高等职业教育数学系列教材

线性代数练习题集

XIANXINGDAISHULIANXI

刘振云　周爱丽　主编

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

线性代数练习题集/刘振云,周爱丽主编. —天津:天津大学出版社,2010.3

ISBN 978-7-5618-3527-2

Ⅰ.①线… Ⅱ.①刘…②周… Ⅲ.①线性代数-高等学校-习题 Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第102648号

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨欢
地　　址 天津市卫津路92号天津大学内(邮编:300072)
电　　话 发行部:022-27403647　邮购部:022-27402742
网　　址 www.tjup.com
印　　刷 河北省昌黎县第一印刷厂
经　　销 全国各地新华书店
开　　本 148mm×210mm
印　　张 7.625
字　　数 228千
版　　次 2010年3月第1版
印　　次 2010年3月第1次
印　　数 1-4 000
定　　价 15.50元

前　　言

线性代数是大学工科类、经济类、管理类等各专业的一门重要基础课.但该课程教学课时少,概念多,定理多,内容抽象.通过多年的教学实践,我们深刻体会到,学好数学的关键是理清数学概念,掌握解题方法,而达到这一目的行之有效的措施就是大量演练习题.编写此书的目的是对正在学习和复习线性代数的同学们提供一些辅导,帮助他们加深对线性代数中的基本概念、基本定理的理解;掌握线性代数的解题方法和技巧;激发、培养同学们学习线性代数的兴趣.

本书以辅助日常学习为出发点,试图为学生提供一套使用方便,而又符合学习规律的辅助教材.基于这种想法,在广泛收集辅导书、习题集的基础上,反复比较、推敲、整理分析、修改和筛选出代表性较强的题目,采用分类总结的形式,把题目分为练习题、选择题和填空题,练习题中将题目分类给出,除第六章以外在每一章的最后附有两套测试题,书的最后附有五套总复习模拟试卷.同时,为了方便使用,每章后面都附有各种题目的参考答案与提示.

本书由刘振云、周爱丽、李仲佳、武玉婧共同编写,由刘振云、周爱丽统稿,陈秀岐、丁杰主审.给予本书很大帮助的还有高文杰、杜俊文、李艳梅、张立圃、王鲁静、崔媛、李国辉、蒋风光、王钦烈等老师,编者在此一并致谢!

编写本书时,参阅了许多书籍,引用了许多经典的例子,恕不一一指明出处,在此一并向有关作者致谢.

编者对本书的编写尽了最大的努力,但限于编者的水平与经验有限,加之时间仓促,本书中存在错误与不妥之处,敬请读者指正.

编者

2010 年 4 月

目　　录

第一章　行列式

[内容提要]

1. 排列的奇偶性

(1)由不同数码 $1,2,3,\cdots,n$ 组成的有序数组 $i_1 i_2 i_3 \cdots i_n$ 称为一个 n 级排列.

(2)在一个 n 级排列 $i_1 i_2 i_3 \cdots i_n$ 中,如果有数码 $i_s < i_t$,但 i_s 排在 i_t 的后面,就称 i_t 与 i_s 构成一个逆序,一个排列的逆序总数就称为该排列的逆序数,记为 $\tau(i_1 i_2 i_3 \cdots i_n)$.

(3)逆序数为偶数的排列称为偶排列,逆序数为奇数的排列称为奇排列.

(4)如果把一个排列 $i_1 \cdots i_s \cdots i_t \cdots i_n$ 中的任意两个数码 i_s 和 i_t 对调,其他数码不变,得到一个新的排列 $i_1 \cdots i_t \cdots i_s \cdots i_n$,这样的变换称为一个对换,并记为 (i_s, i_t).

(5)任意一个排列经过一个对换后排列改变奇偶性.

(6)一个排列变到一个奇偶性相同的排列时,必须而且只需要经过偶数个对换,变到一个奇偶性相反的排列时,必须而且只需要经过奇数个对换.

(7) n 个数码($n>1$)一共有 $n!$ 个 n 级排列,其中奇排列、偶排列各有 $\frac{n!}{2}$ 个.

2. n 阶行列式的定义及性质

n^2 个元素 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$组成的记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称为 n 阶行列式,其中横排称为行,纵排称为列,它表示所有可能取自不同行不同列的 n 个元素乘积的代数和,各项前的符号是,当这一项中元素的行标按自然顺序排列后,如果对应的列标构成的排列是偶排列,则取“正”号,是奇排列则取“负”号,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{(i_1 i_2 \cdots i_n)} (-1)^{\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)} a_{1i_1} a_{2i_2} \cdots a_{ni_n},$$

上式右端的和式为行列式的值或行列式的展开式,该 n 阶行列式可简记为 $|a_{ij}|$.

性质 1 将行列式转置(即相应的行变为相应的列)后,行列式的值不变.

性质 2 交换行列式的两行(列),行列式的符号改变.

推论 如果行列式中有两行(列)的对应元素相同,则此行列式的值为零.

性质 3 用数 k 乘行列式某行(列)等于用数 k 乘此行列式.

推论 1 如果行列式某行(列)的所有元素有公因子 k,则公因子 k 可以提到行列式外面.

推论 2 如果行列式有两行(列)对应元素成比例,则此行列式的值为零.

性质 4 如果行列式中的某一行(列)的每一个元素都可以写成两个数的和,则此行列式可以写成两个行列式的和,这两个行列式分别以这两个数为所在行(列)对应位置的元素,其他位置的元素与原行列式相同.

性质 5 将行列式某一行(列)的所有元素同乘以数 k 后加到另一

行(列)对应位置的元素上,行列式的值不变.

3.行列式按行(列)展开

在 n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 中去掉元素 a_{ij} 所在的第 i 行和第 j 列后,余下的元素按原来的顺序构成一个 $n-1$ 阶行列式,称之为元素 a_{ij} 的余子式,记作为 M_{ij},$(-1)^{i+j}M_{ij}$ 称为元素 a_{ij} 的代数余子式,记作 A_{ij},即

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}.$$

行列式按第 i 行展开为

$$D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}A_{ik}\ (i=1,2,\cdots,n),$$

行列式按第 j 列展开为

$$D=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\cdots+a_{nj}A_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{kj}A_{kj}\ (j=1,2,\cdots,n).$$

4.范德蒙行列式

n 阶范德蒙行列式的形式和结果为

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}=\prod_{1\leq i\leq j\leq n}(x_j-x_i).$$

5.克拉默法则

含有 n 个方程的 n 元线性方程组的一般形式为

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2, \\ \vdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n. \end{cases} \tag{1.1}$$

当其系数行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\neq 0$ 时,方程组(1.1)有

解，且解是唯一的，这个解可用公式 $x_i=\dfrac{D_i}{D}(i=1,2,\cdots,n)$ 表示，其中 D_i 是将 D 中第 i 列的元素用方程组(1.1)右端的常数项代替后所得到的行列式.

由此得知含有 n 个方程的 n 元齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0, \\ \vdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=0, \end{cases} \tag{1.2}$$

若其系数行列式 $D\neq 0$，方程(1.2)仅有零解(无非零解)，若 $D=0$，则方程组(1.2)有非零解，反之亦然.

[练习题]

一、行列式的计算

1.用定义计算行列式的值

(1) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1\,998 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1\,999 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n-1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$; (5) $\begin{vmatrix} 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} \\ b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

2.化为上(下)三角形行列式计算行列式的值

(1) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; (2) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 6 & 2 & 0 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$; (4) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$;

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$; (6) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & -3 & 5 \\ -3 & 1 & 4 & -2 \\ 7 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & -3 & -2 & 6 \end{vmatrix}$;

(7) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & b_{n-1} \\ b_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{vmatrix}$;

(8) $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}$； (9) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$；

(10) $\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$.

3.用分裂法计算行列式的值

(1) $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$； (2) $\begin{vmatrix} a^2 & (a-1)^2 & (a-2)^2 \\ b^2 & (b-1)^2 & (b-2)^2 \\ c^2 & (c-1)^2 & (c-2)^2 \end{vmatrix}$.

4.用降阶法计算行列式的值

(1) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 8 & 5 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 6 & -7 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & -6 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & -2 & 8 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$； (4) $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$；

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$；　　(6) $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & d_1 \\ a_2 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & d_2 \end{vmatrix}$；

(7) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 6 \end{vmatrix}$；　(8) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$；

(9) $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & x-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & x-2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x-2 \end{vmatrix}$；

(10) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & -n \\ 1 & 1 & \cdots & -n & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & -n & \cdots & 1 & 1 \\ -n & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}_{n\times n}$

5.用加边法计算行列式的值

(1) $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+a_4 \end{vmatrix}$，其中 $a_i\neq 0(i=1,2,3,4)$；

(2) $\begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}_{n\times n}$，$n\geqslant 2, x\neq a$；

$$(4)\ D_n=\begin{vmatrix}2&1&&&\\1&2&1&&\\&\ddots&\ddots&\ddots&\\&&&&1\\&&&1&2\end{vmatrix}\ (n\geqslant 3).$$

7.用范德蒙行列式的结果计算行列式的值

$$(1)\begin{vmatrix}1&1&1\\x&y&z\\x^2&y^2&z^2\end{vmatrix};\quad(2)\begin{vmatrix}a&b&c\\a^2&b^2&c^2\\b+c&c+a&a+b\end{vmatrix};$$

$$(3)\ D_n=\begin{vmatrix}1&1&\cdots&1\\x_1&x_2&\cdots&x_n\\x_1^2&x_2^2&\cdots&x_n^2\\\vdots&\vdots&&\vdots\\x_1^{n-2}&x_2^{n-2}&\cdots&x_n^{n-2}\\x_1^n&x_2^n&\cdots&x_n^n\end{vmatrix};$$

$$(4)\ D_n=\begin{vmatrix}a+x_1&a+x_2&\cdots&a+x_n\\a^2+x_1^2&a^2+x_2^2&\cdots&a^2+x_n^2\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a^n+x_1^n&a^n+x_2^n&\cdots&a^n+x_n^n\end{vmatrix}.$$

二、用克拉默法则解下列方程组

$$1.\begin{cases}x\tan\alpha+y=\sin(\alpha+\beta),\\x-y\tan\alpha=\cos(\alpha+\beta);\end{cases}\qquad 2.\begin{cases}x+y+z=0,\\x+2y+3z=-1,\\x+3y+6z=0;\end{cases}$$

$$3.\begin{cases}x+y+z=1,\\x+\varepsilon y+\varepsilon^2z=\varepsilon,\\x+\varepsilon^2y+\varepsilon z=\varepsilon^2;\end{cases}\qquad 4.\begin{cases}2x+y+z=3,\\3x+2y-5z=-1,\\x+3y-2z=4;\end{cases}$$

$$5.\begin{cases}2x_1+x_2-5x_3+x_4=8,\\x_1-3x_2-6x_4=9,\\2x_2-x_3+2x_4=-5,\\x_1+4x_2+-7x_3+6x_4=0;\end{cases}\qquad 6.\begin{cases}x_1+5x_2+2x_3+x_4=5,\\3x_1-x_2+x_3-x_4=\dfrac{17}{2},\\4x_1+x_2+2x_3+2x_4=15;\end{cases}$$

7. $\begin{cases} 3x_1+5x_2+2x_3+x_4=3, \\ 3x_2+4x_4=4, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=\dfrac{11}{6}, \\ x_1-x_2-3x_3+2x_4=\dfrac{5}{6}; \end{cases}$　　8. $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3+2x_4=6, \\ 3x_1-3x_2+3x_3+2x_4=5, \\ 3x_1-x_2-x_3+2x_4=3, \\ 3x_1-x_2+3x_3-x_4=4; \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3+4x_4-x_5=-1, \\ 2x_1-x_2+3x_3-4x_4+2x_5=8, \\ 3x_1+x_2-x_3+2x_4-x_5=3, \\ 4x_1+3x_2+4x_3+2x_4=x_5=-2, \\ x_1-x_2-x_3+2x_4-3x_5=-3; \end{cases}$　　10. $\begin{cases} 5x_1+6x_2=1, \\ x_1+5x_2+6x_3=0, \\ x_2+5x_3+6x_4=0, \\ x_3+5x_4+6x_5=0, \\ x_4+5x_5=1; \end{cases}$

三、综合题

1.求一个二次多项式 $f(x)$,使得 $f(1)=0,f(2)=3,f(-3)=28$.

2.设 a,b,c,d 是不全为零的实数,证明:方程组

$$\begin{cases} ax_1+bx_2+cx_3+dx_4=0, \\ bx_1-ax_2+dx_3-cx_4=0, \\ cx_1-dx_2-ax_3+bx_4=0, \\ dx_1+cx_2-bx_3-ax_4=0 \end{cases}$$

只有零解.

3.设 $a_1,a_2,\dots a_n$ 为 n 个互不相等的数,解方程组

$$\begin{cases} a_1^{n-1}x_1+a_1^{n-2}x_2+\cdots+a_1x_{n-1}+x_n=-a_1^n, \\ a_2^{n-1}x_1+a_2^{n-2}x_2+\cdots+a_2x_{n-1}+x_n=-a_2^n, \\ \cdots \\ a_n^{n-1}x_1+a_n^{n-2}x_2+\cdots+a_nx_{n-1}+x_n=-a_n^n. \end{cases}$$

4.已知 3 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & y & x \end{vmatrix}$,且 $M_{11}+M_{12}-M_{13}=3,A_{11}+A_{12}+A_{13}=1$,其中 M_{ij}是 D 中元素 a_{ij}的余子式,$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$,试求 D 值.

5.设$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 1 & b \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}=0$,且 $M_{11}+M_{12}+M_{13}=11$(M_{ij}是行列式中元素a_{ij}的余子式),试求 a,b.

6.当 a、b 满足什么条件时,行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0$.

7.计算 5 阶行列式 $D_5=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \end{vmatrix}$.

8.计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-a \end{vmatrix}.$$

9.计算 n 阶行列式$D_n=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & c_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & c_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & c_n \end{vmatrix}$.

10.计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_{n-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}.$$

[选择题]

1.在下列构成 6 阶行列式的展开式的各项中,取“+”号的是(　　).

(A) $a_{15}a_{23}a_{32}a_{44}a_{51}a_{66}$　　(B) $a_{11}a_{26}a_{32}a_{44}a_{53}a_{65}$

(C) $a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{64}a_{35}$　　(D) $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{25}a_{66}$

2.设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$,则行列式

$$\overline{D} = \begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix} = (\quad).$$

(A) $-D$　　(B) $(-1)^n D$　　(C) D　　(D) D^{T}

3.设 $a_{62}a_{k5}a_{33}a_{l4}a_{46}a_{21}$是 6 阶行列式 $|a_{ij}|$ 的一项,则(　　).

(A) $k=5, l=1$,取正号　　(B) $k=3, l=1$,取负号

(C) $k=1, l=5$,取负号　　(D) $k=1, l=5$,取正号

4. $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} = (\quad).$

(A) $a_1a_2a_3a_4-b_1b_2b_3b_4$　　(B) $a_1a_2a_3a_4+b_1b_2b_3b_4$

(C) $(a_1a_2-b_1b_2)(a_3a_4-b_3b_4)$　(D) $(a_2a_3-b_2b_3)(a_1a_4-b_1b_4)$

5.如果 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=d$,则行列式 $\begin{vmatrix} -3a_{31} & -3a_{32} & -3a_{33} \\ -2a_{21} & -2a_{22} & -2a_{23} \\ -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \end{vmatrix}=($　　$)$.

(A) $-6d$　　(B) $6d$　　(C) $4d$　　(D) $-6d$

6.行列式 $\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ 中含有 x^3 项的系数是(　　).

(A)2　　(B) -2　　(C)1　　(D) -1

7. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=($　　$)$.

(A)1　　(B)3　　(C) -3　　(D)0

8. $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}=($　　$)$.

(A) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(B) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 1 & ab & ac \\ 0 & b^2+1 & bc \\ 0 & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$