

006220

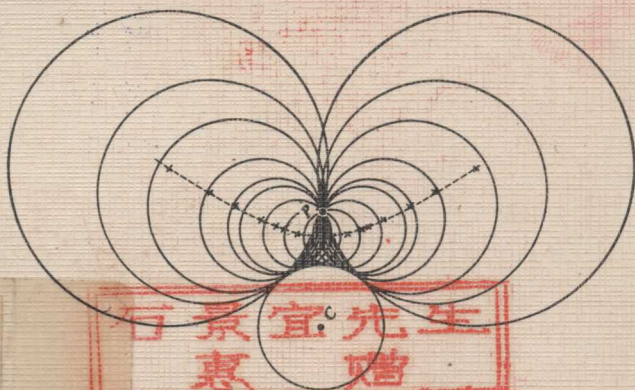
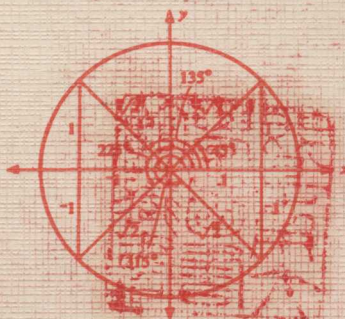
商用數學題解

上册

CALCULUS AND FINITE MATHEMATICS

FRANCIS H. HILDEBRAND

CHERYL G. JOHNSON



石景宜先生
惠贈

曉園出版社

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

S

006220

商用數學題解

上冊目錄

Chapter 1	-----	1~50
Chapter 2	-----	51~116
Chapter 3	-----	117~193



S9009776



Chapter 1

1-1 用集合表示法寫出 1 至 8 各類의集合.

1. $S = \{8, 10, 12\}$

2. $T = \{x: x < 7, x \in W\}$

3. $V = \{a, e, i, o, u\}$

4.

5. $W = \{x: x \geq 13, x \in W\}$

6. $C = \{m, s, p\}$

7. $O = \{x: x = 2x-1, x \in W - \{0\}\}$

8. $F = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

用集合表示法寫出 9 至 16 各類의數值.

9. $5 \in W$

10. $x \in \Sigma$

11. $-1 \notin W$

12. $14 \in (A \cup B)$

$$13. \quad 17 \notin (C \cup D)$$

$$14. \quad 17 \in A'$$

$$15. \quad A \subset B$$

$$16. \quad \phi \subset B$$

$$\text{設 } R = \{0, 1, 2, 5, 6\}$$

$$S = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$T = \{1, 3, 5, 7, 11\}$$

$$V = \{9, 10, 11, 12\}$$

列表表示 17 至 32 各類集合的元素

$$17. \quad R \cup S = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$$

$$18. \quad \{x: x \in R \text{ or } x \in V\} = \{0, 1, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$$

$$19. \quad V \cup R = \{0, 1, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$$

$$20. \quad R \cup S = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$$

$$21. \quad (R \cup S) \cup T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11\}$$

$$22. \quad (R \cap S) = \{2\}$$

$$23. \quad \{x: x \in S, \text{ and } x \in T\} = \phi$$

(2)

$$24. T \cup V = \{11\}$$

$$25. R \cup (S \cap T) = \{0, 1, 2, 5, 6\}$$

$$26. (R \cup S) \cap (R \cup T) = \{0, 1, 2, 5, 6\}$$

$$27. S \cap (T \cup V) = \phi$$

$$28. (S \cap T) \cup (S \cap V) = \phi$$

$$29. R \cap \phi = \phi$$

$$30. R \cup \phi = \{0, 1, 2, 5, 6\}$$

$$31. \{x: x \in R \cup S\} = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$$

$$32. \{y: y \in (R \cap S) \cup T\} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\}$$

設全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

表示 33 至 42 各類之集合.

$$33. A' = \{0, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$34. A \cup A' = U$$

$$35. A \cap A' = \phi$$

$$36. A' \cup A' = A'$$

$$37. A \cap A = A$$

$$38. \{a: a < 6, a \in U\} = \{0, 2, 3, 4, 5\}$$

$$39. \{x: x \in A'\} = \{0, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$40. \{x: 0 < x < 10, x \in A\} = \{3, 5, 7, 9\}$$

$$41. \{x: x \in A \cap U\} = A$$

$$42. \{x: x \in A \text{ and } x \in A'\} = \phi$$

1-2.

1至9題, 判斷其敘述是真或假, 並說明你的理由.

1. $W \subset I$, 真, 因 $x \in W \Rightarrow x \in I$

2. $W \subset R$, 真, 因 $x \in W \Rightarrow x \in R$

3. $I \subset R$, 真, 因 $x \in I \Rightarrow x \in R$

4. 真, 因我們可找到如下之對應

$$\begin{aligned} \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n-1\} &= W \\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n\} &= N \end{aligned}$$

5. 真, 因我們可找到如下之對應

$$\begin{aligned} \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\} &= \text{even} \\ \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\} &= N \end{aligned}$$

6. 假, 例 $2 \in I, 3 \in I, \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} \notin I$

7. 真, 因 $a \in R$, 則 a 可表示為 $\frac{p}{q}$, $p, q \in I, q \neq 0$

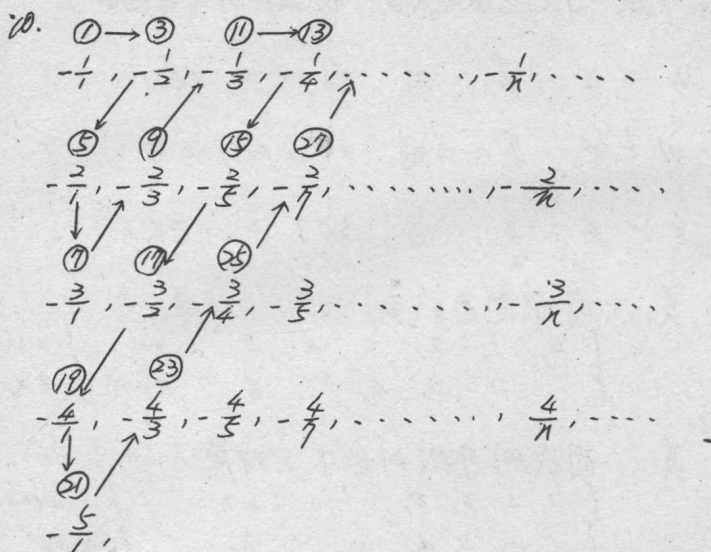
$b \in R$ 則 b 可表示為 $\frac{p'}{q'}$, $p', q' \in I, q' \neq 0$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\frac{p}{q} + \frac{p'}{q'}}{2} = \frac{\frac{pq' + qp'}{qq'}}{2} = \frac{pq' + qp'}{2qq'}$$

而 $(pq' + qp') \in I$
 $2qq' \in I, 2qq' \neq 0$
故 $\frac{a+b}{2} \in R$

8. 假, 例 $3 \in N, 5 \in N, 3-5 = -2 \notin N$

9. 真, 因減法運算對 I 是封閉的.



11. 否, $b = a + 1$ $\frac{a+b}{2} = \frac{a+(a+1)}{2} = a + \frac{1}{2} \notin \mathbb{I}$

12. 是, 因 a, b 皆为质数, 必定同为奇数.
故 $a+b$ 必为偶数 故 $\frac{a+b}{2} \in \mathbb{N}$

13. (a) 是 $\{4, 16, \dots, 2^{2n}, \dots\}$
 $\{1, 2, \dots, n, \dots\} = \mathbb{N}$

(b) 是 $\{3, 9, 27, \dots, 3^n, \dots\}$
 $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\} = \mathbb{N}$

(6)

$$(c) \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$$

$$\left\{ 1, 2, 3, \dots, n, \dots \right\}$$

1-3

用有理數寫出 1 至 6 類各實數近似值至小數點以下一位。

1. $\sqrt{3} \approx 1.7$

2. $\sqrt{7} \approx 4.1$

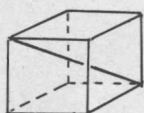
3. $\sqrt{9} \approx 3.0$

4. $\sqrt{5} \approx 2.2$

5. $\sqrt{13} \approx 3.6$

6. $\sqrt{6} \approx 2.5$

7. 試找出一正立方體內對角線之長，而此立方體各邊長為 1



$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

8. 構想一個立方體，使其內對角線之度量為...

(a) $\sqrt{7}$

$$\sqrt{3x^2} = \sqrt{7} \quad \therefore x = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

每邊邊長為 $\sqrt{\frac{7}{3}}$

(b) $\sqrt{13}$

同理邊長為 $\sqrt{\frac{13}{3}}$

(c) $\sqrt{11}$

同理，使邊長為 $\sqrt{\frac{11}{3}}$

(8)

9. 否. 因無理數我們無法找到一種對應關係

若 a 和 b 是整數且 $b \neq 0$, 則 $\frac{a}{b}$ 是有理數, 其等值小數可由 b 除 a 得之, 例

$$\frac{3}{4} = 0.75 \quad \text{因 } 3 \div 4 = 0.75$$

$$\frac{1}{7} = 0.142857 \quad \text{因 } 1 \div 7 = 0.142857$$

$$\frac{1}{9} = .\overline{1} \quad \text{因 } 1 \div 9 = .\overline{1}$$

10 至 17 題, 找出各有理數的等值小數.

10. $\frac{2}{9} = .\overline{2}$

11. $\frac{1}{4} = 0.25$

12. $\frac{1}{6} = 0.1\overline{6}$

13. $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 0.\overline{3}$

14. $\frac{5}{8} = 0.625$

15. $\frac{1}{11} = .0\overline{9}$

16. $\frac{1}{16} = 0.0625$

17. $\frac{5}{12} = .41\overline{6}$

若一有理數是小數形式，且是有限的，則很容易我們能轉變成分數形式 例

$$0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$0.103 = \frac{103}{1000}$$

$$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

18 至 26 題，找出各有限小數之等值分數，

$$18. \quad 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$19. \quad 0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$20. \quad 0.175 = \frac{175}{1000} = \frac{7}{40}$$

$$21. \quad 0.625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$

$$22. \quad 0.2275 = \frac{2275}{10000} = \frac{81}{400}$$

$$23. \quad 0.11 = \frac{11}{100}$$

$$24. \quad 0.202 = \frac{202}{1000} = \frac{101}{500}$$

$$25. \quad 0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$$

(10)

$$>6. \quad 0.835 = \frac{835}{1000} = \frac{167}{200}$$

若一有理數是小數形式而且是循環則下列步驟可以求得
其等值分數：

$$(a) \quad N = .121212 \dots$$

$$100N = 12.1212$$

$$\underline{- N = -.1212}$$

$$99N = 12.$$

$$N = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

$$(b) \quad N = .4321321$$

$$10000N = 4321.321$$

$$\underline{-10N = -4.321}$$

$$9990N = 4317.$$

$$N = \frac{4317}{9990} = \frac{1439}{3330}$$

>7 至 >34 題 找出各循環小數的等值分數

$$>7. \quad 0.999 \dots = N$$

$$10N = 9.\overline{9}$$

$$\underline{- N = -0.9}$$

$$9N = 9$$

$$N = 1$$

$$>8. \quad 0.4\overline{1} = N$$

$$100N = 41.\overline{1}$$

$$\underline{-10N = -4.\overline{1}}$$

$$90N = 37$$

$$N = \frac{37}{90}$$

(11)

$$29. \quad N = 0.102102 \dots$$

$$1000N = 102.\overline{102}$$

$$\underline{- N = - .\overline{102}}$$

$$999N = 102.$$

$$N = \frac{102}{999} = \frac{34}{333}$$

$$30. \quad N = 0.4141 \dots$$

$$100N = 41.\overline{41}$$

$$\underline{- N = - .\overline{41}}$$

$$99N = 41$$

$$N = \frac{41}{99}$$

$$31. \quad N = 0.12341234 \dots$$

$$10000N = 1234.\overline{1234}$$

$$\underline{- N = - .\overline{1234}}$$

$$9999N = 1234$$

$$N = \frac{1234}{9999}$$

$$32. \quad N = 0.333 \dots$$

$$10N = 3.\overline{3}$$

$$\underline{- N = - .\overline{3}}$$

$$9N = 3$$

$$N = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(12.)

$$33. \quad N = 0.65151 \dots$$

$$1000N = 651.51$$

$$\underline{-10N = -6.51}$$

$$990N = 645$$

$$N = \frac{645}{990} = \frac{129}{198} = \frac{43}{66}$$

$$34. \quad N = 0.17621 \dots$$

$$100000N = 17621.21$$

$$\underline{-1000N = -176.21}$$

$$99000N = 17445$$

$$N = \frac{17445}{99000} = \frac{1163}{6600}$$

1-4

1. 將下列數列由最小至最大排列。

$$a. \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}$$

$$(b) \frac{8}{9}, \frac{7}{6}, > \frac{1}{5}, \frac{64}{71}, \frac{7}{8}, \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{64}{71}, \frac{7}{6}, \frac{7}{5}$$

$$(c) 2.011, 1.25, > 3.7, > 1.72, > 1.721 \\ \Rightarrow 1.25, 2.011, > 1.72, > 1.721, > 3.7$$

$$(d) 3.1416, 3.0416, > 734, > 737, 3.14165 \\ \Rightarrow > 734, > 737, 3.0416, 3.1416, 3.14165$$

解 下列各不等式，如以第 (1-4) 例類一樣逐步解，並說明其性質，以使你的每個步驟都是“合法”。

$$2. \quad x + 1 < 3$$

$$(x+1) - 1 < 3 - 1 \quad (\text{性質 } 3-2, \text{ 以下用 } P \text{ 代表“性質”。}) \\ x < 2$$

$$3. \quad 2x < 4$$

$$(\div x) \cdot \frac{1}{2} < 4 \cdot \frac{1}{2} \quad (P-4, 2) \\ x < 2$$

$$4. \quad 2x + 1 < 4$$

$$(2x+1) - 1 < 4 - 1 \quad (P-3, 2)$$

$$2x < 3$$

$$\frac{1}{2} (2x) < \frac{1}{2} \cdot 3 \quad (P-4, 2)$$

$$x < \frac{3}{2}$$

(2.4)