



新世纪高等职业教育数学类规划教材

数学建模 与数学实验

Mathematical Modeling
and Mathematical Experiments

● 主编 张珠宝



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

新世纪高等职业教育数学类规划教材

数学建模与数学实验

主编 张珠宝

高等教育出版社

内容简介

本书是教育部项目《将数学建模思想和方法融入大学数学主干课程教学中的研究与试验》的研究成果之一,同时也是新世纪高等职业教育数学类规划教材之一。

本书是作者在长期教学实践和科学研究基础上写作而成,汲取了数学建模活动中获得的新思想、新方法和新成果,且充分考虑到高职高专院校学生的知识结构和基础。全书共分3篇,第1篇软件操作实验(MATLAB);第2篇数学模型实例和实验;第3篇综合实例和实验。本书将数学知识、数学建模与计算机应用三者有机地结合起来,旨在培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力。书中选题典型,层次分明,具有改革新意。

本书可作为高职高专院校开设“数学建模与数学实验”课程的教材,也可作为高职高专院校参加“全国大学生数学建模竞赛”的培训教材,以及 MATLAB 软件初学者学习的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模与数学实验/张珠宝主编. —北京:高等教育出版社,2005.3
ISBN 7-04-016304-7

I. 数… II. 张… III. ①数学模型—高等学校:技术学校—教材②高等数学—实验—高等学校:技术学校—教材 IV. ①022②013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 017455 号

责任编辑 徐 东 封面设计 吴 昊 责任印制 蔡敏燕

书 名 数学建模与数学实验
主 编 张珠宝

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-82028899
传 真 021-56965341

购书热线 010-64054588
021-56964871
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
<http://www.hepsh.com>

排 版 南京理工出版信息技术有限公司
印 刷 常熟市华通印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 12.5
字 数 292 000

版 次 2005年3月第1版
印 次 2005年3月第1次
定 价 16.50元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

出版说明

为认真贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》，研究高职高专教育跨世纪发展战略和改革措施，整体推进高职高专教学改革，教育部在 2000 年决定组织实施《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》（教高[2000]3 号，以下简称“计划”）。“计划”的研究项目的重点是人才培养模式的改革和教学内容体系的改革，先导是教育思想的改革和教育观念的转变。在 2003 年底，为促进职业教育更好地适应社会主义现代化建设对生产、服务第一线技能型人才的需要，缓解劳动力市场上制造业和现代服务业技能型人才紧缺状况，教育部、劳动和社会保障部、国防科工委、信息产业部、交通部、卫生部决定组织实施“职业院校制造业和现代服务业技能型紧缺人才培养培训工程”（教职成[2003]5 号，以下简称“工程”）。“工程”的目标是：“根据劳动力市场技能型人才的紧缺状况和相关行业人力资源需求预测，在数控技术应用、计算机应用与软件技术、汽车运用与维修、护理等四个专业领域，全国选择确定 500 多所职业院校作为技能型紧缺人才示范性培养培训基地；建立校企合作进行人才培养的新模式，有效加强相关职业院校与企事业单位的合作，不断加强基地建设，扩大基地培养培训能力，缓解劳动力市场上技能型人才的紧缺状况；发挥技能型紧缺人才培养培训基地在探索新的培养培训模式、优化教学与训练过程等方面的示范作用，提高职业教育对社会和企业需求的反应能力，促进整个职业教育事业的改革与发展。”为配合“工程”的实施，在 2004 年初，教育部相继推出了两年制高等职业教育数控技术应用、计算机应用与软件技术、汽车运用与维修、护理等四个专业领域的技能型紧缺人才培养指导方案，并陆续举办了这四个专业领域的相关人员培训班。

自“计划”和“工程”工作开展以来，各有关参与立项研究和试点的高职高专院校在职业教育人才培养目标、人才培养模式以及专业设置、课程改革等方面做了大量的研究、探索和实践，取得了不少成果。尤其是在“工程”实施启动以来，各高职高专院校加强了专业课程的教学，强化了对学生技能的培养，原来数学课程体系面临调整。各有关院校都在积极探索研究数学课程的改革，并取得了很好的效果。为适应新的教育形式，同时使这些研究成果能够得以固化并更好地推广，从而总体上提高高职高专教育人才培养的质量，我们根据教育部组织制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规

格》，组织规划了有关高职高专院校进行了多次研讨，在继承原有教材建设成果的基础上，充分汲取近年来高职高专院校在数学课程改革方面的成功经验，组织编写了一批“新世纪高等职业教育数学类规划教材”。这些教材结合“计划”和“工程”的指导思想与目标任务，反映了最新的教学改革方向，很值得广大职业院校借鉴。

此系列教材出版后，我们还将广泛调研和收集反馈意见，准备在今后推出高等职业教育数学类的立体化教材，提供整体的教学解决方案。我们希望通过立体化教材，实现教学信息化、网络化，以学生的学习为本，为创新人才的培养创造良好的条件。

数学是高等职业教育各专业的一门基础课，在目前不断深化的教学改革中，必将会不断涌现新理念、新成果，希望使用本系列教材的广大师生对需要改进之处给予及时的指正。

“新世纪高等职业教育数学类规划教材”适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

2005年3月

前 言

随着我国高等教育由精英化向大众化发展,高职院校的崛起体现了社会和市场对人才多元化的需求. 高职教育是培养应用型人才的高等教育,更应该注重知识的实用性. 目前,高职院校许多专业以及相应学科的课程设置仍在为适应市场需求而进行探索和优化,而以培养“应用数学知识来分析和解决实际问题的能力”作为数学教学目标之一将成为共识. 数学建模具有联系实际领域广、实际案例丰富的特点. 因此,将数学建模思想和方法融入数学课程教学是高等职业教育数学教学改革的重要举措之一.

本套高职高专数学系列教材是编者在长期教学实践和科学研究基础上写作而成的,今年出版的教材包括:《高等数学》、《线性代数与线性规划模型》和《数学建模和数学实验》,明年还将陆续出版《经济数学》和此系列相关的配套辅导用书.《数学建模与数学实验》是教育部项目《将数学建模思想和方法融入大学数学主干课程教学中的研究与试验》的研究成果之一,它从内容到思想方法上均汲取了数学建模活动中获得的新的思想、方法和成果,将数学知识、数学建模与计算机应用三者有机地结合起来,旨在培养学生应用数学知识、解决实际问题的意识和能力. 本书充分考虑到目前高职院校学生的知识结构和基础,选题典型,层次分明,非常适合作为高职院校学生学习的教材或参考书.

本书的特点:

1. 体现创新

本书主要采用一种计算机软件解决了大量的实际计算问题,给初学者学习和教师的教学带来了很大的方便. 软件学习以实验为主,介绍经典数学的计算问题,非常适合计算机软件学习的初学者. 通过本书学习,读者可以很快地学会运用软件解决实际计算问题. 使初学者对学习该软件产生浓厚的兴趣;再经过实际操作和应用,逐步体会 MATLAB 软件的魅力和其强大功能.

2. 突出应用

本书融入了数学建模活动中获得的新思想、新方法和新成果. 本书在选材上突出数学理论应用的实际案例,许多实例是身边经常会遇到的实际问题. 以通俗易懂的方式将数学理论融入在实际问题中,培养学生分析问题的能力并能运用数学语言和方法表述,即建立数学模型.

3. 结合计算机应用

本书注重数学方法与计算机应用相结合,为了教师教学方便和学生容易,绝大多数计算问题选用界面友好、易学、易用的 MATLAB 6.5 软件,基本上解决了在实际问题中可能遇到的计算问题. 通过本书学习,不仅可以使读者感到学习计算机软件并不是一件困难的

事,还能体会到,计算机使许多难以计算的经典数学问题已不再困难.

本书分 3 个部分,第 1 篇是软件操作实验(MATLAB),基本上解决了在实际问题中可能遇到的计算问题;第 2 篇是数学模型实例和实验,这部分的实例较为容易,可作为数学建模的启蒙内容;第 3 篇是综合实例和实验,模型更加贴近生活和实际问题,难度加大,强化了学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力,它是很好的数学建模竞赛培训内容.

本书由东南大学朱道元教授主审,他对教材提出了不少意见和建议,在此表示衷心的感谢.

在本书编写过程中,得到江苏经贸职业技术学院科技处分管院长高健宁以及各级领导的大力支持,在此表示衷心的感谢.

最后,对使用本书作为教材或参考书的教师提几点建议:

1. 数学建模与数学实验课基本上是实验和案例式教学,内容相对独立,书中的实验和实例可以跳跃式地选用,未在课堂上讲授的内容可作为课外阅读材料.
2. 对于教学时数在 40 以下的高职院校学生,可讲授第 1 篇和第 2 篇的部分内容.第 3 篇可作为数学建模竞赛培训的后期集训内容.
3. 第 1 篇中的实验 4、5、6、13、14,最好安排在运筹、数理统计课后讲授.

我们期望本书的出版能为提高高等职业教育数学基础课的教学质量起到促进作用,为高职教育培养应用型人才作出贡献.

本书可作为高职高专院校“数学建模与数学实验”课程的教材,也可作为高职高专院校数学建模培训教材和 MATLAB 软件初学者的参考书.

编者

2005. 2

目 录

第 1 篇	MATLAB 软件操作实验	1
实验 1	矩阵的基本运算	1
实验 2	多项式	6
实验 3	解线性方程组和非线性方程组	11
实验 4	线性规划	18
实验 5	非线性规划	24
实验 6	整数规划	31
实验 7	一元函数的零点和最小值点	35
实验 8	多元函数的零点和最值	39
实验 9	一元微积分基本运算	42
实验 10	多元函数的微积分	49
实验 11	微分方程(组)的符号解法和数值解法	53
实验 12	数据的拟合、插值和作图	60
实验 13	数理统计	69
实验 14	回归分析	76
第 2 篇	数学模型实例和实验	85
实例 1	喷水池的设计问题	85
实例 2	移动电话资费“套餐”问题	87
实例 3	工资问题	89
实例 4	最优广告方案	92
实例 5	春运票价问题	95
实例 6	减肥问题	97
实例 7	飞机免费行李问题	100
实例 8	选址问题	102
实例 9	人口数量的预测	105
实例 10	抵押贷款问题	109
实例 11	商家打折问题	111

实例 12	暴雨期间的平均降雨量问题	114
实例 13	商场招租问题	116
实例 14	设备是否更新问题	120
第 3 篇	综合实例和实验	124
实例 1	广告与利润	124
实例 2	农场投资方案问题	128
实例 3	最佳订货批量问题	132
实例 4	梯子长度问题	137
实例 5	导弹跟踪飞机问题	140
实例 6	檐槽问题	148
实例 7	基金最佳使用计划	154
实例 8	饮酒驾车	165
附录	MATLAB 软件操作指南	180
参考文献	188

第 1 篇 MATLAB 软件操作实验

实验 1 矩阵的基本运算

一、问题提出

已知矩阵 A 、 B 、 C 如下：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 4 \ 7 \ 10 \ 13 \ 16 \ 19].$$

应用 MATLAB 软件进行矩阵的输入以及矩阵的各种基本运算。

二、实验目的

熟悉 MATLAB 软件中关于矩阵运算的各种命令，应用 MATLAB 软件进行矩阵的输入及各种基本运算。

三、MATLAB 命令提示

- (1) 矩阵的输入格式： $A = [a_{11} \ a_{12} \ a_{13}; a_{21} \ a_{22} \ a_{23}]$;
 $C = \text{初始值} : \text{步长} : \text{终值}$;
- (2) 求 A 的转置： A' ;
- (3) 求 A 加 B ： $A + B$;
- (4) 求 A 减 B ： $A - B$;
- (5) 求数 k 乘以 A ： $k * A$;
- (6) 求 A 左乘 B ： $A * B$;
- (7) 求 A 的行列式： $\det(A)$;
- (8) 求 A 的秩： $\text{rank}(A)$;
- (9) 求 A 的逆： $\text{inv}(A)$;
- (10) 求 B 左乘 A 的逆： B/A ;

(11) 求 B 右乘 A 的逆: $A \setminus B$;

(12) 求方阵 A 的 n 次幂: A^n .

说明:

- ① “ $k * A$ ” 中的 “ k ” 输入时必须具体的数值.
- ② “ A^n ” 中的 “ n ” 输入时也必须具体的数值.

四、操作与计算结果

上述实验内容可在 MATLAB 上作出计算:

启动 MATLAB 系统后, 可看到 MATLAB 命令窗口 (MATLAB Command Window).

可在其窗口里直接输入:

$A = [2 \ 1 \ 1 \ 1; 2 \ 1 \ 0 \ -2; 4 \ 2 \ 0 \ 2; -1 \ 1 \ 0 \ -3];$ % 回车, 即可看到计算结果.

```
A =
     2     1     1     1
     2     1     0    -2
     4     2     0     2
    -1     1     0    -3
```

输入:

$B = [2 \ -5 \ 1 \ 2; -3 \ 7 \ -1 \ 4; 5 \ -9 \ 2 \ 7; 4 \ -6 \ 1 \ 2]$

输出:

```
B =
     2    -5     1     2
    -3     7    -1     4
     5    -9     2     7
     4    -6     1     2
```

输入:

$C = 1 : 3 : 19$

输出:

```
C =
     1     4     7    10    13    16    19
```

输入:

$X1 = A'$

输出:

```
ans =
     2     2     4    -1
     1     1     2     1
     1     0     0     0
     1    -2     2    -3
```

输入:

$X2 = A + B$

输出:

```
ans =  4  -4   2   3
      -1   8  -1   2
        9  -7   2   9
        3  -5   1  -1
```

输入:

X3 = A - B

输出:

```
ans =  0   6   0  -1
        5  -6   1  -6
       -1  11  -2  -5
       -5   7  -1  -5
```

输入:

X4 = 4 * A % X4 = k * A, 这里 k = 4.

输出:

```
ans =  8   4   4   4
        8   4   0  -8
       16   8   0   8
       -4   4   0 -12
```

输入:

X5 = A * B

输出:

```
ans =
      10  -18   4  17
      -7   9  -1   4
      10  -18   4  20
     -17  30  -5  -4
```

输入:

X6 = det(A)

输出:

ans = -18

输入:

X7 = rank(A)

输出:

ans = 4

输入:

X8 = inv(A)

输出:

```
ans =
      0    0.4444   -0.0556   -0.3333
      0   -0.5556    0.4444    0.6667
  1.0000         0   -0.5000         0
      0   -0.3333    0.1667         0
```

A 的逆矩阵也可用分数表示,程序如下:

输入:

```
format rat
```

```
X8 = inv(A)
```

输出:

```
ans =
      0    4/9   -1/18   -1/3
      0   -5/9    4/9    2/3
      1     0   -1/2     0
      0   -1/3    1/6     0
```

输入:

```
X9 = B/A
```

输出:

```
ans =
      1.0000    3.0000   -2.5000   -4.0000
     -1.0000   -6.5556    4.4444    5.6667
      2.0000    4.8889   -4.1111   -7.6667
      1.0000    4.4444   -3.0556   -5.3333
```

输入:

```
X10 = A\B
```

输出:

```
ans =
     -2.9444     5.6111   -0.8889     0.7222
      6.5556   -11.8889     2.1111     2.2222
     -0.5000   -0.5000         0    -1.5000
      1.8333   -3.8333     0.6667   -0.1667
```

输入:

```
X11 = A^3 % X11 = A^n,这里 n = 3.
```

输出:

```
ans =
      39    18     9     4
      20    19     8    -8
      58    20    10    20
     -10     4     3   -11
```

说明:

- ① 在全部键入一个指令行内容后,必须按下【Enter】键,该指令才会被执行.
- ② 输入矩阵时,矩阵的元素用空格或逗号“,”分隔,矩阵的行用分号“;”隔离,整个矩阵放在“[]”里.
- ③ 标点符号须在英语输入状态下输入.
- ④ MATLAB 对字母大小写是敏感的.例如在 MATLAB 命令窗口输入矩阵:

$$A=[2, 1, 1, 1; 2, 1, 0, -2; 4, 2, 0, 2; -1, 1, 0, -3]$$

上面的矩阵赋给了变量 A ,而不是小写的 a .

五、练 习

1. 对本实验中的 B 矩阵求其转置,数 k 乘以 B (k 取任意实数), B 左乘 A , B 的行列式值, B 的逆矩阵, 方阵 B 的 n 次幂.
2. 创建从 5 开始,公差为 4 的等差数列的前 10 项.

实验2 多项式

一、问题提出

通过实验1的矩阵基本运算方法求多项式的基本运算和多项式的根、多项式的微分等。

二、实验目的

熟悉 MATLAB 软件作多项式的运算的各种命令和运算。

三、MATLAB 命令提示

1. 多项式的输入格式: $p = [a1 \ a2 \ a3 \ a4 \ a5]$;
2. 求多项式 $p1$ 加 $p2$: $p = p1 + p2$;
3. 用 conv 指令作多项式相乘: $p1 * p2$;
4. 用 deconv 指令作多项式相除: $p1 \div p2$;
5. 求多项式 $p(x)$ 的值: polyval(p, x) (其中 x 是赋予多项式的已知数);
6. 用 roots 指令求多项式的根: $r = \text{roots}(p)$;
7. 已知根 r 用指令 poly 求所对应多项式 p : $p = \text{poly}(r)$;
8. 用 simplify(f) 指令简化函数 f ;
9. 用 finverse(f) 指令求反函数;
10. 用 compose 指令求复合函数。

四、操作与计算结果

启动 MATLAB 系统后,可看到 MATLAB 命令窗口(MATLAB Command Window).
可在其窗口里直接运算:

1. 多项式的加减

例1 $p1 = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8$, $p2 = x^3 - 6x^2 - 72x - 27$;

求: $p = p1 + p2$.

输入:

```
p1 = [1 2 3 4 5 6 7 8];
```

```
p2 = [0 0 0 0 1 -6 -72 -27];
```

```
p = p1 + p2
```

输出:

p =

1 2 3 4 6 0 -65 -19

即 $p = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 6x^3 - 65x - 19$.

2. 用 conv 指令作多项式相乘

例 2 $p1 = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$, $p2 = 3x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 8x + 9$;

求: $p = p1 * p2$.

输入:

p1 = [1 2 3 4]; p2 = [3 -2 12 8 9];

p = conv(p1, p2)

输出:

p =

3 4 17 38 53 90 59 36

即 $p = 3x^7 + 4x^6 + 17x^5 + 38x^4 + 53x^3 + 90x^2 + 59x + 36$.

3. 用 deconv 指令作多项式相除

例 3 $p1 = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$, $p2 = 3x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 8x + 9$;

求: $p2 \div p1$.

输入:

p1 = [1 2 3 4]; p2 = [3 -2 12 8 9];

[q, r] = deconv(p2, p1)

输出:

q =

3 -8

r =

0 0 19 20 41

即 $p2 \div p1 = 3x - 8 + \frac{19x^2 + 20x + 41}{3x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 8x + 9}$.

例 4 求 $\frac{(x^2 + 2)(x + 4)(x + 1)}{x^3 + x + 1}$ 的“商”及“余”多项式.

输入:

p1 = conv([1 0 2], conv([1 4], [1 1])); % 计算分子多项式

p2 = [1 0 1 1]; [q, r] = deconv(p1, p2)

输出:

q =

1 5

r =

0 0 5 4 3

即 $\frac{(x^2 + 2)(x + 4)(x + 1)}{x^3 + x + 1} = x + 5 + \frac{5x^2 + 4x + 3}{x^3 + x + 1}$.

4. 用 polyval 指令求多项式的值

例 5 已知 $p(x) = 3x^2 + 2x + 1$, 求 $x = 5, 7, 9$ 的值.

输入:

```
p = [3 2 1]; x = [5 7 9];
```

```
polyval(p, x)
```

输出:

```
ans =
```

```
86 162 262
```

即 $p(5) = 86$, $p(7) = 162$, $p(9) = 262$.

5. 用 roots 指令求多项式的根

例 6 解方程: $4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

输入:

```
p = [4 2 1 1];
```

```
r = roots(p)
```

输出:

```
r =
```

```
-0.6766
```

```
0.0883 + 0.6014i
```

```
0.0883 - 0.6014i
```

即求得方程的根: $x_1 = -0.6766$, $x_2 = 0.0883 + 0.6014i$, $x_3 = 0.0883 - 0.6014i$.

6. 用 poly 指令求多项式

即已知根 r 求所对应多项式 p .

例 7 已知根 $r_1 = 1$, $r_2 = 2$, $r_3 = 3$, 求对应的多项式 p .

输入:

```
r = [1; 2; 3];
```

```
p = poly(r)
```

输出:

```
p =
```

```
1 -6 11 -6
```

即 $p = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

MATLAB 的通过求伴随矩阵 C 的特征值求多项式的根处理方法被认为是最适当可靠的计算方法 ($n < 21$):

$$a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1} = 0$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{a_2}{a_1} & \cdots & -\frac{a_n}{a_1} & -\frac{a_{n+1}}{a_1} \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7. 用 factor 指令对多项式因式分解

例 8 因式分解: