
3-4 数值解法的稳定性	(123)
3-5 分析线性动态网络的瞬态伴随模型法	(127)
本章小结.....	(136)
第四章 电路元器件模型	(137)
4-1 概述	(137)
4-2 基本元件集	(138)
4-3 晶体二极管的物理模型	(142)
4-4 双极型晶体三极管模型	(144)
4-5 结型场效应晶体管模型	(155)
4-6 绝缘栅场效应晶体管模型	(157)

4-7 常用多端口电路元件和器件的黑盒模型	(160)
本章小结	(162)
第五章 非线性电阻网络的直流分析	(163)
5-1 牛顿-拉夫逊法	(163)
5-2 非线性元件的伴随模型	(168)
5-3 利用伴随模型分析非线性电路	(173)
5-4 采用伴随模型对非线性电路进行直流分析的程序	(176)
本章小结	(183)
第六章 网络灵敏度与容差分析	(184)
6-1 概 述	(184)
6-2 特勒根定理及伴随网络法	(186)
6-3 微增量网络法	(204)
6-4 最坏情况分析	(212)
6-5 随机变量与统计分析	(216)
6-6 蒙特卡洛分析	(219)
本章小结	(224)
第七章 网络的最优化设计	(225)
7-1 目标函数的建立	(226)
7-2 最优化原理	(228)
7-3 一维搜索方法	(232)
7-4 无约束条件下多变量函数极值问题的求解	(237)
7-5 具有约束条件的最优化问题	(242)
本章小结	(244)
第八章 符号网络函数的产生	(245)
8-1 概述	(245)
8-2 信号流图法	(245)
8-3 列数树法	(254)
8-4 参数抽取法	(261)
第九章 故障诊断	(268)
9-1 概述	(268)
9-2 故障字典法	(269)
9-3 故障分析法	(271)
9-4 多故障诊断	(276)

第一章 绪 论

1-1 计算机辅助电路分析与设计的作用和特点

传统的电路设计方法是设计人员根据实际需要提出的设计指标初步确定电路形式和元件参数，然后对所拟方案进行理论计算和实验模拟，检验设计的电路性能是否达到原设计要求。如果达不到要求，则修改元器件参数或电路形式，再次进行理论计算和实验模拟。如此反复，直至达到设计要求为止。这一过程可以用图 1-1 框图来描述。

这种传统的设计方法有一定的局限性：

- (1) 电路要比较简单，规模不能太大；
- (2) 实验模拟的精度受元器件精度及仪器设备精度的限制；
- (3) 设计周期长；
- (4) 不能进行边缘状态或破坏性实验。

随着电子技术的发展，电路规模越来越大，电路结构也越来越复杂，特别是大规模集成电路的发展使得传统的设计方法已无法满足电路设计的要求。譬如，设计大规模集成电路时不可能用分立元件去搭接电路，因为集成元件与分立元件的分布参数差别是相当大的，集成元件之间的一些特性无法用分立元件去模拟。又如，电子线路中包含了相当多的非线性元件，描写这些非线性元件的方程是非线性代数方程或微分方程。显然用手工方法去解非线性方程是很困难的。再者，当电路规模加大后，所建方程的规模也相当大，具有几十、几百甚至上千个节点的电路，需列出含有几十、几百甚至上千个未知量的代数方程组，用手工去解也是不可能的。计算机技术的发展为大规模电路的设计提供

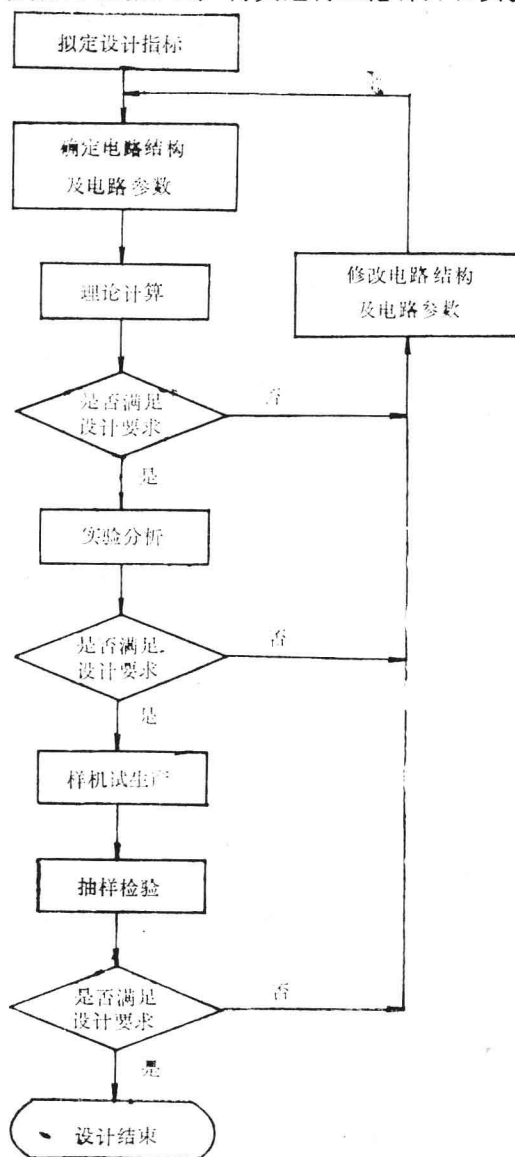


图 1-1 传统的电路设计方法

了可能性。计算机辅助电路分析 (Computer Aided Circuits Analysis 简写为CACA) 以及计算机辅助电路设计 (Computer Aided Circuits Design 简写为CACD) 是近 20 年来发展起来的一门新技术, 它为电路的分析与设计带来了新的生命力。可以说, 如果没有 CACA 和 CACD 技术的发展, 大规模、超大规模集成电路的设计与生产是不可能的。反过来, 大规模和超大规模集成电路的设计又推动了计算机技术的发展, 使得计算机的功能更强, 计算速度、精度更高, 而体积却越来越小。

目前, 用计算机辅助电路分析的过程由设计人员先设计好电路结构, 选择好电路参数, 然后将这些信息输入计算机, 由计算机自动建立方程并进行求解, 输出结果, 最后由设计人员去判断电路的正确性, 已是国外非常普遍应用的计算机辅助电路分析。计算机辅助电路分析功能的不断完善, 如非线性分析、灵敏度分析以及数学方法的不断发展, 使得计算机辅助电路优化设计得以实现。计算机辅助电路设计的框图如图 1-2。

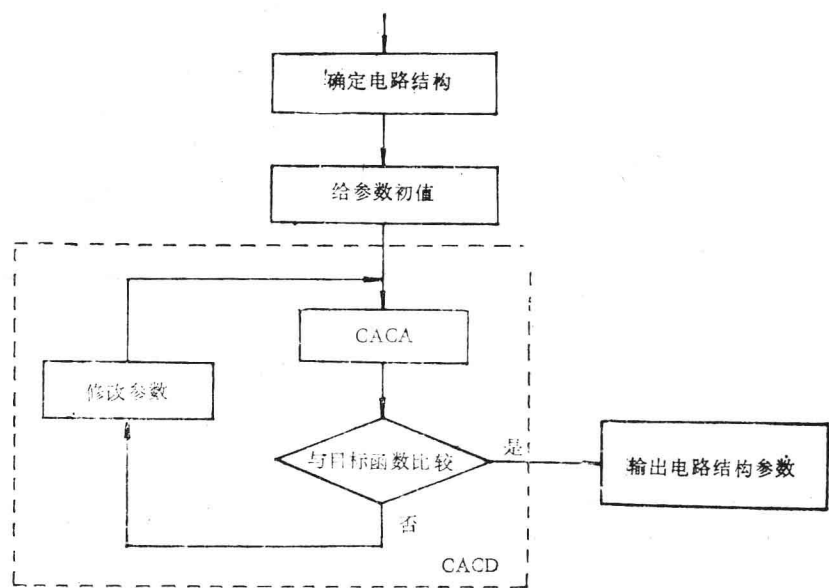


图1-2 计算机辅助电路设计过程

设计者选定电路结构和给出参数初值以后, 由计算机进行分析, 将分析结果与给定的目标函数进行比较, 看其是否满足要求。若不满足要求, 则修改电路参数, 然后重新进行分析, 直到达到设计要求为止, 从而实现由计算机辅助进行电路设计。目前 CACD 技术正在进一步研究和发展中, 已应用于电路设计的许多阶段。在原理线路设计中, 如上所述, 可用它进行辅助设计使之最优化。在原理设计完成后, 可用计算机进行印刷线路板和集成电路的制版和布线设计; 在试验测量阶段, 计算机可完成对测量数据的处理和分析等。迄今为止, 还不能实现由计算机对电路进行完全自动化的设计, 一般来说, 设计者必须先提供原始设计方案。

计算机辅助电路分析与设计的特点有:

(1) 由于计算机具有很高的运算速度和很强的数据处理能力,可以完成人工无法完成的大量的计算,大大地缩短了设计周期。

(2) 可以很方便地模拟实际情况,如集成电路中的寄生效应、元件之间的匹配特性等,这些在实验测试中是无法精确模拟的。

(3) 可以避免仪器设备分布参数引进的测量误差,同时也可以模拟各种测试条件进行容差分析、恶劣条件分析(如过电压、过电流、高低温变化等等)。

(4) 在交流分析中可以进行任意幅度、任意频段的分析,并可避免外界干扰及器件噪声的影响。

1-2 计算机辅助电路分析的基本内容

计算机辅助电路分析对于不同性质的电路有不同的内容,分析的方法也不一定相同。但最基本的分析是对电路进行直流分析、交流分析和瞬态分析。概括起来可分为下述几类。

一、对线性电阻网络和线性动态网络

- (1) 直流分析:求解线性网络的直流工作点。
- (2) 交流分析:求解线性网络的频率响应。
- (3) 瞬态分析:求解线性动态网络的瞬态响应,
- (4) 噪声分析:以噪声源为输入时的交流或瞬态分析。
- (5) 容差分析:灵敏度和容差分析。
- (6) 产生符号形式的网络函数。

二、对非线性电阻网络

- (1) 直流分析:求解非线性电阻网络的直流工作点。
- (2) 确定驱动点特性:求出驱动点电流、电压之间的关系。
- (3) 确定传输特性:求输出电压、电流与输入电压、电流之间的关系。

三、对非线性动态网络

- (1) 初始条件或静态分析。
- (2) 稳态分析:求有输入或无输入时的稳态周期解。
- (3) 瞬态分析:在一定初始条件下有输入或无输入时的输出响应。
- (4) 非线性失真分析。

通用的电路分析程序包括以下五个部分:

1. 输入部分

电路设计人员将有关网络结构、参数以及需要进行哪些内容的分析等信息输给计算机。最简单的输入方式是一种“固定格式”的输入方式,它直接利用算法语言中输入语

句所要求的数据格式作为输入时的书写格式。这种输入方式对于用户来说使用不方便、不直观，但它不需要额外的“编译程序”，是早期电路分析程序中所采用的一种输入方式。目前较多采用的是一种“自由格式”的输入语言，它提供了描述电路结构、元件参数、分析类型、运行条件、输出要求等各种语句。这些语句直观、易懂，书写自由，使用方便，但它要求电路分析程序中包含此语言的编译程序。近几年来还出现了采用人机交互方式的输入语言。它借助于人机交互设备，如光笔图形显示器等，直接将电路图和元件参数输入计算机，也可通过交互方式进行修改，重新输入。这种方式使用方便，但必须有交互设备及相应的输入软件。

2. 器件模型的建立和处理

通用电路分析程序中允许电路中出现各种类型的元件，而这些元件都必须有相应的模型去描述。程序中应有各种类型的元器件模型库，如二极管、双极型晶体管、场效应管、互感器等等。电路设计人员只需给出器件类型、模型参数、器件外端口节点编号，而无需输入器件的等效电路。如果需要自行定义新的模型，则按照程序中的要求编制模型子程序，嵌入到模型库中以供调用。功能更强的程序往往还具有模型嵌套功能，在输入语言中也相应宏模型或子电路这样的语句，以描述嵌套和多重嵌套的情况。这样，设计人员如果使用标准的或常用的单元电路，如门电路、触发器等，则只需直接给出所用子电路的名字和必要的参数即可，而不必拆成晶体管、电阻等基本元件来描述。这有利于简化源程序、节省存贮单元。器件模型的处理是指一些非线性元件，如二极管、三极管、非线性电阻、电容等的处理。严格来说，任何非线性元件总要用偏微分方程来描述，采用这种方法去分析非线性电路在目前的条件下是很困难的。因此必须进行某种程度的近似。近似的精确程度直接影响到分析结果的准确度，所以若要求精度太高，必然使计算公式复杂，增加存贮量和计算时间，因此对模型的处理要综合考虑精度和使用方便、计算时间和存贮量等问题。

3. 建立网络方程

计算机可根据上述两方面的输入信息自动建立网络方程。建立网络方程的主要根据是元器件特性、克希霍夫电流定律和电压定律及欧姆定律。不同类型的电路所建方程也不相同，同一类型的电路也可以有多种建立方程的方法。通常采用的主要方法有节点法、混合节点法、状态变量法和稀疏表格法等等。早期的电路分析程序中多采用节点法、混合节点法及状态变量法。采用不同方法的出发点是为了减少联立方程的数目，便于求解。稀疏矩阵技术提出以后，减少方程个数不再是追求的目标，而是考虑如何便于方程的建立。

4. 方程的数值解法

电路分析程序中用到的数学方法有：线性代数方程组的数值解法，非线性代数方程组的数值解法和常微分方程的数值解法。最常用的线性代数方程组的数值解法是高斯消去法、LU分解法。非线性代数方程多采用牛顿-拉夫逊迭代算法或分段线性化法。微

分方程的数值解法有显式积分和隐式积分两种。显式积分法中有向前欧拉法、尤格-库塔法等。由于电路方程往往是含有时间常数差别很大的刚性常微分方程(Stiff 方程),显式积分容易引起不稳定,目前多数采用隐式积分法,如向后欧拉法、梯形法、多步隐式积分法、Gear 法和向后差分方法等等,并采用了变阶、变步长等技巧,缩短了积分时间。

5. 输出

将电路分析结果以表格形式或曲线形式输出。

一个好的通用电路分析程序应有比较完善的功能,应采用比较先进的算法;具有各种元器件的模型库;输入方式简单,便于掌握;输出方式齐全,可以打印数据表格或绘制特性曲线。这样,功能越完善,则程序所占用的内存也越多,编程也越困难。CADC 技术的研究和发展主要是围绕上述内容展开的。

1-3 计算机辅助电路分析的发展概况

计算机辅助电路分析的发展到目前为止可分为三个阶段:早在 50 年代,第一代计算机开始出现并被应用时,美国 Aaron 等人于 1956 年借助于计算机解决了滤波器的设计问题,开始尝试利用计算机辅助分析电路。从 60 年代至 70 年代末,是计算机辅助电路分析不断完善并取得突出进展的一个阶段。有代表性的是 1962 年美国 IBM 公司研制了 TAP(Transistor Analysis Program)程序,可以解决 20 个左右晶体管开关电路的直流分析、瞬态分析问题,并在此基础上发展为通用电路分析程序 ECAP(Electronic Circuit Analysis Program)。早期的通用程序缺乏非线性分析的能力,计算时间也较长。70 年代随着数值计算方法的研究,提出了稀疏矩阵技术和处理刚性常微分方程的较好算法,电路分析程序有了更大的发展。美国 1971、1973 和 1975 年先后发表了 IBM 公司 ECAP-Ⅱ,ASTAP 程序和加州大学的 SPICE-Ⅱ 程序,扩大了分析电路的规模,在元器件模型和非线性分析方面都得到了进一步完善,建立了器件和子电路库,采用了稀疏矩阵技术和隐式积分方法,改进了输入语言的功能等等。这几个通用电路分析程序在美国得到广泛的应用。70 年代末到 80 年代产生了第三代电路分析技术。这一阶段主要以松弛法为基础,进一步解决提高运算速度和不同变量变化速率及不同时间步长的选择问题目前正在研究和发展中。

我国 70 年代末期普遍开始研究计算机辅助电路分析技术,十多年来已经研制出了一些通用电路分析程序,如清华大学的 GCAP 程序、科学院计算所的 DFX 程序、复旦大学在 IBM-PC 及其兼容机上使用的 CAP-PC 2.5 程序等等,且部分已在生产中使用,收到了良好的效果,目前正在进一步完善和提高。

本章小结

本章概括介绍了采用计算机辅助电路分析与设计的必要性,计算机辅助电路分析的基本内容和采用的主要方法,以及国内外的概况。

第二章 线性网络的稳态分析

网络分析是在已知网络的结构和参数的条件下求网络各支路（或元件）的电压、电流、功率等物理量或者求网络的特性参数（如阻抗、导纳）、网络的函数（如传递函数）等。这里所谓的已知条件包含两类，一类是网络的几何结构，另一类是组成网络的元件类型及参数。网络的几何结构决定了网络中各支路之间的联接关系，这些联接关系应该遵循克希霍夫电压定律和电流定律。组成网络的元件类型及参数则决定了网络中各支路的特性。用手算分析网络时，网络的几何结构是画在纸上的，人们根据网络的结构可以列出方程进行求解。而用计算机进行网络分析时，必须用一定的方法来表示网络的几何结构及描述网络各部分之间的关系，才能将有关网络的信息输入计算机并由计算机自动去形成相应网络的方程。这种方法就是网络拓扑。因此，在讨论线性网络的分析以前，先介绍一些有关网络拓扑的基本原理。

2-1 网络拓扑的基本原理

用计算机辅助分析网络时，网络的元器件均可由“基本元件集”构成的集中参数的二端元件构成，每个元件组成一条支路。集中参数元件的特点是，无论构成网络的具体元件特性如何，它们都服从克希霍夫电压定律和电流定律。这两个定律对网络中各支路电压、电流起线性约束作用，这是电网络中存在的第一类约束，这种约束只与支路之间的联接有关而与元件特性无关。也就是说，当只研究网络各支路之间的关系时，可以将网络中的每条支路都用一根线段来代替。这样可以把一个电网络抽象成为一个由线段和点的集合所组成的几何图形，即称为网络的图。网络的图说明了网络的联接特点即网络的拓扑性质而与元件的具体特性无关。网络拓扑所研究的就是与图有关的集中网络的性质，它是图论的一个重要分支。本节主要介绍有关网络拓扑的一些基本概念和性质。先介绍几个基本概念。

一、基本定义

（一）有向图与无向图

只用一根或几根线段表示的图称为无向图，如图 2-1(b) 所示。如果在每一线段上标注出方向，如图 2-1(c) 所示，这样的图叫有向图。一般常选用该线段所对应的支路电压或电流的正方向为支路的方向。

（二）节点

网络图中各线段的端点或孤立的点叫节点，如图 2-1(a) 中 ①、②、③、④ 四个点。

（三）支路

网络图中联接两个节点的线段称为支路。如图 2-1(a) 中 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 、 b_5 、 b_6 共有

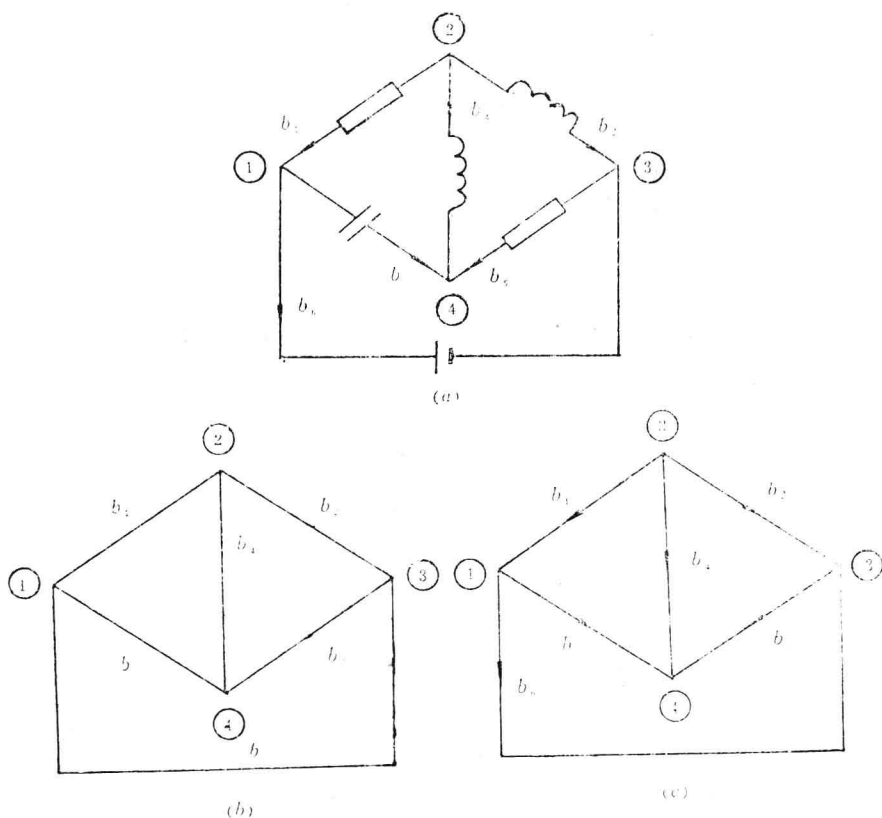


图 2-1 网络拓扑图举例

六条支路。由此可见，节点和支路的集成为图。

(四) 通路

一组 m 条不同的支路，互相首尾相连，两个节点 P, Q 之间有支路集合 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ 。如果此支路集合满足以下条件，则称它为 P, Q 之间的一条通路。

(1) 相继两条支路 b_i 和 b_{i+1} 之间必有一个公共的节点。

(2) 与图中任何节点相连的支路集合 B 中支路数目不超过 2 个。

例如图 2-1(b) 中，节点 ①、③ 之间存在着 5 条通路： $\{b_1, b_2\}, \{b_3, b_5\}, \{b_6\}, \{b_1, b_4, b_5\}, \{b_3, b_4, b_2\}$ ，而支路集合 $\{b_1, b_2, b_4, b_5\}$ 不是通路，因为它与条件 ② 不相符合。

(五) 连通图

图中的任意两个节点之间都有通路存在时称为连通图，否则为非连通图。比如图 2-1 为连通图，而图 2-2 为非连通图。

(六) 子图

若图 GS 中的每一个节点和支路都是图 G 的节点和支路，则图 GS 为图 G 的子图。图 2-1(b) 的子图如图 2-3 所示。

(七) 回路

一条通路，如果其端点闭合则构成一个回路。如图 2-1 中支路集合 $\{b_1, b_2, b_4\}$ ，

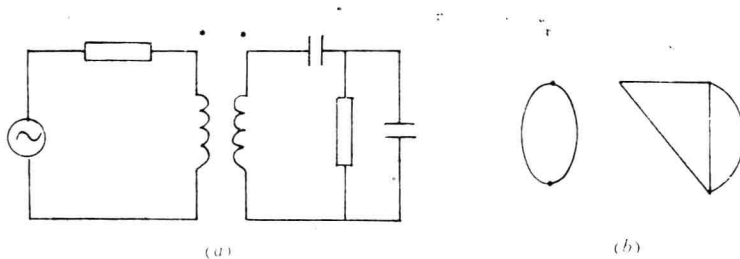


图 2-2 非连通图

$\{b_2, b_4, b_5\}$, $\{b_1, b_2, b_3, b_5\}$, $\{b_3, b_5, b_6\}$, $\{b_1, b_2, b_6\}$ 为回路, 而支路集合 $\{b_1, b_2, b_4, b_5\}$, $\{b_3, b_4, b_5, b_6\}$ 就不是回路。

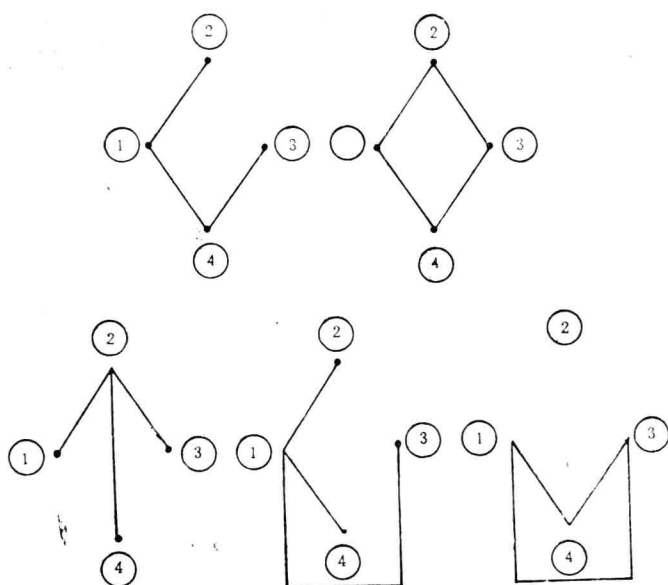


图 2-3 子图

(八) 树

连通图 G 中的一个子图 GS , 如果同时满足以下三个条件, 则称此子图 为图 G 的一个树。这三个条件是:

- (1) GS 是连通的;
- (2) GS 包含 G 的全部节点;
- (3) GS 不包含任何回路。

如图 2-1 的树如图 2-4 所示。

树是连接图中全部节点所需的最少的支路集合, 同一图可以有許多不同的树。同属于一个树的支路叫树支, 不属于该树的支路叫连支 (又称链)。

对于一个给定的树, 凡不属于该树的所有连支的集合为该树的补树。

设连通图 G 的节点数为 n , 支路数为 m , 树支数为 T , 则有:

$$T = n - 1$$

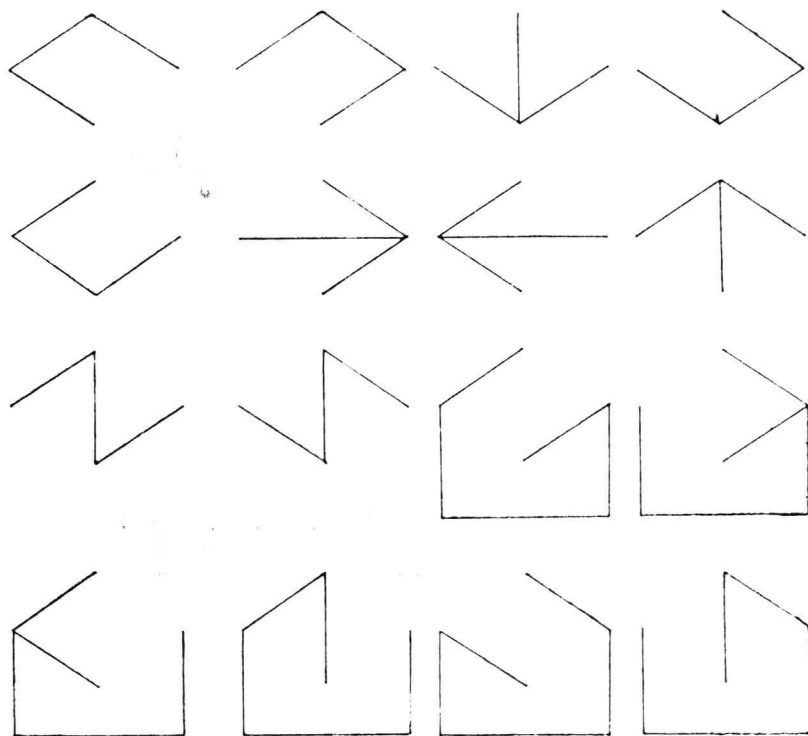


图 2-4 图 2-1 的树

因为第一条支路要两个节点，而每增加一条支路只需增加一个节点。由此可得连支数 l 为：

$$l = m - T = m - n + 1$$

(九) 基本回路和基本回路组

根据定义，图中的树是不存在回路的，但只要在树上任何两节点间增加一个连支，则这个连支和某些树支就会组成一个回路。这种仅含一个连支的回路称为基本回路。基本回路的方向一般取连支的方向。显然，由于图中的连支数为 $m - n + 1$ ，因而就有同样数量的基本回路。这些基本回路构成基本回路组，如图 2-5 所示。取图 2-1 中的 b_3, b_4, b_5 为树支， b_1, b_2, b_6 为连支，可构成三个基本回路 l_1, l_2, l_3 ，分别由 b_1, b_3, b_4 ， b_2, b_3, b_5 ， b_4, b_5, b_6 构成。

(十) 割集

连通图中一组支路集合 c ，若此集合满足下列条件：

- (1) 把 c 中的全部支路集合 c 移去（或割断）而保留节点，则图 G 变为不连通图；
- (2) 只要少移去一条支路，图仍然连通，则该支路集合 c 称为图的一个割集。

在图 2-6(a) 中，由支路 b_1, b_2, b_4 构成割集 c_1 ，将图分成两部分，如图 2-6(b) 所示，由支路 b_1, b_3, b_6

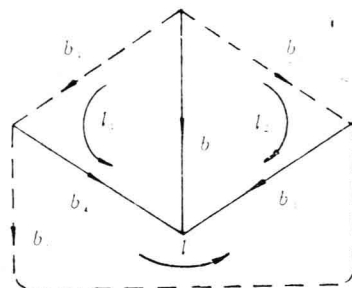


图 2-5 基本回路

构成割集 c_2 ，将图分为两部分，如图 2-6(c) 所示。

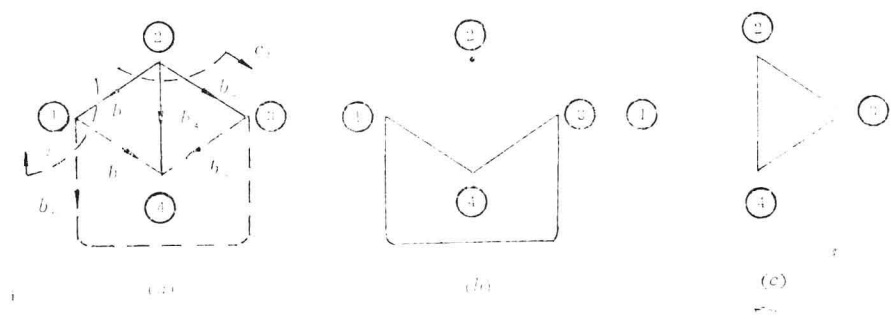


图 2-6 割集

基本割集：每一树支都可以和相应连支构成一个单树支的割集叫基本割集。一般取树支的方向为割集的方向。例如，图 2-6(a) 中，当 b_1, b_4, b_2 为树支， b_3, b_5, b_6 为连支时，割集 c_2 为一基本割集，而割集 c_1 则不是基本割集。

对于一个给定的图，若有 n 个节点 $n-1$ 条树支，那么就有 $n-1$ 个基本割集组成一个基本割集组。一般来说，取基本割集的方向为树支的方向。

二、网络拓扑的矩阵表示

前面已经说明，任何一个网络都可以用图来描述它的支路和节点之间的关系。如何把图中所描述的这一关系输入到计算机中存储起来，以便于对网络进行分析呢？我们知道，计算机可以采用数组的形式存储信息。如果我们将网络图中的支路和节点的关系变成数组的形式就可以输入并存储于计算机中。表示这一关系的常用方法是矩阵，即把网络图中的几何关系写成矩阵。最常用的有三个矩阵：即描述有向图中节点和支路关系的关联矩阵，表征基本回路与支路关系的基本回路矩阵和表征基本割集与支路关系的基本割集矩阵。下面分别予以介绍。

(一) 关联矩阵

网络图中的每一支路都连接在两个节点上（在此，暂不讨论有自环的图），我们称此支路与这两个节点相关联。在有向图中，若支路 b_i 的方向自 n_a 至 n_b ，则 n_a 称为支路 b_i 的起始节点， n_b 为支路 b_i 的终止节点。假设网络有 n 个节点， m 条支路，我们用矩阵的行表示节点，用矩阵的列表示支路，则网络的图可以用一个 $n \times m$ 阶矩阵 A_a 来描述。矩阵 A_a 称为增广关联矩阵 (Augmented Incidence Matrix)，矩阵中的每一个元素 a_{ij} 被定义为：

- $a_{ij} = 1$ 表示节点 i 与支路 j 相关联，且该节点为支路 j 的起始节点。
- $a_{ij} = -1$ 表示节点 i 与支路 j 相关联，且该节点为支路 j 的终止节点。
- $a_{ij} = 0$ 表示节点 i 与支路 j 不相关联。

例如图 2-7(a) 所示电路，其对应的有向图如图 2-7(b) 所示。该图共有四个节点， $n=4$ ，6 条支路， $m=6$ ，其增广关联矩阵为：

	支路	1	2	3	4	5	6
节点	①	1	0	1	0	1	0
$A_a =$	②	0	1	-1	0	0	-1
	③	0	0	0	1	-1	1
	④	-1	-1	0	-1	0	0

矩阵中每行中值为 1 或 -1 的元素, 表示该行所对应的节点与对应的支路相关联。

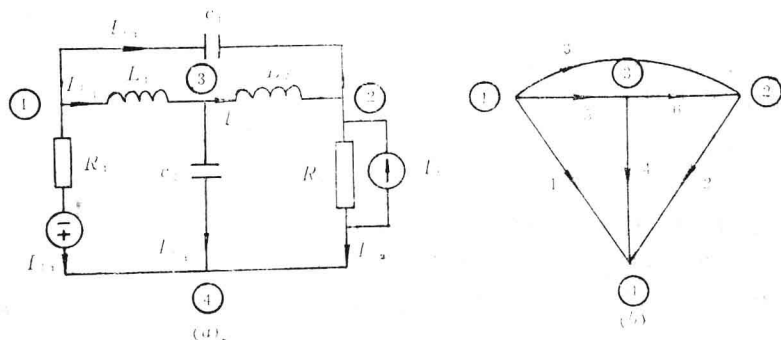


图 2-7 网络及其有向图

增广关联矩阵有以下特点:

1. 由于每条支路必有一个起始节点和一个终止节点, 所以每一列中必有一个 +1 和一个 -1, 且每一列各元素的代数和必等于零。
2. 矩阵中任何一行向量必等于其余各行向量之和并反号。因此, 所有行向量相加其和等于零, 也就是说增广关联矩阵 A_a 的行向量是线性相关的, 矩阵 A_a 的秩小于节点数 n 。

如果去掉矩阵 A_a 中的任何一行, 得到一个新的 $(n-1) \times m$ 阶矩阵, 称为关联矩阵 A 。该矩阵中各行向量为线性独立的, 被去掉的那一行所对应的节点相当于被选为参考节点。可以证明, 一个有 n 个节点的网络图的关联矩阵 A 的秩为 $(n-1)$ 。如上例, 选 ④ 为参考节点, 所得关联矩阵 A 为:

	支路	1	2	3	4	5	6
节点	①	1	0	1	0	1	0
$A =$	②	0	1	-1	0	0	-1
	③	0	0	0	1	-1	1

如果对于给定的图中选一个树, 将支路分为树支和连支, 则关联矩阵可分为两个子块, 其中一个子块代表树支与节点的关系, 为一个 $(n-1) \times (n-1)$ 方阵 A_T , 另一子块表示连支与节点的关系, 为一个 $(n-1) \times (m-n+1)$ 矩阵 A_L 。如图 2-8 所示, 选支路 b_1, b_3, b_6 为树支, 则关联矩阵 A 可写成: