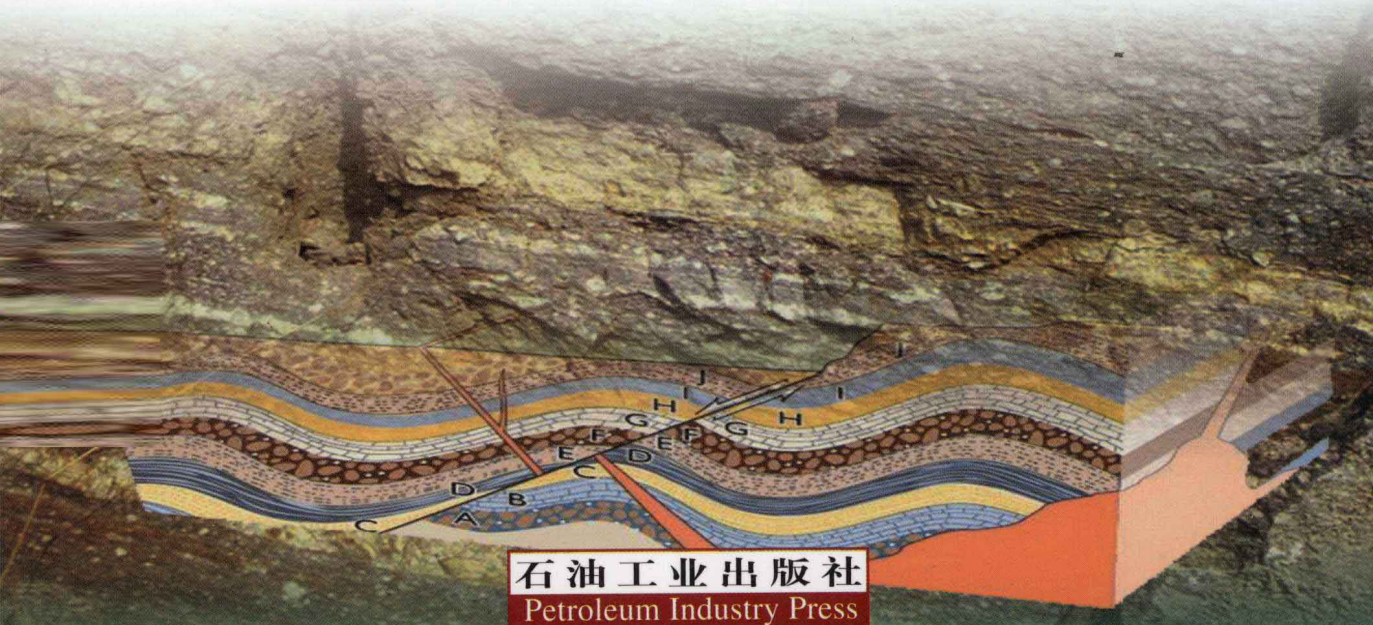


高等学校教材

北京市精品课程配套教材

渗流力学

程林松 编



石油工业出版社
Petroleum Industry Press

内 容 提 要

本书从渗流基本规律及渗流数学模型入手,系统介绍了单相不可压缩流体的稳定渗流规律,水压驱动方式下多井工作时的干扰理论,油水和油气两相渗流理论基础,单相微可压缩液体弹性不稳定渗流理论,水平井近井渗流规律,双重介质渗流理论,非牛顿流体及物理化学渗流理论。为了方便读者学习,对每章要点进行了小结,并附有练习题。

本书可作为高等院校石油工程、石油地质、流体力学等专业的教材,也可作为相关专业研究生和从事油气田勘探与开发科研人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

渗流力学/程林松编.

北京:石油工业出版社,2011.8

高等学校教材

北京市精品课程配套教材

ISBN 978-7-5021-8651-7

I. 渗…

II. 程…

III. 油气藏渗流力学—高等学校—教材

IV. TE312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 171310 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:www.petropub.com.cn

编辑部:(010)64523579 发行部:(010)64523620

经 销:全国新华书店

印 刷:北京中石油报印刷厂

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本:1/16 印张:12

字数:302 千字

定价:20.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

100011

前 言

渗流力学是流体力学的一个重要分支,它研究的是一种特殊流动——流体在多孔介质中的流动。渗流力学理论在水工、水文地质、化工、冶金等部门,特别是在石油工程方面都有重要的应用。石油工程专业的“渗流力学”课程是以油藏为研究对象的重要专业理论课,即研究在高温高压条件下,油、气、水在多孔介质中的流动规律、生产过程中地层压力和饱和度等的变化规律。“渗流力学”是在“高等数学”、“油层物理”和“流体力学”等基础上讲授的关于油、气、水地下流动规律的基础课程,是掌握地下流体流动规律并分析剩余油分布和水驱走向的重要依据,是学习“油藏数值模拟”、“油藏工程”等后续课程的重要基础。

20世纪50年代北京石油学院建校时,聘请苏联专家首次在国内开设“渗流力学”这门课程,随后采油教研室人员编写了渗流力学讲义和教材(汪祖伟主编),在我国首次将渗流力学作为采油工程技术的一个重要分支,建立了课程体系的雏形,并开始培养渗流力学研究方向的研究生,同时向其他石油院校输送了一大批优秀的教师。几十年来,渗流力学不断发展和进步,对渗流力学教材有了更高的要求——既要适应21世纪石油工程专业本科生的教学和科研需要,又要培养有创造力的人才;既要结合石油勘探开发的实际需要,又要遵循渗流力学的科学体系。为了适应新形势和新发展,编者根据近二十年从事渗流力学的教学实践和科研成果,在继承现有渗流力学教材长处的基础上,吸收了许多国内外学者长期教学与研究的成果(特别是编者所在课题组的研究成果,着重于油气田开发渗流的理论基础),历时数载编写了本教材。本书博采众长,具有一定的先进性、科学性和系统性。全书共八章,全面系统地阐述了渗流力学基础理论体系。通过学习本教材,学生能够掌握油气层渗流力学的基本知识、基本理论、基本规律以及研究渗流力学理论的基本方法,从而形成本课程的基本知识框架,为后续课程的学习以及从事油气田开发、开采工作打下良好的基础。

本书编写过程中得到了中国石油大学(北京)石油工程学院油藏数值模拟组成员的大力支持,其中李春兰副教授和罗瑞兰博士参加了第五章的编写,黄世军副教授协助了第六章的编写,李春兰副教授和廉培庆博士协助了第七章的编写,曹仁义老师参加了第八章的编写,曹仁义老师、罗瑞兰博士、罗艳艳博士承担了大量的文字和图表处理工作,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,书中难免存在不足或错误,恳请广大读者批评指正。

编 者

2011年7月于北京昌平

目 录

第一章 渗流基本规律及渗流数学模型	1
第一节 油气藏中流体静态分布状况.....	1
第二节 油藏中的驱油能量和驱动方式.....	4
第三节 渗流的基本规律—达西实验定律.....	5
第四节 达西定律的局限性.....	7
第五节 油气渗流数学模型的建立.....	9
第六节 典型油气渗流数学模型的建立	19
第七节 数学模型的边界条件	23
本章要点	28
练习题	28
第二章 单相不可压缩流体的稳定渗流规律	31
第一节 单相液体刚性稳定单向渗流	32
第二节 单相液体刚性稳定平面径向渗流	35
第三节 单相液体刚性稳定球形径向渗流	40
第四节 井的不完善性	41
第五节 油井的稳定试井方法	42
第六节 单相不可压缩液体稳定渗流基本微分方程的解	45
本章要点	47
练习题	48
第三章 水压驱动方式下多井工作时的干扰理论	50
第一节 叠加原理	50
第二节 用镜像反映法研究边界对渗流的影响	56
第三节 势函数、流函数和复势函数.....	61
第四节 等值渗流阻力法	80
本章要点	88
练习题	88
第四章 油水和油气两相渗流理论基础	91
第一节 活塞式水驱油理论	91
第二节 非活塞式水驱油理论	93
第三节 油气两相渗流理论.....	105
本章要点.....	114
练习题.....	115
第五章 单相微可压缩液体弹性不稳定渗流理论	118
第一节 弹性不稳定渗流的物理过程.....	118
第二节 无限大地层定产条件弹性不稳定渗流基本解.....	120

第三节 弹性驱动方式下多井干扰理论.....	123
第四节 圆形封闭地层定产拟稳态条件下微分方程的解.....	131
本章要点.....	134
练习题.....	134
第六章 水平井近井渗流规律.....	137
第一节 水平井技术现状.....	137
第二节 水平井近井渗流特征.....	139
第三节 水平井近井渗流规律描述.....	141
第四节 影响水平井近井渗流的因素.....	155
本章要点.....	158
练习题.....	159
第七章 双重介质渗流理论基础.....	160
第一节 双重介质渗流的物理概念.....	160
第二节 双重介质单相渗流的数学模型.....	162
第三节 双重介质简化渗流模型的无限大地层典型解.....	164
第四节 双重介质油藏不稳定试井分析.....	168
本章要点.....	171
练习题.....	171
第八章 非牛顿流体及物理化学渗流.....	172
第一节 非牛顿流体流变特征.....	172
第二节 纯黏性非牛顿流体渗流.....	173
第三节 考虑扩散的渗流及典型解.....	179
第四节 带吸附和扩散的渗流及典型解.....	182
本章要点.....	185
练习题.....	185
参考文献.....	186

第一章 渗流基本规律及渗流数学模型

在油气田开发工程中，为了合理地控制和改造油层，保证油气田长期稳定高产，就必须掌握油、气、水在地层中的流动规律。在渗流力学中把在油、气层中流动的油、气、水以及它们的混合物统称为“流体”。

油层、气层是由许多形状、大小各不相同的岩石颗粒构成，颗粒之间形成许多孔隙空间，而流体就储存在这些孔隙空间内，这些孔隙空间有的互相连通，形成通道，有的则互不连通。储存流体的空间一般有孔隙、裂缝和溶洞三类孔隙结构。在渗流力学中我们把油、气层这种以固相为连续骨架，并含有孔隙、裂缝或溶洞体系的介质称为“多孔介质”。一般砂岩油、气层都由孔隙构成储存流体的空间，像这种只存在一种孔隙结构的多孔介质称为单纯介质。绝大多数砂岩油、气层被认为是一种单纯介质，称为孔隙介质。在某些油、气层中常同时存在两种或三种孔隙结构，如孔隙—裂缝、孔隙—溶洞、裂缝—溶洞或孔隙—裂缝—溶洞，称为双重介质或三重介质。一般石灰岩油、气层被认为是具有孔隙及裂缝的双重介质。

流体在多孔介质中流动称为“渗滤”或“渗流”。研究流体在多孔介质中流动的科学称为“渗流力学”。流体在具有不同孔隙结构的多孔介质中的流动特性是不同的，本教材将讨论在不同孔隙介质中的渗流问题。

在油、气储集层中油、气、水构成一个统一的水动力系统。这个系统是由含油区、含气区（当有气顶存在时）和含水区（当有边水或底水存在时）所组成。在一个地质构造中各处都是由微细的孔隙通道相连，构造中流体之间是互相制约，互相作用的，每一局部地区的变化都会影响到整体，这样的—个地质构造可看做是一个统一的水动力系统。由于一个统一的水动力系统中流体是互相联系的，因此在讨论渗流规律之前，首先要了解油、气、水在油藏中的分布状况以及驱油能量来源。除此之外，还要对这些流动规律进行精确的描述，即建立相应的渗流数学模型。

第一节 油气藏中流体静态分布状况

一、油、气、水的分布状况

在砂岩油藏中，地下流体总是储集在各种构造中，最常见的是背斜构造。下面就以背斜构造为例，阐明在静态条件下油、气、水在其中的分布状况。

如果在一个统一的水动力系统中同时存在有油、气、水，由于气最轻，将占据构造顶部的孔隙，称为“气顶”。石油则聚集在稍低的翼部，而更重的水则占据翼的端部，处于最外围，称为“边水”。如图 1-1 所示。

油藏中油和水的接触面积为油水分界面，投影到平面上即为含油边缘，严格来说，应划分为含油内边缘和含油外边缘，在实际中一般取内、外含油边缘之中间位置来计算含油边

10

缘。油气分界面的水平投影称为含气边缘。如果油藏外围有天然露头并与天然水源相通，称为“敞开式油藏”（图 1-1）。如果外围封闭（断层遮挡或尖灭作用），无水源，则称为“封闭式油藏”，其外围封闭处的投影称为封闭边缘（图 1-2）。

根据油、气、水的分布状况，把位于含油边缘外部的水称为边水，当油层较厚，地层倾角平缓时，水位于油之下，称为底水（图 1-3）。

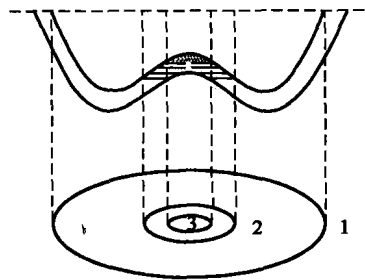


图 1-1 敞开式油藏

1—供给边缘；2—计算含油边缘；
3—含气边缘

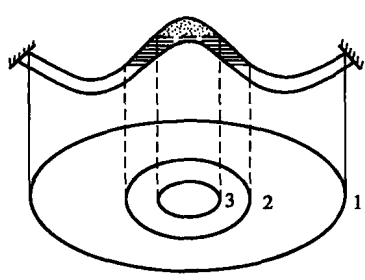


图 1-2 封闭式油藏

1—封闭边缘；2—计算含油边缘；
3—含气边缘

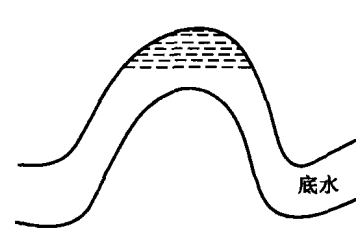


图 1-3 底水油藏

实际油田往往都不是单一油层，而是小层交错，小层间也可能有局部连通，构成油砂体。层与层之间岩性也常不一致，同一层内各处的岩性亦不相同，故而油层是非均质的。另外，也可能由于地壳运动等原因，油层常被断层分割成许多区块，这就使油层形状和油、气、水分布状况更加复杂和不规则，因此在开发油藏时，首先要了解油、气、水储存状况和特点。

二、五种压力的概念

下面简要地介绍一下油藏开采时常用的 5 种压力概念。

1. 原始地层压力

油藏在开发以前，整个油藏处于平衡状态，此时油层中流体所承受的压力称为原始地层压力。一般在油藏开发初期，第一批探井完井诱喷后，立即关井测压，所测得的各井油层中部深度压力就是各井的原始地层压力（ p_i ）。当油层倾角较大时，各井油层中部深度往往各不相同，处于油层顶部的井油层中部深度小，处于翼部的深度大。矿场实践表明，在油藏开发前的原始状况下，虽然油藏处于平衡状态，流体不流动，但各井的实测油层中部深度压力即各井原始地层压力也是不相等的。

在油藏投入开发以后，就打破了油藏原始状态，此时所钻的井就不可能直接再测得原始地层压力。这些井的原始地层压力就需要根据该井油层中部深度，在压力梯度曲线上求得。所谓压力梯度曲线指的是在直角坐标系中，根据最初的探井所测得的油藏埋藏深度（油层中部深度） H 和实测压力 p 资料，以 H 为纵坐标， p 为横坐标所绘得的关系图线，它是一直线，如图 1-4 所示。这种直线可以用以下的数学形式来表示：

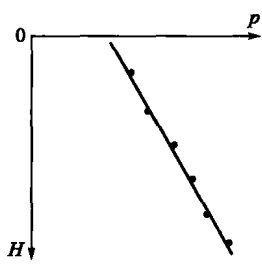


图 1-4 压力梯度曲线

$$p_i = a + bH \quad (1-1)$$

式（1-1）中系数 b 称为压力系数。常规油藏 b 的取值为 0.7

~1.2, 当 $b < 0.7$ 时称为异常低压油藏, 当 $b > 1.2$ 时称为异常高压油藏。不同的水动力系统, 其压力梯度曲线是不同的。

2. 目前地层压力

油藏开发过程中, 不同时期的地层压力称为目前地层压力 (p)。使一口油井停止生产, 而周围的油井继续生产, 则关闭井的压力逐渐升高, 经过一段较长的时间后, 压力值不再上升, 趋于稳定, 此时测得的该井的油层中部深度压力值即为该井的目前地层压力, 习惯上也称为该井的“静压”。

3. 折算压力

各井的原始地层压力不相等, 说明油藏各处的流体除具有压能外, 还具有其他能量。在油藏开发前的原始状况下, 油藏各处流体所具有的总能量是相等的, 只有这样才能使流体不流动。在流体力学中, 单位质量液体具有的总能量有比位能、比压能和比动能。

用点 M 表示某井油层中部位置, 选原始油水分界面作为基准面, 用 Z 表示 M 点的标高, p 表示 M 点的实测压力值, γ 表示油层条件下液体的重度, 重度 = 密度 $\times g$, g 为重力加速度, 9.8m/s^2 , u 表示 M 点流体的流速 (图 1-5)。

M 点流体所具有的总能量称为总水头 H :

$$H = Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \quad (1-2)$$

由于流体在油层中渗流时, 在孔隙通道中的流动速度是很小的 (一般以微米计算, 即 10^{-6}m/s), 所以它的平方项将更小, 可忽略不计, 这样总水头可写成:

$$H = Z + \frac{p}{\gamma}$$

将总水头式 (1-2) 用压力形式来表示:

$$p_r = \gamma H = p + \gamma Z \quad (1-3)$$

式中, p_r 称为折算压力, 它表示油层中各点流体所具有的总能量, 而 p 仅表示该点处压能的大小。

一般习惯上是把原始油水分界面选为计算折算压力时的基准面。

例: 某井油层中部海拔 -940m, 油水界面海拔 -1200m, 地层原油密度 0.85g/cm^3 , 实测油层中部压力 9.9MPa (表压), 求折算到原始油水界面的折算压力。

解: 标高 $Z = 1200 - 940 = 260(\text{m})$

油的重度 $\gamma = 0.85 \times 1000 \times 10 = 8500(\text{N/m}^3)$

折算压力 $p_r = p + \gamma Z = 99 \times 10^6 + 850 \times 260 = 121.1 \times 10^6 \text{Pa} = 12.11 (\text{MPa})$

在矿场实用计算时, 采用混合单位, 其计算公式形式如下:

$$p_r = p + \frac{\gamma Z}{980}$$

式中单位: p_r 、 p —MPa; γ — N/m^3 ; Z —m。

在油井动态分析中对比各井地层压力或流体流动方向时, 必须用折算压力数值, 才能得出正确的结论。

4. 供给压力

油藏中存在液源供给区时, 在供给边缘上的压力称为供给压力 (p_e)。

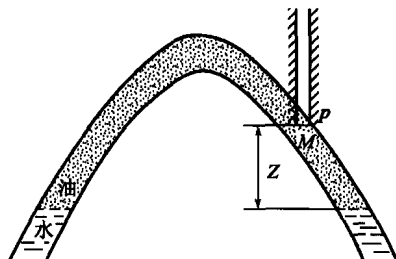


图 1-5 油层示意图

5. 井底压力

油井生产时井底测得的压力称为井底压力 (p_w)，习惯上也称为该井的流压。

第二节 油藏中的驱油能量和驱动方式

油藏未开发时，整个油层内具有较大的潜在能量，这些潜在能量在开采时就成为油层中流体流动的动力来源。另外，人工增加的油层能量（注水或注气）也是油层中的动力来源。正是这些能量使得油、气在开采过程中流向井底，因此研究渗流问题首先必须分析油藏中的驱油能量。

油藏的能量主要来自：边水或底水的压能，液体和岩石的弹性能，气顶中压缩气体的弹性能，原油中溶解气的弹性能和原油本身的重力。

在自然条件下，流体在多孔介质中运动时，常常是各种能量同时起作用，如一般都存在液体与岩石的弹性能作用和原油重力作用等，然而在不同时期，驱使油、气流向井底的能量中必有一种能量起主要作用。在开采的过程中，根据主要依靠哪一种能量驱出石油来区分油藏的不同驱动方式。驱动方式不同，开采过程中产量、压力变化规律不同，最终采收率也不同。因此，鉴别油藏的驱动方式，对合理开发油田有很大意义。

一般的驱动方式可分为如下 5 种：

(1) 刚性水压驱动：主要是依靠与外界连通的边水、底水或人工注入水的压能驱使原油流动。

(2) 弹性驱动：主要依靠岩石和液体的弹性能将原油驱向井底。如果油藏含油区和含水区连通性很好，含水区又很大，此时依靠含水区岩石和水的弹性作用将水渗入含油区，使油流动，这种驱动方式称为弹性水压驱动。

(3) 气压驱动：油藏内具有气顶，而且主要依靠气顶中压缩气的弹性膨胀能将油驱向井底的一种驱动方式。

(4) 溶解气驱：地层压力低于油藏的饱和压力后，从原油中不断分离出溶解气。如果主要依靠这种不断分离出来的溶解气的弹性作用来驱油则称为溶解气驱。由于原油中溶解的气量总是有限的，故这种方式的采收率往往比较低。

(5) 重力驱动：原油依靠其本身重力的作用流向井底。由于重力的作用总是有限的，故一般只是在其他能量均已枯竭，且油藏具有明显的倾角时才会出现这种驱动方式。

由上面的分析可知，驱动方式只是反映油藏中的主要动力，但不是说在某一种驱动方式下仅存在唯一的一种动力，而是其他的力相对来说不起主要作用。驱动方式也不是一成不变的，一旦主要的动力发生变化，驱动方式也就随之而转化。例如，一个地层压力高于饱和压力的油藏，并且生产井井底压力也保持高于饱和压力，在开发初期，井底形成的压力降还未传到边缘时，驱油入井的动力是压力降范围内的液体和岩层的弹性能，因此这时的驱动方式为弹性驱动。当压力降传到含水区后，驱油的动力主要是水区的弹性能。当压力降继续传到供给边缘处，如果该处有足够的水量补充，则油藏将转化成刚性水压驱动，流体和岩层的弹性能不再成为主要的驱油动力。也就是说实际油田开发是一个综合驱动的过程。

如果所采用的开采方式不合理，在油藏内部不合理地过量采油，使局部地区压力迅速低于饱和压力，可能使局部地区转入溶解气驱。但是，如采用人工注水方法，凡是注水见到效果的地区，可以转化为刚性水压驱动方式。

第三节 渗流的基本规律—达西实验定律

实际油层一般是多层和非均质的，构成岩层的颗粒形状和大小很不均匀，而且岩层孔隙极小，孔道曲折杂乱，表面粗糙，单位体积岩层的孔隙通道的表面积（称为“比面”）很大，因而流体渗过时，阻力很大，流动速度很小，渗流途径曲折复杂，比起管路内流体的流动状况要复杂得多。一般用实验方法研究渗流的基本规律。实验装置如图 1-6 所示。

此装置为一立式的开口圆筒，侧面装设测压管，筒中距底一定高度处安装滤网 b，上填装砂样至一定高度。水自上部引入圆筒中，借助 a 管保持稳定水位，液体渗过砂层从圆筒底部流出，用量杯 d 测量流量。

以上述实验装置为例，做多组实验进行对比。这些实验包括砂层横截面积不同，砂子颗粒大小不同，即砂层渗透性不同，通过的液体黏度不同，两测压管间距离不同的多种实验。在实验过程中用 a 管保持了稳定水位，所以实验是在稳定条件下进行的。

通过调节出口管 c 阀门的不同开启程度，可以得到不同的水头差和通过砂层的相应流量资料。

在断面 1-1 处总水头（忽略流速水头项）：

$$H_1 = Z_1 + \frac{p_1}{\gamma}$$

在断面 2-2 处总水头：

$$H_2 = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

两断面间的水头差：

$$\Delta H = (Z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (Z_2 + \frac{p_2}{\gamma})$$

折算压力差为：

$$\Delta p_r = \gamma \Delta H$$

实验结果表明：在一定范围内流量 Q 与折算压力差 Δp_r 成直线关系。若把出口管 c 阀门继续开大，直线关系就会被破坏，此时流量 Q 与折算压力差 n 次方 Δp_r^n 成正比关系。

在流体力学中，当流动处于层流状态时，水头损失与流量成直线关系，而在紊流时，水头损失与流量之间不再是直线关系。破坏直线关系的原因是由于层流状态时，液流阻力是以黏性阻力为主，而紊流状态时，则转化为以惯性阻力为主。液体通过砂层渗流时，也是类似情况。黏性阻力与惯性阻力的对比，就决定了流量与折算压力差是否服从直线关系。

大量的实验和油田实际资料表明，由于流体流动速度非常小，因而一般砂岩油藏中，流量和折算压力差都将服从直线关系，仅在裂缝性地层或井底附近地区有破坏直线关系的可能，在气藏中由于气体黏度小，流动速度大，也会出现破坏直线关系的情况。

下面首先对流量与折算压力差成直线关系（图 1-7）的情况进行分析，根据实验得知它们满足如下等式：

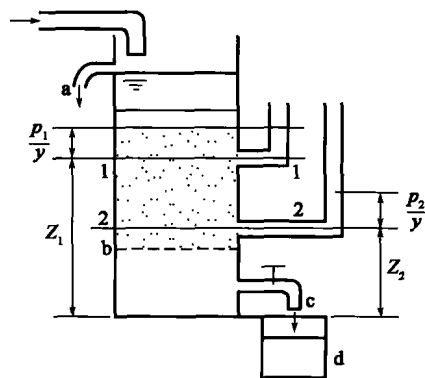


图 1-6 达西实验装置图

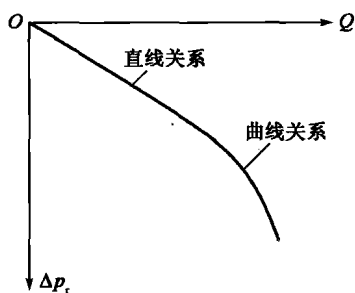


图 1-7 流量与折算压力关系

$$Q = \frac{K}{\mu} A \frac{\Delta p_r}{\Delta L} \quad (1-4)$$

式中 Q ——通过砂层的渗流流量, cm^3/s ;
 K ——砂层渗透率, 它反映液体渗过砂层的能力, μm^2 或 D ;
 A ——渗流横截面积, cm^2 ;
 Δp_r ——两渗流截面间的折算压力差, 物理大气压
 (注: 在俄文文献中采用 $1\text{kg}/\text{cm}^2$, 即工程大气压);
 μ ——液体黏度, $\text{mPa} \cdot \text{s}$;

ΔL ——两渗流截面间的距离, cm 。

式 (1-4) 称为达西公式, 由于流量与折算压力差呈直线关系, 故也称为达西直线定律, 它是 19 世纪法国水利工程师达西为解决给水净化问题, 通过实验得出的。式中折算压力差是驱使流体流动的动力, 在此压差作用下流体从断面 1 流向断面 2。 $\frac{\mu \Delta L}{KA}$ 反映了渗流过程中阻力的大小, 影响阻力大小的因素是取决于与流体物性有关的参数即黏度, 与岩石物性有关的参数即渗透率, 还取决于岩石的几何形状如渗流面积和长度参数。达西公式实际上反映了流体渗流时动力与阻力的关系。

若实验时砂层是水平放置的, 则由于各点位置高度都相同, 实测压力差值和折算压力差值是一致的, 此时达西公式可写成:

$$Q = \frac{K}{\mu} A \frac{\Delta p}{\Delta L} \quad (1-5)$$

式中 Δp ——实测压力差, 10^{-1}MPa 。

下面介绍“渗流速度”这一概念。流体只是在砂层中的孔隙通道内流动, 因此流体通过砂层截面上孔隙面积的速度平均值 u 反映了该砂层截面上流体流动真实速度的平均值, 称为实际平均速度:

$$u = \frac{Q}{A_p} \quad (1-6)$$

式中 Q ——流量, cm^3/s ;

A_p ——孔隙截面面积, cm^2 。

由于孔隙通道形状复杂, 所以岩层各横截面上孔隙面积是不相同的, 使得通过各横截面的流体实际平均速度 u 不断变化, 给研究渗流问题带来很大的麻烦, 因此提出一个假想的速度即渗流速度 v , 一般用它来研究渗流问题。

所谓渗流速度指的是, 设想流体通过整个岩层横截面积 (实际上流体只通过孔隙横截面积), 此时的流体流动速度称为渗流速度 v :

$$v = \frac{Q}{A} \quad (1-7)$$

保持流量不变, 当岩层横截面积不变时, 渗流速度也不变, 这给研究工作带来方便。

由孔隙度公式:

$$\phi = \frac{V_p}{V}$$

式中 V_p ——孔隙体积, $V_p = A_p L$, m^3 ;

V ——岩层体积, $V = AL$, m^3 ;

L ——岩层长度, m 。

所以 $\phi = \frac{A_p}{A}$, 代入式 (1-6) 得:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{\phi Q}{A_p} = \phi u \quad (1-8)$$

式 (1-8) 反映了流体渗流速度与实际平均速度间的关系。在渗流力学中经常应用的是渗流速度, 用它来研究油井产量等问题, 只有在研究流体质点运动规律时, 才用实际平均速度。

达西公式 (1-4) 也可用渗流速度的形式来表达, 即:

$$v = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L} \quad (1-9)$$

为了理论分析方便起见, 用微分形式表示式 (1-9):

$$v = -\frac{K}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (1-10)$$

公式 (1-10) 中的负号是与坐标轴的选定有关, 所取的 x 轴方向与流动方向一致, 在渗流过程中压力沿流动路程而降低, 当 dx 为正值时, dp 为负值, 为保证渗流速度取正值, 在式 (1-10) 中加上负号。

式 (1-5) 还可以写成如下形式:

$$Q = \frac{\Delta p}{\mu \Delta L / KA} = \frac{\text{驱油动力}}{\text{渗流阻力}}$$

由此可知, 达西定律实际上反映的是油井产量与驱油动力和阻力相互间的一种制约关系。

第四节 达西定律的局限性

在大多数油藏中, 液体在多孔介质中渗流是服从达西定律的, 如果以压力差为纵坐标, 以流量 Q 为横坐标可得到如图 1-7 所示的直线段。然而由大量实际资料得知, 如果继续加大压差时, Q 与 Δp 的关系变成曲线, 如图 1-7 中所示的曲线段。在管路水力学中, 液流处于层流状态时, 黏性阻力为主, 水头损失与流量成直线关系。而在湍流状态时则以惯性阻力为主, 水头损失与流量不成直线关系。液体渗流时也存在类似的情况, 因而黏性阻力与惯性阻力的对比, 就决定了压力差与流量是否服从直线关系。

较早以前, 认为达西定律的适用条件是层流, 而破坏达西定律就是出现了湍流。20 世纪 40 年代以来, 很多实验表明, 并不是所有地下液体的层流运动都服从达西定律, 也就是说液流的临界雷诺数远远小于 2000 时, 液流运动已经破坏了达西定律。因此, 多孔介质中液流可以分为三个区域:

- (1) 低雷诺数时, 即低速时, 属于层流区域。这时黏性阻力占优势, 达西定律适用。
- (2) 随着渗流速度增加, 存在从层流向湍流的过渡带, 这是非线性层流方式。
- (3) 高渗流速度时为湍流, 达西定律不适用, 如表 1-1 所示。

从服从达西定律的层流运动到不服从达西定律的层流运动再过渡到湍流运动，其转变是逐渐的，往往没有一个明确的分界线。这是因为在多孔介质中，孔隙的大小、形状和方向都在很大范围内变化，有些孔隙中的流动状态转变了，有些孔隙中还没转变，所以总的看来是逐渐过渡的。

表 1-1 达西定律的适用性

达西定律适用	达西定律不适用	
层流	层流	湍流
黏滞力占优势	层流向湍流过渡 黏滞力变小 惯性力增加	惯性力占优势

关于判别液流状态的雷诺数，经过多年来不断实验和不断总结，提出了很多用雷诺数判别的公式，到目前为止比较通用的是：

$$Re=\frac{v\sqrt{K\rho}}{1750\mu\phi^{\frac{1}{2}}}\tag{1-11}$$

式中 Re ——雷诺数，它反映了惯性力和黏性力的比值，并进一步考虑了多孔介质的特点，渗流中的临界雷诺数为 $0.2\sim0.3$ ，即当 $Re\leqslant0.2\sim0.3$ 时，渗流服从达西定律， $Re>0.2\sim0.3$ 时，渗流不服从达西定律；

- v ——渗流速度，cm/s；
- K ——渗透率， μm^2 或 D；
- μ ——黏度，mPa·s；
- ρ ——密度，g/cm³；
- ϕ ——孔隙度，小数。

描述非线性渗流时，产量与压差的关系式有两种：

(1) 当渗流破坏达西定律时，渗流速度与压差可用指数关系表示，即：

$$Q=C\left(\frac{dp}{dL}\right)^n\tag{1-12}$$

式中 C ——取决于岩层和流体性质的系数；

n ——渗流指数，当 $n=1$ 时， $C=\frac{K}{\mu}A$ ，渗流服从达西定律，实验证明 n 的变化范围在 $1\sim1/2$ 之间。

(2) 很多人认为在物理上合理得多的是二项式渗流定理：

$$-\frac{dp}{dL}=aQ+bQ^2\tag{1-13}$$

式中， a 、 b 为取决于岩石和流体物理性质的常数。公式 (1-13) 右端第一项反映达西定律特征，是液体和多孔介质之间的直接摩擦而引起的压力损耗。当速度 Q 很小时，相应的雷诺数也很小，第一项占优势， $a=\frac{\mu}{KA}$ ，则 Q^2 项就可不计，式 (1-13) 就转化为达西直线定律。第二项反映液流在绕过组成多孔介质的无规律的固体系统时因收缩、扩大和转弯等所引起的压力耗损，可称为“微观局部阻力”的压力耗损。当速度和雷诺数大时，这一项占优势。非线性渗流定律在研究油井问题时应用较少，但在研究气藏中气井渗流问题时得到广泛的应用。

由上述可知渗流服从达西定律时，流量与压差应成直线关系，此直线并应通过坐标轴原

点,因而所有偏离这种直线的都代表其他的非达西型渗流。1969年库提勒克概括了12种非达西型渗流模式曲线,如图1-8所示。通过对偏离直线的物理原因进行综合分析指出,非达西型渗流远比上述分析要复杂得多,偏离的原因可能由于:(1)渗流速度过高,流量过大,这种情形可用式(1-12)或式(1-13)描述;(2)分子效应,如气体渗流时由于气体滑脱和分子冲流、吸附作用与毛细管凝析引起气体渗流异常的情况;(3)离子效应,如多孔介质中含有黏土时,盐水渗流过此时存在离子效应的影响,实验发现这时渗透率随含盐浓度的增加而增加,并随流动速度的增加而增加,这是由于流体中的离子与某种多孔介质表面的相互作用而产生的,因而盐水渗过含黏土砂岩时就可能产生偏离达西定律的情况;(4)非牛顿流体渗流时,由于非牛顿型液体的流变性,而产生偏离达西型渗流的情况。关于这些问题的详细阐述可参阅有关“渗流物理”的文献,这里不再阐述。

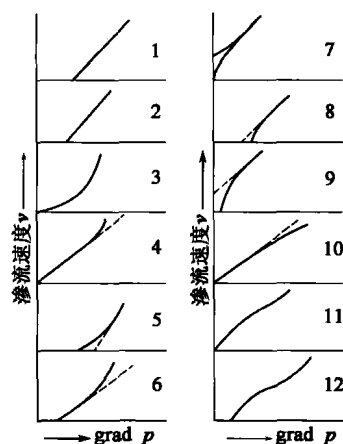


图1-8 12种非达西型渗流模式曲线

第五节 油气渗流数学模型的建立

用数学语言综合表达油气渗流过程中全部力学现象和物理化学现象内在联系和运动规律的方程式(或方程组)称为“油气渗流的数学模型”。

一个完整的渗流数学模型应包括两部分:渗流综合微分方程的建立以及边界条件和初始条件的提出。下面叙述如何把一定地质条件下的油气渗流问题转变为数学模型的建立和求解问题。

一、建立数学模型的基础

油气渗流力学的研究方法是把一定地质条件下油气渗流的力学问题转换为数学问题,然后求解,再联系油气田开发的实际条件应用到生产当中去。

把渗流过程中的各种力学、物理、化学现象和规律,用数学语言加以描述就是要用微分方程和微分方程组综合地加以表达。由于渗流的形态和类型不同,它们遵循的力学规律有差异,伴随渗流过程出现的物理化学现象也不相同。所以有很多类型的渗流数学模型。

要建立一个渗流数学模型,必须进行以下的基础工作。

(1) 地质基础。只有对油气层孔隙结构的正确认识和描述才能建立合乎实际的数学模型。只有正确描述油气层的几何形状、边界性质、参数分布,才能给出正确的边界条件和参数以进行渗流计算。

(2) 实验基础。建立渗流数学模型的核心是正确认识渗流过程中的力学现象和规律,而进行科学实验是认识和检验各种渗流力学规律的基础。因此,进行渗流物理的基础实验是建立数学模型的关键。

(3) 科学的数学方法。建立渗流数学模型,要有一套科学的数学方法作为手段。建立数学模型一般常用的是无穷小单元体分析法,这就是在地层中抽出一个无穷小单元体作为对象进行分析,根据在这个单元体中发生的物理及力学现象建立数学模型。通常根据单元体中空

间上和时间上的守恒定律（如质量守恒定律、能量守恒定律、动量守恒定律）或微小单元上的渗流特征来建立微分方程。建立数学模型后，还要用数学理论证明数学模型是有解的，并且解是连续的和唯一的。

二、油气渗流数学模型的一般结构

油气渗流数学模型体现了在渗流过程中需要研究的流体力学、物理学、化学问题的总合，并且还要描述这些现象的内在联系。因此，建立综合油气渗流数学模型要考虑如下内容：

(1) 运动方程（所有数学模型必须包括的组成部分）。

(2) 状态方程（在研究弹性可压缩的多孔介质或流体时需要包括的部分）。

(3) 质量守恒方程（称连续性方程，它可以将描述渗流过程各个侧面的诸类方程综合联系起来，是数学模型必要的部分）。

以上的三类方程是油气渗流数学模型的基本组成部分。

(4) 能量守恒方程（只有研究非等温渗流问题如热力采油时才用到）和动量守恒方程。

(5) 其他附加的特性方程（特殊的渗流问题中伴随发生的物理或化学现象附加的方程，如物理化学渗流中的扩散方程等）。

(6) 有关的边界条件和初始条件（是渗流数学模型必要的内容）。

三、建立数学模型的步骤

第一步：确定建立模型的目的和要求。

首先根据建立模型的目的确定微分方程要解决什么问题，即确定方程的未知量（因变量）是什么？自变量又是什么？此外还有哪些物理量（或物理参数）起作用？

在渗流力学研究中要求数学模型解决的问题大体上有六种：压力 p 的分布；渗流速度 v 的分布（包括油井产量）；流体饱和度 S 的分布；分界面移动规律；地层温度 T 的分布；溶剂浓度 C 的分布。

根据上面的要求，渗流数学模型的因变量（求解的未知数）一般是压力 p （或相当压力的压力函数）、速度 v 、饱和度 S 以及浓度 C 。一般问题的未知量是压力 p 和速度 v ；两相或多相渗流问题还要求饱和度 S 的分布；在分界面移动理论中是求解时间与分界面坐标的函数关系。

渗流力学数学模型中的自变量，一般是坐标 (x, y, z) 和时间两个物理量：在稳定渗流中自变量只包括坐标 (x, y, z) 或 (r, θ, z) ；而不稳定渗流中自变量包括坐标和时间 (x, y, z, t) 。在建立数学模型时还要根据所解决问题的地质状况、生产条件决定渗流空间的维数。一维空间的自变量是 (x, t) 或 (r, t) ；二维问题是 (x, y, t) 或 (r, θ, t) ；三维问题是 (x, y, z, t) 或 (r, θ, z, t) 。在数学模型中也有零维模型即与空间无关的模型，如物质平衡法的数学模型就是零维模型。

在渗流数学模型中，除了自变量和因变量之外，还要出现一些系数，其中有地层物理参数（如渗透律 K 、孔隙度 ϕ 、弹性压缩系数 C 、导压系数 η 等）和流体的物理参数（如黏度 μ 、密度 ρ 、体积系数 B 等）。它们又可分为常系数和变系数（变系数指这些物理参数是压力或其他变量的函数）两种。

建立数学模型的最终目的是要求得到因变量和自变量之间的函数关系，即：

$$p = f(x, y, z, t, A, B) ; v = f(x, y, z, t, A, B)$$

$$S = f(x, y, z, t, A, B); T = f(x, y, z, A, B)$$

式中, A 为岩石的物理参数; B 为流体物理参数。它们可以是常数, 也可以是某些变量的函数。

第二步, 研究各物理量的条件和情况。

对参加渗流过程的各物理量要逐个研究它们的情况和条件。具体研究四方面的条件和情况: 过程状况, 是等温还是非等温过程; 系统状况, 是单组分系统还是多组分系统, 甚至是反凝析系统; 相态状况, 是单相还是多相甚至是混相; 流态状况, 是服从线性渗流规律还是服从非线性渗流规律, 是否物理化学渗流或非牛顿液体渗流。

通过这样的分析, 对数学模型中选用哪些运动方程、守恒方程以及是否需要状态方程和附加特性方程, 就会有一个全面估计。

第三步, 确定未知数 (因变量) 和其他物理量之间的关系。

根据上面分析, 确定物理量之间的四个关系:

- (1) 确定选用的运动方程。写出速度和压力梯度之间的函数关系: $v_i = f(A, B, \frac{dp_i}{dx_i})$ 。
- (2) 确定所需的状态方程。写出物理参数和压力的关系: $A_i = f_i(p), B_i = f_i(p)$ 。
- (3) 确定连续性方程。写出渗流速度 v 和坐标及时间的关系或饱和度与坐标和时间的关系: $v = f(x, y, z, t, A, B)$ (对单相流体), $S = f(x, y, z, t, A, B)$ (对多相流体)。
- (4) 确定伴随渗流过程发生的其他物理化学作用的函数关系 (如能量转换方程、扩散方程等)。

建立上面这些函数关系都是采用无穷小单元分析法或积分法, 所以这些物理量的函数关系都是以微分方程形式表述出来。

第四步, 写出数学模型所需的综合微分方程 (组)。

上面所述的各个方程只是分别孤立描述了渗流过程物理现象的各个侧面。因此, 还需要通过一定的综合方程把这几方面物理现象的内在联系统一表达出来。从以上四方面的物理量函数关系的分析, 只有连续性方程表达了确定未知量 v 和坐标及时间的函数关系 [$v = f(x, y, z, t, A, B)$], 它反映了建立数学模型的根本目的 (对多相渗流是建立饱和度与坐标和时间的关系, 同样也属于连续性方程)。因此, 就选用连续性方程作为综合方程, 把其他方程都代入连续性方程中, 最后得到描述渗流过程全部物理现象的统一微分方程 (组)。

第五步, 根据量纲分析原则检查所建立的数学模型量纲是否一致。

渗流数学模型的量纲一定是齐次的。所以检查量纲往往可以判断所建立的数学模型是否正确。但用这个方法的重要条件是要求正确使用量纲。同时还要注意, 量纲一致只是数学模型正确性的必要条件, 但不是充分条件。量纲正确并不一定保证数学模型没有错误。

第六步, 确定数学模型的适定性。

建立数学模型之后, 重要的问题是保证方程能够求解。事实上一个微分方程可能是无解的, 即使有解, 也可能不是唯一的和连续的。所以在建立数学模型中必须研究: 解是否存在? 解是否唯一? 解是否连续?

假如一个数学模型中的微分方程满足下面三个条件:

- (1) 解必须是存在的 (解的存在性问题);
- (2) 解必须是唯一确定的 (解的唯一性问题);
- (3) 解在数值上是连续的 (解的稳定性问题)。

满足上面三个条件的问题被称为“适定的问题”。因此建立数学模型之后要对它的适定性进行讨论和证明。

第七步，给出问题的边界条件和初始条件。

四、流体和岩石的状态方程

渗流是一个运动过程，而且也是一个状态不断变化的过程，由于与渗流有关的物质（岩石、液体、气体）都有弹性。因此，随着状态变化，物质的力学性质会发生变化。所以，描述由于弹性引起力学性质随状态而变化的方程式称为“状态方程”。

1. 液体的状态方程

由于液体具有压缩性，随着压力降低，体积发生膨胀，同时释放弹性能量，出现弹性力。它的特性可用式（1-14）来描述，写成微分形式为：

$$C_L = -\frac{1}{V_L} \frac{dV_L}{dp} \quad (1-14)$$

式中 C_L ——液体的弹性压缩系数，它表示当压力改变一个单位压力时，单位体积液体体积的变化量， MPa^{-1} ；

V_L ——液体的绝对体积， m^3 ；

dV_L ——压力改变 dp 时相应液体体积的变化， m^3 。

从这里看出：弹性作用体现为体积和压力之间的关系。这就是说，对弹性液体来说，它的体积不是绝对不变的，而是随着压力的状态变化而变化。因此，表征这种变化关系的是一种压力状态方程。

根据质量守恒原理，在弹性压缩或膨胀时液体质量 M 是不变的，即：

$$M = \rho V_L$$

式中 ρ ——流体密度， kg/m^3 。

微分上式得：

$$dV_L = -\frac{M}{\rho^2} d\rho \quad (1-15)$$

代入式（1-14）得到密度弹性压缩系数：

$$C_L = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (1-16)$$

分离变量， C_L 取常数，并设 $p = p_a, \rho = \rho_a$ ； $p = p, \rho = \rho$ 。积分式（1-16）得：

$$\ln \frac{\rho}{\rho_a} = C_L (p - p_a) \quad (1-17)$$

$$\rho = \rho_a e^{C_L (p - p_a)} \quad (1-18)$$

将式（1-18）按麦克劳林级数展开，只取前两项已具有足够的精确性：

$$\rho = \rho_a [1 + C_L (p - p_a)] \quad (1-19)$$

式中 p_a ——大气压力， 0.1013MPa ；

ρ_a ——大气压力下流体的密度， kg/m^3 ；

ρ ——任一压力 p 时流体的密度， kg/m^3 。

同时，质量也可用重度来表示，同样推导出：

$$\gamma = \gamma_0 [1 + C_L (p - p_0)] \quad (1-20)$$