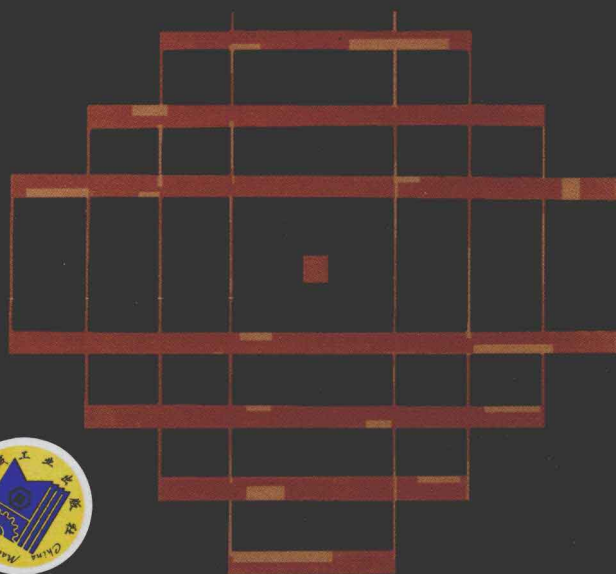


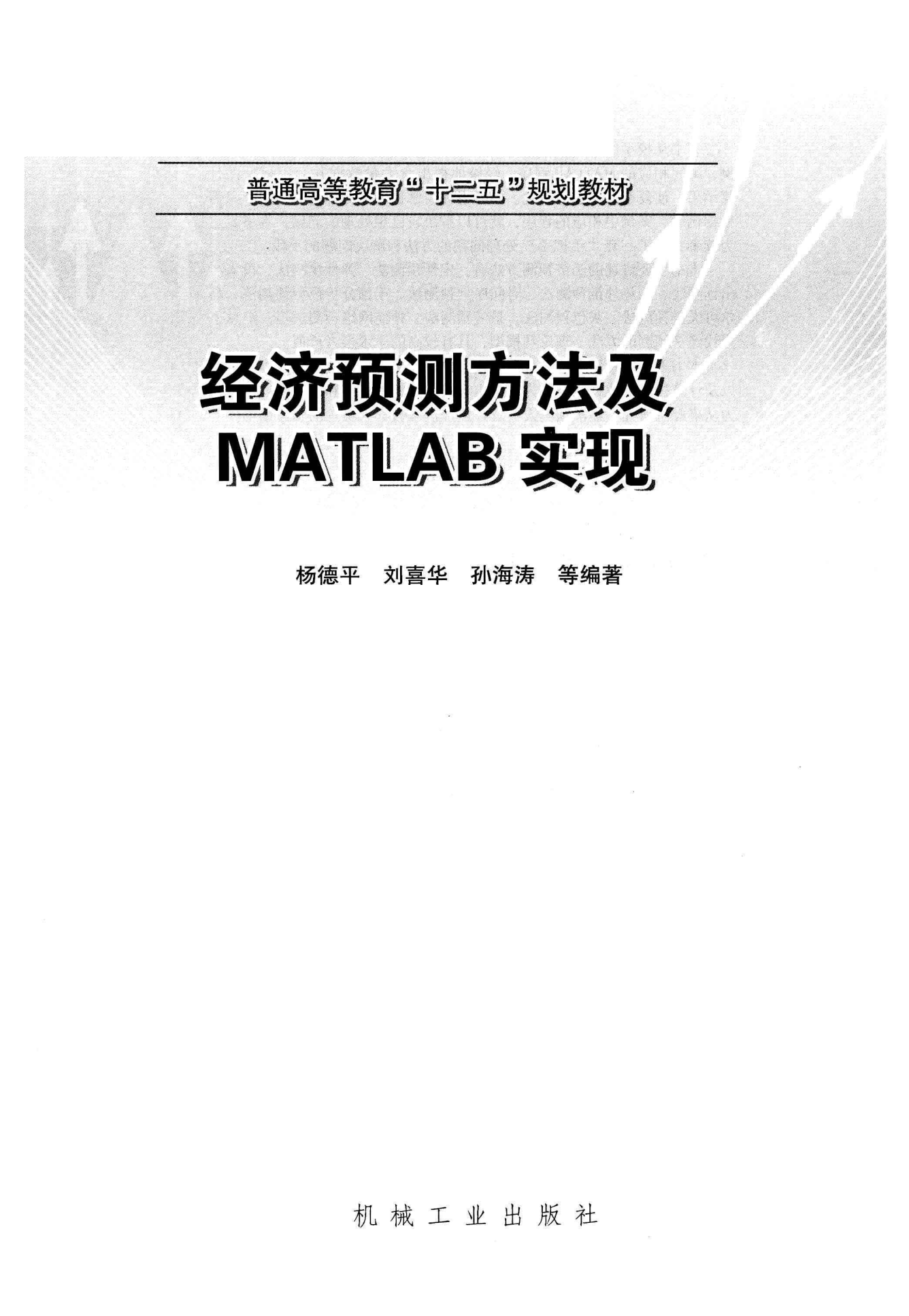
普通高等教育“十二五”规划教材

经济预测方法 及MATLAB实现

杨德平 刘喜华 孙海涛 等编著

MATLAB





普通高等教育“十三五”规划教材

经济预测方法及 MATLAB 实现

杨德平 刘喜华 孙海涛 等编著

机械工业出版社

本书从模型的基本知识和理论出发,采用经济、金融等领域的实际案例,编写相应的 MATLAB 程序,轻松地得出含大量数据并套用模型的计算结果,使复杂的问题简单化。学习者无需掌握大量的计算机知识,只需根据例题、案例中相应的程序,就可以解决自己想处理的问题,本书真正为读者提供了一套“手把手”处理问题的方法和解决问题的手段。

本书主要讲述的经济预测方法有:定性预测法、弹性预测法、投入产出预测法、趋势外推预测法、时间序列预测法、干预分析模型预测法、马尔可夫链预测法、灰色预测法、景气预测法、神经网络预测法等,汇总了当代经济预测的方法、理论和模型,具有较高的学术参考价值。

本书不仅适用于经济、金融专业,也适用于管理、人力资源、统计学以及计算机等专业;既可作为大学生和研究生的教科书和参考书,也可作为从事经济研究、经济预测人员及计量经济学教学人员等的参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

经济预测方法及 MATLAB 实现/杨德平等编著. —北京:机械工业出版社, 2012. 2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-36986-8

I. ①经… II. ①杨… III. ①经济预测—方法—Matlab 软件—高等学校—教材 IV. ①F201-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 280143 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:曹俊玲 责任编辑:曹俊玲 何 洋

版式设计:张世琴 责任校对:张玉琴

封面设计:张 静 责任印制:乔 宇

三河市宏达印刷有限公司印刷

2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·15.5 印张·395 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-36986-8

定价:32.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销 售 一 部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销 售 二 部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

当今社会市场竞争激烈，各国政府为指导本国市场经济发展，推动国际经济协作，都很重视对未来社会经济发展前景进行展望和预测，进而制订中长期发展计划，以阐述政府采取的政策措施和经济管理的指导方针。企业也要先于竞争对手预测到未来的发展前景和消费者的需求，作出符合市场需要的决策，只有这样才能立于不败之地。个人在进行理财、投资等项目上，也要根据历史、现状，预测未来，方能获得可观收益。总之，大到国家政府，中到企业集团，小到个人，无时不在进行预测，而准确的经济预测则是作出科学经济决策的重要依据和前提。为此，讨论预测理论、研究预测模型、求出预测结果，具有重要的理论价值。经济预测是一门科学，具有成熟的经济预测原理与方法，但数学模型较多，计算量大且复杂，需要人们通过有效的学习加以掌握。

MATLAB 是一套功能强大且比较易学的可视化软件，除具备数值计算、符号解析运算、图形显示等功能外，也已成为线性代数、自动控制理论、概率论及数理统计、数字信号处理、时间序列分析、金融经济计量、数学模型建立、神经网络以及动态系统仿真等方面重要的数学计算工具。它使人们可以摆脱重复、复杂的机械性的编程细节，把注意力集中在创造性地解决问题上，用尽可能短的时间得到尽可能有价值的结果。

本书力求做到将经济预测方法与 MATLAB 工具完美结合，并从实用角度出发，详细地讲述运用 MATLAB 工具对经济预测理论进行程序实现。学习者可以将社会经济、金融等领域的实际问题，轻松地选用合适的数据，套用正确的预测模型，得出预测结果，使复杂问题简单化。读者在学习经济预测理论知识和 MATLAB 工具的同时，也学会了解决社会实践问题的方法和技能。

本书具有以下主要特色：

(1) 内容丰富，方法全面。本书讲述了目前常用的预测方法，主要包括定性预测法、弹性系数预测法、投入产出预测法、趋势外推预测法、时间序列预测法、干预分析模型预测法、马尔可夫链预测法、灰色预测法、景气预测法和神经网络预测法等，并借助实际案例用 MATLAB 程序实现，每章配有“练习与提高”，以方便学习者巩固所学方法，拓展课本内容，并给出实训案例和操作流程。

(2) 案例丰富，实用性强。本书重点讲述预测的思想、原理，以及 MATLAB 的编程实现和实际应用。结合不同模型方法的实际需求，精心挑选大量经济实际案例，通过对案例数据的分析处理，帮助读者理解、领会和掌握 MATLAB 算法和经济预测方法，以达到预测方法与 MATLAB 工具完美结合。

(3) 预测方法源代码丰富，编程参考价值高。在编程过程中深化对预测方法思想和理论的理解，强化对预测方法原理的掌握，精心编写和调试了大量 MATLAB 程序。通过学习这些程序，读者不仅可以更快、更透彻地理解和领会这些算法，而且能掌握 MATLAB 的使用方法，培养和提高实际计算的能力和技巧。

本书是作者多年来辅导本科生、研究生参加数学建模，从事青岛大学实验创新项目以及

课堂教学实践积累的结果。本书共分 12 章，主要由杨德平、刘喜华、孙海涛负责编写，高齐圣、李莉莉和李聪等参与编写了部分章节。另外，参与编写的人员还有管殿柱、李文秋、张轩、谈世哲，在此表示衷心的感谢。

由于时间和水平有限，书中难免会有不足和疏漏之处，恳请同行专家和广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第1章 MATLAB的基本计算与

统计数据处理 1

1.1 数值计算 1

1.1.1 基本运算与函数 1

1.1.2 数组运算 2

1.1.3 矩阵生成 3

1.1.4 矩阵运算 5

1.2 符号计算 6

1.2.1 创建符号变量与对象 6

1.2.2 符号微积分 6

1.3 解方程 9

1.3.1 代数方程的符号解 9

1.3.2 常微分方程的符号解 10

1.3.3 利用矩阵解线性方程组 10

1.4 统计数据的处理 13

1.4.1 数据的保存和调用 13

1.4.2 基本统计量函数 15

1.4.3 概率分布函数 17

1.4.4 统计作图 18

1.4.5 参数估计 24

1.4.6 假设检验 27

练习与提高 31

第2章 经济预测概述 32

2.1 预测的基本概念与原理 32

2.1.1 预测的基本概念 32

2.1.2 预测的基本原理 32

2.2 经济预测的内容与步骤 33

2.2.1 经济预测学的研究内容 33

2.2.2 经济预测的主要内容 33

2.2.3 预测的一般步骤 34

2.3 预测资料的收集与预处理 35

2.3.1 数据的收集与处理 35

2.3.2 数据类型 35

2.3.3 数据的分析与鉴别 36

2.4 数据初始化处理 42

2.5 样本预测及精度评价 43

2.5.1 样本内预测与样本外预测 43

2.5.2 预测的精度评价 43

练习与提高 44

第3章 定性预测法 45

3.1 集合意见预测法 45

3.1.1 集合专家意见预测法 45

3.1.2 集合企业经营管理人意见 预测法 46

3.1.3 集合业务人员意见预测法 46

3.1.4 集合用户意见预测法 46

3.1.5 综合判断预测法 46

3.1.6 集合意见预测法的应用 47

案例一：产品销售量预测 47

案例二：新产品市场需求量预测 48

3.2 德尔菲法 48

3.2.1 德尔菲法的基本内容 49

3.2.2 德尔菲法的应用 51

案例一：新产品市场销售量预测 51

案例二：中空保温玻璃的销售预测 52

3.3 主观概率预测法 53

3.3.1 主观概率概述 53

3.3.2 主观概率加权平均法 53

3.3.3 累计概率中位数法 54

3.3.4 主观概率预测法的应用 54

案例：餐饮业零售额预测 54

3.4 市场预测法 56

3.4.1 联测法 57

3.4.2 转导法 58

3.4.3 对比类推法 58

练习与提高 59

第4章 弹性预测法 61

4.1 弹性系数的基本理论 61

4.1.1 弹性与弹性系数 61

4.1.2 弹性系数的分类 61

4.1.3 弹性系数的计算 62

4.1.4 常用函数的弹性 62

4.2 消费需求弹性预测法 63

4.2.1 需求的价格弹性预测法	63	6.8.2 投资额模型	118
4.2.2 需求的收入弹性预测法	64	练习与提高	120
4.2.3 需求的交叉弹性预测法	64	第7章 时间序列预测法	122
4.2.4 多种弹性系数综合预测法	65	7.1 移动平均值预测法	122
4.3 市场供应弹性预测法	65	7.1.1 一次移动平均法	122
4.4 产出弹性预测法	66	7.1.2 二次移动平均法	123
4.4.1 单一投入要素的产出弹性	66	7.2 指数平滑预测法	126
4.4.2 生产弹性	67	7.2.1 一次指数平滑法	126
4.5 案例分析	69	7.2.2 二次指数平滑法	127
4.5.1 石油消费需求预测	69	7.3 季节指数预测法	129
4.5.2 全国公路客货运量预测	71	7.3.1 季节性水平模型	129
练习与提高	73	7.3.2 季节性趋势模型	132
第5章 投入产出预测法	74	7.3.3 季节性环比法模型	134
5.1 投入产出模型	74	7.4 时间序列分解法	137
5.1.1 价值型投入产出表	74	7.5 ARMA 模型预测法	140
5.1.2 投入产出的基本平衡关系	75	7.5.1 ARMA 模型的基本形式	140
5.1.3 直接消耗系数	75	7.5.2 ARMA 模型的相关性分析及 识别	141
5.1.4 完全消耗系数	76	7.5.3 ARMA 模型的参数估计	145
5.1.5 劳动报酬和劳动力需求	77	7.5.4 ARMA 模型的预测	146
5.1.6 实物型投入产出表	77	7.6 案例分析	148
5.2 案例分析	78	7.6.1 利用移动平均法预测股票走势 ..	148
5.2.1 国民经济投入产出预测	78	7.6.2 利用 ARMA 模型预测股票价格 ..	151
5.2.2 企业投入产出预测	81	练习与提高	156
练习与提高	83	第8章 干预分析模型预测法	158
第6章 趋势外推预测法	85	8.1 干预分析模型的基本形式	158
6.1 线性回归基本理论	85	8.1.1 干预分析模型的基本变量	158
6.2 多项式曲线拟合法	87	8.1.2 干预事件的形式	158
6.3 多元回归法	90	8.1.3 干预分析模型的预测过程	159
6.3.1 多元线性回归	90	8.2 案例分析	160
6.3.2 多项式回归	92	练习与提高	164
6.3.3 多元函数回归	92	第9章 马尔可夫链预测法	166
6.4 交互式回归法	93	9.1 马尔可夫链的基本理论	166
6.4.1 一元多项式回归命令	93	9.1.1 马尔可夫链的基本概念	166
6.4.2 多元二项式回归命令	95	9.1.2 马尔可夫链的预测原理	167
6.4.3 逐步回归命令	97	9.2 案例分析	168
6.5 加权拟合直线方程法	100	9.2.1 市场占有率预测	168
6.6 非线性回归法	102	9.2.2 股票价格走势预测	171
6.6.1 非线性模型的线性化	102	9.2.3 加权马氏链法预测证券指数 走势	172
6.6.2 非线性回归命令	107	9.2.4 期望利润预测	176
6.6.3 逻辑增长曲线模型	108	练习与提高	178
6.7 虚变量回归分析	109		
6.8 案例分析	112		
6.8.1 我国人口预测模型	112		

第 10 章 灰色预测法	180
10.1 灰色预测的基本内容	180
10.1.1 灰色预测的基本概念	180
10.1.2 灰色预测 GM (1, 1) 模型	181
10.1.3 灰色预测 GM (1, 1) 修正 模型	184
10.1.4 灰色预测 GM (1, n) 模型	186
10.1.5 灰色灾变预测模型	186
10.2 案例分析	187
10.2.1 房地产消费价格指数预测	187
10.2.2 国内生产总值预测	189
10.2.3 城市居民消费支出预测	192
10.2.4 股票灰色灾变预测	194
10.2.5 重大干旱灾害预测	196
练习与提高	199
第 11 章 景气预测法	200
11.1 景气预测的基本理论	200
11.1.1 景气指标体系的基本概念	200
11.1.2 景气循环法的预测过程	200
11.1.3 景气综合评分——预警系统	204
11.2 案例分析	204
11.2.1 国房景气指数	204
11.2.2 上海房地产景气指数	207
练习与提高	215
第 12 章 神经网络预测法	217
12.1 神经网络的基本理论	217
12.1.1 人工神经网络	217
12.1.2 BP 神经网络的基本原理	217
12.1.3 BP 神经网络的过程	217
12.1.4 BP 神经网络预测	219
12.2 BP 神经网络的 MATLAB 函数	219
12.3 案例分析	221
12.3.1 北京市房地产开发投资及 销售分析	221
12.3.2 深证综合指数预测	226
练习与提高	231
附录	232
附录 A 加权马氏链法预测程序	232
附录 B 上海市房地产市场指标数据	237
附录 C 深证综指指标值数据	238
参考文献	240

第 1 章 MATLAB 的基本计算与统计数据处理

本章要点

- 数值计算
- 符号计算
- 解方程
- 统计数据的处理

1.1 数值计算

1.1.1 基本运算与函数

1. 基本运算

在 MATLAB 下进行基本数学运算，只需在提示号（>>）之后直接输入运算式，并按 <Enter> 键即可。MATLAB 能识别一般常用的加（+）、减（-）、乘（*）、除（/）的数学运算符，以及幂次运算（^）等。例如：

```
>> (6 * 5 - 1.5)^2 + 36/4
```

```
ans =
```

```
821.2500
```

MATLAB 会将运算结果直接存入变量 ans，代表 MATLAB 运算后的答案（answer），并显示其数值。

若将编写的运算式、命令语句等程序保存，以便随时使用，需要打开编辑器窗口，在编辑窗口内编写语句程序，编写完后单击“保存”按钮并给文件命名（如 abc），则建立了一个文件名为 abc.m 的 M 格式文件。然后切换到命令窗口，在提示号（>>）之后输入 abc，并按 <Enter> 键，即可运行所编程序，显示其结果。

MATLAB 的永久常数主要有以下几种。

i 或 j：基本虚数单位。

inf：无限大，如 $1/0$ 。

nan 或 NaN：非数值（Not a number），如 $0/0$ 。

pi：圆周率 π 。

2. 基本数学函数

MATLAB 常用的基本数学函数有以下几种。

abs(x)：纯量的绝对值或向量的长度。

sqrt(x)：开平方。

`round(x)`: 四舍五入至最近整数。

`fix(x)`: 无论正负, 舍去小数至最近整数。

`rat(x)`: 将实数 x 化为分数表示。

`sign(x)`: 符号函数。

`gcd(x,y)`: 整数 x 和 y 的最大公因数。

`lcm(x,y)`: 整数 x 和 y 的最小公倍数。

`exp(x)`: 自然指数。

`pow2(x)`: 2 的指数。

`log(x)`: 以 e 为底的对数, 即自然对数。

`log2(x)`: 以 2 为底的对数。

`log10(x)`: 以 10 为底的对数。

`sin(x)`: 正弦函数。

`cos(x)`: 余弦函数。

`tan(x)`: 正切函数。

3. 关于向量的常用函数

`min(x)`: 向量 x 的元素的最小值。

`max(x)`: 向量 x 的元素的最大值。

`mean(x)`: 向量 x 的元素的平均值。

`median(x)`: 向量 x 的元素的中位数。

`std(x)`: 向量 x 的元素的标准差。

`diff(x)`: 向量 x 的相邻元素的差。

`sort(x)`: 对向量 x 的元素进行排序。

`length(x)`: 向量 x 的元素个数。

`range(x)`: 极差。

`sum(x)`: 向量 x 的元素总和。

`prod(x)`: 向量 x 的元素总乘积。

`cumsum(x)`: 向量 x 的累计元素总和。

`cumprod(x)`: 向量 x 的累计元素总乘积。

`dot(x,y)`: 向量 x 和 y 的内积。

`cross(x,y)`: 向量 x 和 y 的外积。

1.1.2 数组运算

1. 数组的生成

创建简单的数组有以下几种常用情况:

`>> x = [a b c d]` % 包含指定元素的行向量

`>> x = first : last` % 创建从 first 开始, 加 1 计数, 到 last 结束的行向量

`>> x = first : increment : last` % 创建从 first 开始, 加 increment, 到 last 结束的行向量

`>> x = linspace(first, last, n)` % 创建从 first 开始, 到 last 结束, 有 n 个元素的行向量

2. 数组元素的访问

(1) 访问一个元素: $x(i)$ 表示访问数组 x 的第 i 个元素。

(2) 访问一块元素: $x(a:b:c)$ 表示访问数组 x 的从第 a 个元素开始, 以步长为 b 到第 c 个元素 (但不超过 c), 其中 b 可以为负数, b 默认时为 1。

(3) 直接使用元素编址序号: $x([a \ b \ c \ d])$ 表示提取数组 x 的第 a 、 b 、 c 、 d 个元素构成一个新的数组 $[x(a) \ x(b) \ x(c) \ x(d)]$ 。

3. 数组的运算

(1) 标量—数组运算。数组对标量的加、减、乘、除、乘方是指数组中的每个元素对该标量进行相应的加、减、乘、除、乘方运算。

设 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$, $c = \text{标量}$

则 $a + c = [a_1 + c, a_2 + c, \dots, a_n + c]$

$a * c = [a_1 * c, a_2 * c, \dots, a_n * c]$ (点乘)

$a ./ c = [a_1 / c, a_2 / c, \dots, a_n / c]$ (右点除)

$a . \backslash c = [c / a_1, c / a_2, \dots, c / a_n]$ (左点除)

$a.^c = [a_1.^c, a_2.^c, \dots, a_n.^c]$ (点幂)

$c.^a = [c.^{a_1}, c.^{a_2}, \dots, c.^{a_n}]$

(2) 数组—数组运算。当两个数组有相同维数时, 加、减、乘、除、幂运算可按元素对元素的方式进行, 不同大小或维数的数组不能进行运算。

设 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$, $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$

则 $a + b = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n]$

$a * b = [a_1 * b_1, a_2 * b_2, \dots, a_n * b_n]$

$a ./ b = [a_1 / b_1, a_2 / b_2, \dots, a_n / b_n]$

$a . \backslash b = [b_1 / a_1, b_2 / a_2, \dots, b_n / a_n]$

$a.^b = [a_1.^{b_1}, a_2.^{b_2}, \dots, a_n.^{b_n}]$

4. 数据索引

数据索引函数 `find` 是 MATLAB 中比较常用的函数。

例如, 查找数组 $X = [1 \ 3 \ 6 \ 9 \ 0 \ -2 \ 4 \ -1 \ 8 \ 10]$ 中大于 0 的数, 只需执行函数命令: `find(X > 0)` 即可。

1.1.3 矩阵生成

1. 数值矩阵的生成

矩阵可直接按行方式输入每个元素来生成: 同一行中的元素用逗号 (,) 或者用空格符来分隔, 且空格个数不限; 不同的行用分号 (;) 分隔; 所有元素处于同一方括号 ([]) 内。如:

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

```
A =
```

```
1     2     3
4     5     6
7     8     9
```

> > M = [] % 表示空阵

2. 特殊矩阵的生成

(1) 全零阵。

格式: X = zeros(n) % 生成 $n \times n$ 全零阵
 X = zeros(m,n) % 生成 $m \times n$ 全零阵
 X = zeros([m n]) % 生成 $m \times n$ 全零阵
 X = zeros(size(A)) % 生成与矩阵 A 相同大小的全零阵

(2) 全 1 阵。

格式: X = ones(n) % 生成 $n \times n$ 全 1 阵
 X = ones(m,n) % 生成 $m \times n$ 全 1 阵
 X = ones([m n]) % 生成 $m \times n$ 全 1 阵
 X = ones(size(A)) % 生成与矩阵 A 相同大小的全 1 阵

(3) 单位阵。

格式: X = eye(n) % 生成 $n \times n$ 单位阵
 X = eye(m,n) % 生成 $m \times n$ 单位阵
 X = eye(size(A)) % 生成与矩阵 A 相同大小的单位阵

(4) 产生以输入元素为对角线元素的矩阵。

格式: X = diag(a,b,c,d) % 产生以 a, b, c, d 为对角线元素的矩阵

例如:

> > X = diag(1,2,3,4)

X =

```

1    0    0    0
0    2    0    0
0    0    3    0
0    0    0    4
```

(5) 魔方 (magic) 矩阵。

格式: M = magic(n) % 产生 n 阶魔方矩阵

例如:

> > M = magic(3)

M =

```

8    1    6
3    5    7
4    9    2
```

3. 矩阵中元素的操作

(1) 矩阵 A 的第 r 行: A(r,:)。

(2) 矩阵 A 的第 r 列: A(:,r)。

(3) 依次提取矩阵 A 的每一列, 将 A 拉伸为一个列向量: A(:)。

(4) 取矩阵 A 的第 $i_1 \sim i_2$ 行、第 $j_1 \sim j_2$ 列构成新矩阵: A($i_1 : i_2, j_1 : j_2$)。

(5) 以逆序提取矩阵 A 的第 $i_1 \sim i_2$ 行, 构成新矩阵: A($i_2 : -1 : i_1, :$)。

(6) 以逆序提取矩阵 A 的第 $j_1 \sim j_2$ 列, 构成新矩阵: A(:, $j_2 : -1 : j_1$)。

(7) 删除矩阵 A 的第 $i_1 \sim i_2$ 行, 构成新矩阵: $A(i_1:i_2,:) = []$ 。

(8) 删除矩阵 A 的第 $j_1 \sim j_2$ 列, 构成新矩阵: $A(:,j_1:j_2) = []$ 。

(9) 将矩阵 A 和矩阵 B 拼接成新矩阵: $[A,B]$; $[A;B]$ 。

1.1.4 矩阵运算

1. 加减运算

运算规则: 对应元素相加减, 即按线性代数中矩阵的加法和减法运算进行。

2. 乘法运算

(1) 两个矩阵相乘。运算规则: 按线性代数中矩阵乘法运算进行, 即将放在前面的矩阵的各行元素, 分别与放在后面的矩阵的各列元素对应相乘并相加。

(2) 矩阵的数乘。数乘矩阵是数与矩阵中的每一个元素相乘。

(3) 两矩阵点乘。 $A.*B$ 表示矩阵 A 与矩阵 B 中的对应元素相乘。

3. 除法运算

(1) 两种除法运算: 左除 ($\backslash$) 和右除 ($/$)。一般情况下, $X = A \backslash B$ 是方程组 $A * X = B$ 的解; 而 $X = B/A$ 是方程组 $X * A = B$ 的解。

(2) 两矩阵点除: $A./B$ 表示矩阵 A 与矩阵 B 中的对应元素相除。

4. 乘方运算

运算规则: 当 A 为矩阵, P 为大于 0 的整数时, A^P 表示 A 的 P 次方, 即 A 自乘 P 次; P 为小于 0 的整数时, A^P 表示 A^{-1} 的 P 次方。

5. 其他运算

(1) A' : 矩阵 A 转置。

(2) $\det(A)$: 返回矩阵 A 的行列式的值。

(3) $\text{inv}(A)$: 求矩阵 A 的逆矩阵。若 X 为奇异阵, 将给出警告信息。

(4) $\text{rank}(A)$: 求矩阵 A 的秩。

(5) $[V,D] = \text{eig}(A)$: 求矩阵 A 的特征值 D 与特征向量 V 。

例如:

```
>> A = [1 1 0; 0 2 2; 0 0 3];
```

```
>> format rat % 指定有理式格式输出
```

```
>> X = det(A)
```

```
>> Y = inv(A)
```

```
>> [V,D] = eig(A)
```

X =

6

Y =

1	-1/2	1/3
0	1/2	-1/3
0	0	1/3

V =

1	985/1393	881/2158
0	985/1393	881/1079

```

      0          0          881/2158
D =
      1          0          0
      0          2          0
      0          0          3

```

即表示特征值 D 为 1 时, 对应的特征向量 $V1 = (1 \ 0 \ 0)^T$; 特征值 D 为 2 时, 对应的特征向量 $V2 = (1 \ 1 \ 0)^T$; 特征值 D 为 3 时, 对应的特征向量 $V3 = (1 \ 2 \ 1)^T$ 。

1.2 符号计算

1.2.1 创建符号变量与对象

格式: $S = \text{sym}(A)$ % 用输入参量 A , 构造一类型为 “sym” 的对象 s 。若 A 为字符串, 则 S 为符号数值或变量; 若 A 为一数值标量或矩阵, 则 S 为代表所给数值的符号表达式

$x = \text{sym}('x')$ % 创建一名字为 “x” 的符号变量, 且将结果存于 x

$\pi = \text{sym}('pi')$ % 创建一符号数值 π

$\text{syms } x, y, z$ % 创建多个符号变量

例如:

```

>> A = sym(' [ a b c d e f ] ')
A =
    [ a    b    c    d    e    f ]
>> B = sym(' [ 1 2 3; a b c; sin(x) cos(y) tan(z) ] ')
B =
    [ 1          2          3    ]
    [ a          b          c    ]
    [ sin(x)    cos(y)    tan(z) ]
>> syms a b c d
>> C = [ a b; c d ]
C =
    [ a    b ]
    [ c    d ]

```

1.2.2 符号微积分

1. 符号极限

格式: $\text{limit}(f, x, a)$

$\text{limit}(f, a)$

$\text{limit}(f)$

% 计算符号表达式 $f = f(x)$ 的极限值, 当 $x \rightarrow a$ 时

% 用命令 $\text{findsym}(f)$ 确定 f 中的自变量, 设为变量 x , 再计算 f 的极限值, 当 $x \rightarrow a$ 时

% 用命令 $\text{findsym}(f)$ 确定 f 中的自变量, 设为变量 x , 再计算 f 的极限值, 当 $x \rightarrow 0$ 时

`limit(f,x,a,'right')` % 计算符号函数 f 的右极限, 当 $x \rightarrow a^+$ 时

`limit(f,x,a,'left')` % 计算符号函数 F 的左极限, 当 $x \rightarrow a^-$ 时

【例 1-1】 有关符号极限举例如下:

```
> > syms x a t h n;  
> > L1 = limit((cos(x) - 1)/x)  
> > L2 = limit(1/x^2,x,0,'right')  
> > L3 = limit(1/x,x,0)  
> > L4 = limit((log(x+h) - log(x))/h,h,0)  
> > L5 = limit((1 + 2/n)^(3 * n),n,inf)  
> > L6 = limit([(1 + a/x)^x, exp(-x)],x,inf,'left')
```

计算结果为:

```
L1 =  
    0  
L2 =  
    inf  
L3 =  
    NaN  
L4 =  
    1/x  
L5 =  
    exp(6)  
L6 =  
    [exp(a), 0]
```

2. 符号导数

格式: `diff(f, 'x')` % 计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 1 阶导数

`diff(f, 'x', n)` % 计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 n 阶导数

`diff(f)` % 计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 1 阶导数, 其中 $x = \text{findsym}(f)$

`diff(f,n)` % 计算表达式 f 中指定符号变量 x 的 n 阶导数, 其中 $x = \text{findsym}(f)$

【例 1-2】 有关符号导数举例如下:

```
> > syms x y  
> > D1 = diff(y^2 * sin(x)) % 对默认自变量 x 求 1 阶导数  
> > D2 = diff(y^2 * sin(x), 'y') % 对符号变量 y 求 1 阶导数  
> > D3 = diff(y^2 * sin(x), 'y', 2) % 对符号变量 y 求 2 阶导数  
D1 =  
    y^2 * cos(x)  
D2 =  
    2 * y * sin(x)  
D3 =  
    2 * sin(x)
```

3. 符号积分

格式: `R = int(f,x)` % 计算符号表达式 f 中指定的符号变量 x 的不定积分, 只是函数 f 的一个原函数, 后面没加任意常数 C

$R = \text{int}(f)$ % 计算符号表达式 f 中指定的符号变量 x 的不定积分, 其中 $x = \text{findsym}(f)$

$R = \text{int}(f, x, a, b)$ % 计算符号表达式 f 中指定的符号变量 x 从 a 到 b 的定积分

$R = \text{int}(f, a, b)$ % 计算符号表达式 f 中指定的符号变量 x 从 a 到 b 的定积分, 其中 $x = \text{findsym}(f)$

【例 1-3】 有关符号积分举例如下:

```
> > R1 = int('log(x)')
R1 =
      x * log(x) - x
> > R2 = int('exp(x) * sin(x)', 'x')
R2 =
      -1/2 * exp(x) * cos(x) + 1/2 * exp(x) * sin(x)
> > R3 = int('x * exp(x)', 'x', 0, 1)
R3 =
      1
> > syms x t;
> > R4 = int(2 * x, sin(t), 1)
R4 =
      1 - sin(t)^2
```

4. 符号级数

(1) Taylor 级数。

格式: $T = \text{taylor}(f, n, x)$ % 返回符号表达式 f 中指定符号变量 x 的 $n - 1$ 阶的 Maclaurin 多项式

$T = \text{taylor}(f)$ % 返回符号表达式 f 中符号变量 x 的 5 阶 (即前 6 项) 的 Maclaurin 多项式的近似式, 其中 $x = \text{findsym}(f)$

$T = \text{taylor}(f, n, x, a)$ % 返回符号表达式 f 中指定的符号变量 $x = a$ 点的 $n - 1$ 阶的 Taylor 级数

【例 1-4】 有关 Taylor 级数举例如下:

```
> > syms x t
> > T1 = taylor(sin(x))
T1 =
      x - 1/6 * x^3 + 1/120 * x^5
> > T2 = taylor(t * exp(x), 4, 'x')
T2 =
      t + t * x + 1/2 * t * x^2 + 1/6 * t * x^3
> > T3 = taylor(x * log(x), 5, 'x', 1)
T3 =
      x - 1 + 1/2 * (x - 1)^2 - 1/6 * (x - 1)^3 + 1/12 * (x - 1)^4
```

(2) 符号表达式求和。

格式: $S = \text{symsum}(f)$ % 对符号表达式 f 中的符号变量 k (由命令 $\text{findsym}(f)$ 确定的) 从 0 到 $k - 1$ 求和

$S = \text{symsum}(f, x)$ % 对符号表达式 f 中指定的符号变量 x 从 0 到 $k-1$ 求和
 $S = \text{symsum}(f, a, b)$ % 对符号表达式 f 中的符号变量 k (由命令 $\text{findsym}(f)$ 确定的) 从 a 到 b 求和
 $S = \text{symsum}(f, x, a, b)$ % 对符号表达式 f 中指定的符号变量 x 从 a 到 b 求和

【例 1-5】 有关符号表达式求和举例如下:

```
> > syms k x
> > S1 = symsum(k^3, 1, 10)
S1 =
    3025
> > S2 = symsum(1/(k*(k+1)), 1, inf)
S2 =
    1
> > S3 = symsum(x^k/sym('k!'), k, 0, inf)
S3 =
    exp(x)
```

注: $k!$ 要通过 MATLAB 表达式的检验, 必须把它作为一符号表达式。

1.3 解方程

1.3.1 代数方程的符号解

格式: $X = \text{solve}(eq)$ % eq 可以是符号表达式或字符串, 求解方程 $eq = 0$
 $X = \text{solve}(eq, var)$ % eq 中指定的变量 var 求解方程 $eq(var) = 0$
 $X = \text{solve}(eq1, eq2, \dots, eqn)$ % 对方程组 $eq1, eq2, \dots, eqn$ 中 n 个变量求解, 返回 X 是“结构对象”

$[x1, x2, \dots, xn] = \text{solve}(eq1, eq2, \dots, eqn)$ % 返回的是解 $x1, x2, \dots, xn$ 的值

说明: 对于单个的方程或方程组, 若不存在符号解, 则返回方程(组)的数值解。

【例 1-6】 有关代数方程的符号解举例如下:

```
> > X1 = solve('a*x^2 + b*x + c')
X1 =
    1/2/a*( -b + (b^2 - 4*a*c)^(1/2))
    1/2/a*( -b - (b^2 - 4*a*c)^(1/2))
> > X2 = solve('a*x^2 + b*x + c', 'b')
X2 =
    -(a*x^2 + c)/x
> > solve('x + y = 1', 'x - 11*y = 5')
ans =
    x: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]
> > [x, y] = solve('x + y = 1', 'x - 11*y = 5')
x =
    4/3
```