

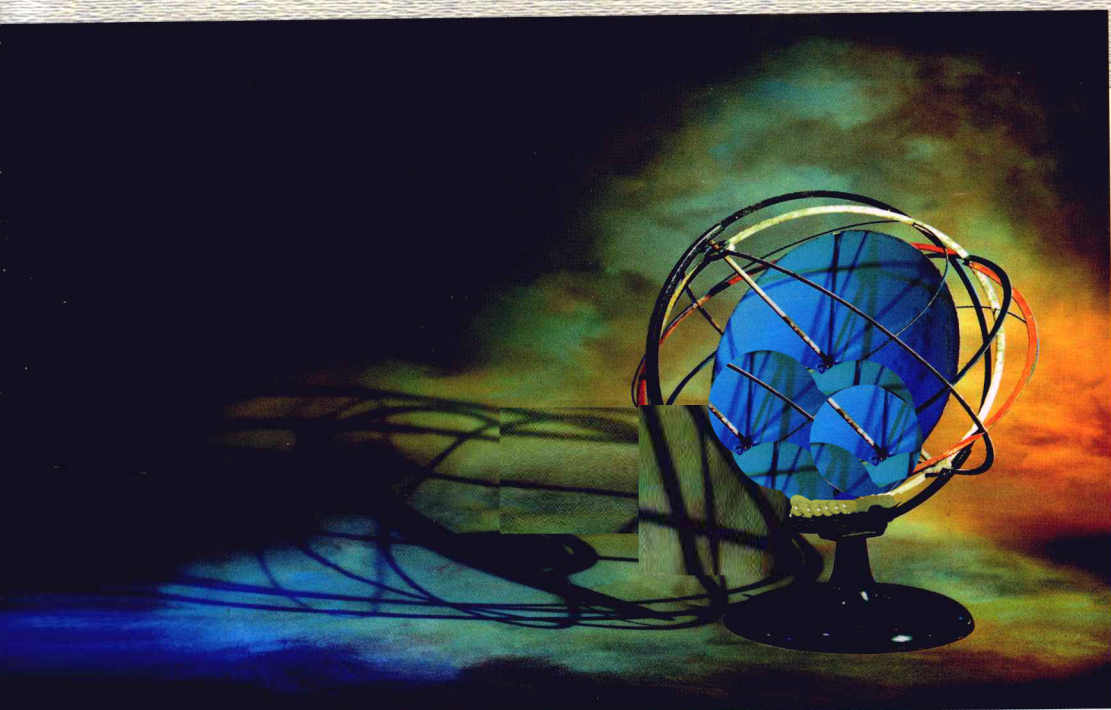


普通高等教育“十二五”规划教材

近现代 物理实验

JINXIANDAI
WULI SHIYAN

■ 主编 韩 忠 ■ 副主编 刘安平



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书涵盖了近现代物理实验中基本的数据处理方法和 41 个实验项目。全书共六章。第 0 章着重介绍了物理实验中的误差和不确定度分析以及常用的数据处理方法；第 1 章主要有原子核衰变规律、原子结构分析、隧道效应应用、相对论关系验证以及放射性测量在环境评价中应用等实验内容；第 2 章主要为核磁共振、光磁共振和电子顺磁共振等磁共振实验；第 3 章主要为光速测量、光谱分析、激光调 Q 倍频、微波的光学特性验证与模拟以及热辐射成像等实验；第 4 章主要为真空技术、薄膜材料制备及其性能分析和高温超导转变温度测量等实验；第 5 章主要介绍了目前常用的磁粉、超声、全息、液体渗透、X 射线以及计算机断层扫描（工业 CT）等六种无损检测实验方法。本书在重点阐述每个实验的基本原理和实验方法的同时，有侧重地介绍了部分实验仪器和装置，还特别介绍了相关实验技术的历史背景、应用现状和发展前景。

本书适宜作为高等学校理工科本科生、研究生的近现代物理类实验教材，也可作为教师的教学参考书，还可供相关实验技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

近现代物理实验/韩忠主编. —北京：机械工业出版社，2012.4

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-37255-4

I. ① 近… II. ① 韩… III. ① 物理学—实验—高等学校—教材
IV. ① 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 012994 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：李永联 责任编辑：李永联

版式设计：刘 岚 责任校对：刘志文

封面设计：马精明 责任印制：杨 曦

北京双青印刷厂印刷

2012 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·18 印张·441 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-37255-4

定价：36.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010)68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010)88379649

读者购书热线：(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是在重庆大学“近代物理实验1”、“近代物理实验2”、“物理专业实验”及“现代无损检测技术”系列课程教学实践的基础上编写的。其内容涉及了原子与原子核物理、磁共振、真空、超导、薄膜材料、激光、光谱、超声、全息、X射线及工业CT等领域，包括了41个实验项目。本书重点阐述了每个实验的基本原理和实验方法，着重说明了主要实验内容与基本要求，有侧重地介绍了实验仪器和装置，对部分重要设备在附录里进行了专门介绍。书中的“引言”除了介绍实验的历史背景外，有的还特别介绍了相关实验技术的现状和发展前景。每个实验还设计了问题与思考题，以激发学生进一步探讨和研究的兴趣。

本书适宜高等学校理工科本科生、研究生作为近现代物理类实验课程教材，也可作为教师的教学参考书，还可供相关实验技术人员参考。

近现代物理实验教学是理工科大学生，特别是物理专业学生，实践教学中的重要环节，它对于培养大学生的实践能力、创新能力和研究能力有着举足轻重的作用。但长期以来，近现代物理实验教学模式单一、内容陈旧、方法死板，缺乏时代特征。而当今世界正处在一个科学技术迅速发展的时代，高新技术层出不穷，测试技术日新月异，赋予了传统实验许多新的手段和方法。在20世纪80年代中期，原重庆大学物理系的老师们就编写了《近代物理实验讲义》。自2000年以来，在国家的支持下，通过世界银行贷款，仪器设备得到了不断更新，实验条件得到改善，新的实验项目不断开设，原有的讲义也逐渐不能适应教学需要。因此，我们从2005年开始，就着手进行新的近现代物理实验教材的编写工作。通过近年来的不断完善、整理和修订，终于完成了现在的《近现代物理实验》教材。

本书将一部分具有时代气息、反映当代科技前沿成就的实验项目纳入其中，如“扫描隧道显微镜的使用”、“原子力显微镜的使用”、“相对论效应的实验研究”、“环境样品中放射性物质的测量与评价”等；减少了一些经典的已被《大学物理实验》教材作为基础实验的内容，如“密立根油滴实验”、“夫朗克-赫兹实验”等；另外，还增加了一些与生产实践或科学研究密切相关的实验，如“工业CT实验”、“X射线无损检测”、“全息无损检测”等。

本书共六章：第0章 实验中测量误差的分析与数据处理，第1章 原子与原子核，第2章 磁共振，第3章 光、激光与光谱，第4章 真空材料与低温，第5章 无损检测。通过这些实验的训练，学生不但可以生动直观地体验和学习在近代物理发展历程中发挥过重要作用的著名实验，领悟物理学家的物理思想和实验设计理念，巩固和升华学到的理论知识，还可以掌握一些不可或缺的现代科学实验技术。通过这些实验的培训和熏陶，学生可以了解近现代物理的基本原理，掌握科学实验的方法，学会使用科学仪器和现代实验技术等，从而培养学生良好的科学实践作风，提高学生科学研究的

能力。

本书是近 30 年来重庆大学物理实验教学中心在近代物理实验、物理专业实验以及无损检测实验教学和课程建设中集体智慧的结晶，它继承了老一辈近现代物理实验教师和实验技术人员的宝贵经验，集成了当前从事近现代物理实验教学、科研工作的老师们的优秀教学成果。本教材第 0 章、第 1 章和第 2 章由韩忠、刘安平老师编写，第 3 章由向红老师编写，第 4 章由刘高斌老师编写，第 5 章由韩忠老师编写。

本教材的编写得到了重庆大学物理学院陶纯匡教授、重庆大学 ICT 中心的周日峰老师、重庆大学物理实验中心的何光宏、汪涛、赵艳等老师的大力支持。已退休的杨学恒、吴大华等老师，也为本教材提供了不少的素材和建议，在此一并表示感谢！

由于编者水平有限，加之时间仓促、编写工作量大，本书中定有不少疏漏和欠妥之处，恳请各位读者和同仁批评指正！

编 者

目 录

前言

第 0 章 实验中测量误差的分析与数据处理	1
第 1 章 原子与原子核	34
实验 1 放射性衰变统计规律的研究	34
实验 2 电子荷质比的测定	38
实验 3 卢瑟福散射与 α 粒子在空气中射程的测量	42
实验 4 冉绍尔-汤森效应的研究	47
实验 5 塞曼效应	55
实验 6 光电效应与普朗克常量的测定	62
实验 7 康普顿散射	65
实验 8 扫描隧道显微镜的使用	70
实验 9 原子力显微镜的使用	73
实验 10 验证快速电子的动量与动能的相对论关系	77
实验 11 环境样品中放射性核素的测量与评价	82
第 2 章 磁共振	89
实验 12 核磁共振	89
实验 13 光磁共振	100
实验 14 电子顺磁共振	106
第 3 章 光、激光与光谱	113
实验 15 光速的测量	113
实验 15.1 光拍法测量光速	113
实验 15.2 位相法测光速	121
实验 16 黑体辐射	130
实验 17 氢原子光谱及里德伯常量的测量	135
实验 18 原子吸收光谱的测量	139
实验 19 脉冲固体激光器的运行调试及参数测定	149
实验 20 电光调 Q 实验	154
实验 21 被动调 Q 实验	158
实验 22 激光在晶体中的倍频	161
实验 23 微波的光学特性研究	167
实验 24 热辐射成像	174
实验 25 振动喇曼光谱的研究	179
第 4 章 真空材料与低温	190
实验 26 直流低气压放电现象观察及伏安特性的测量	190
实验 27 直流辉光放电等离子体参数的测量	197
实验 28 用直流溅射法制备薄膜	201
实验 29 利用光的干涉测量膜厚	205

实验 30	薄膜电阻率的测量	207
实验 31	金属薄膜电阻的动态监测	210
实验 32	磁性薄膜的磁电阻测量	213
实验 33	X 射线衍射分析物相	216
实验 34	真空的获得与真空镀膜	222
实验 35	高温超导体转变温度的测量	239
第 5 章	无损检测	244
实验 36	磁粉无损检测	244
实验 37	X 射线照相无损检测	247
实验 38	超声波无损检测	252
实验 38.1	超声波探伤仪水平线性的测定	259
实验 38.2	材料衰减系数的测定	260
实验 38.3	人工缺陷位置的测定	262
实验 39	光学全息无损检测	262
实验 40	液体渗透检测	266
实验 41	工业 CT 实验	270

第0章 实验中测量误差的分析与数据处理

0.1 系统误差的分析与处理

物理实验离不开对各种物理量进行测量，由测量所得的一切数据，都毫无例外地包含有一定数量的测量误差，没有误差的测量结果是不存在的。根据误差产生的原因和性质，可将误差分为系统误差、随机误差和粗大误差。在本节中，我们着重讨论系统误差，在后续的几个小节中将分别讨论其他两种误差的处理及常用的数据处理方法。

所谓系统误差是指在确定的测量条件下，某种测量方法和装置在测量之前就已存在误差，并始终以必然性规律影响测量结果的正确度。实际上，所有的测量过程总是存在着系统误差，而且在某些情况下的系统误差数值还比较大。因此，测量结果的精度不仅取决于随机误差，还取决于系统误差的影响。系统误差是和随机误差同时存在于所测量的数据之中的，不易被发现，加之多次重复测量又不能减小它对测量结果的影响，这种潜伏就使得系统误差比随机误差具有更大的危险性，因此，研究系统误差的特征与规律性，用一定的方法发现、减小或消除系统误差就显得十分重要。

1. 系统误差对测量结果的影响

根据系统误差在测量过程中所具有的不同变化特性，将它分为固定系统误差和可变系统误差两大类。

固定系统误差是指在整个测量过程中数值和符号都不变化的系统误差。如千分尺或测长仪读数装置的调零误差、量块或其他标准件尺寸的偏差等，均为固定系统误差，它对每一测量值的影响均为一个常量，属于最常见的一类系统误差。

可变系统误差是指在整个测量过程中，误差的大小和方向随测试的某一个或某几个因素按确定的函数规律而变化。可变系统误差的种类较多，又可分为以下几种。

(1) 线性变化的系统误差：指在整个测量过程中，随某因素而线性递增或递减的系统误差。例如检定标尺时，由于室温对标准温度 20°C 的偏差产生的测量误差，它是随被测长度而线性变化的系统误差；在丝杠的测量中，由于丝杠轴线安装偏斜所造成的螺距累积误差，是随牙数或螺距的测量长度而线性变化的系统误差。

(2) 周期性变化的系统误差：指在整个测量过程中，随某因素作周期变化的系统误差。例如测量仪器中，千分表表盘的中心与指针回转中心的偏离引起的示值误差；齿轮、光学分度头中分度盘等安装偏心引起的齿距累积误差或分度误差等，都属于按正弦函数规律变化的系统误差。

(3) 复杂规律变化的系统误差：指那些在整个测量过程中，按一定的复杂规律变化的系统误差。例如，微安表的指针偏转角与偏转力矩间不严格保持线性关系，而表盘仍采用均匀刻度所产生的误差就属于复杂规律变化的系统误差。这种复杂规律一般可用代数多项式、三角多项式或其他正交函数多项式来描述。

下面分析以上几种系统误差给测量结果带来的影响。

设有一组实验测量数据 $x_1, x_2, \dots, x_N$, 其中每个数据包含的系统误差分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ 。现在, 设想扣除了这些系统误差, 得到一些只包含有随机误差的各种数据 $x'_1, x'_2, \dots, x'_N$ 。于是有

$$x_i = x'_i + \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

先求得其算术平均值为

$$\bar{x} = \bar{x}' + \bar{\theta} \quad (0-1-1)$$

然后即可得到各个观测数据的残差, 记为

$$\begin{aligned} \delta_i &= x_i - \bar{x} = (x'_i + \theta_i) - (\bar{x}' + \bar{\theta}) \\ &= \delta'_i + \theta_i - \bar{\theta} \end{aligned} \quad (0-1-2)$$

上式中的

$$\delta'_i = x'_i - \bar{x}' \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

就是仅由随机误差引起的残差。

由式 (0-1-1) 知, 当存在系统误差时, 算术平均值 $\bar{x}$ 为只包含随机误差的平均值 $\bar{x}'$ 与系统误差的平均值 $\bar{\theta}$ 之和。当测量次数 N 增加时, $\bar{x}'$ 趋于待测量的真值 μ 。因此, 当有系统误差存在时, 算术平均值 $\bar{x}$ 不再随测量次数 N 增加而趋于 μ , 偏差量就是系统误差的平均值 $\bar{\theta}$, 这说明系统误差最终要影响测量结果的准确度。

由式 (0-1-2) 知, 当测量中存在固定系统误差, 即 $\theta_i = \bar{\theta}$ 时, 残差 δ_i 完全由随机误差 δ'_i 产生, 即 $\delta_i = \delta'_i$ 。由此可以说明, 固定系统误差的存在并不影响残差的计算, 当然也就不影响方差的计算。在这种情况下, 我们就不能通过残差的计算来发现系统误差, 这时可能会把实际上存在很大系统误差的测量看做没什么问题。只有存在可变系统误差 (即 $\theta_i \neq \bar{\theta}$) 时, 才有可能通过对残差的观测发现系统误差。

2. 系统误差的发现和判断

由于形成系统误差的原因很复杂, 所以目前尚没有能够适用于发现各种系统误差的普遍方法, 而可供选用的检验有无系统误差的方法却多而杂。针对不同性质的系统误差, 我们把这些方法大致分为两大类: 一类为用于发现测量列组内的系统误差, 另一类为用于发现测量列组间系统误差的方法。

(1) 测量列组内系统误差的发现方法 用于发现测量列组内系统误差的方法包括实验对比法、残余误差观察法、残余误差校核法和不同公式计算标准差比较法。

① 实验对比法: 该方法是通过改变实验测量条件, 对不同条件下的实验数据进行对比来发现系统误差。例如对同一个物理量, 先用普通仪器对其进行测量, 得到一组数据, 然后用更高级的仪器进行重复测量, 又得到另一组数据, 比较两组结果, 如果有较大差别, 则可以判断有系统误差的存在。这种方法对发现不变系统误差较为有帮助。

② 残余误差观察法: 该方法是根据测量列的各个残余误差大小和符号的变化规律, 直接由误差数据或误差曲线图形来判断有无系统误差。这种方法适于发现有规律变化的系统误差。如表 0-1-1 是对某恒温容器进行温度测量的数据, 可以看出, 随着测量时间的变化, 温度有一定的上升趋势, 因此可判断测量数据中可能存在与时间呈线性变化的系统误差。

表 0-1-1 对某恒温容器进行温度测量的数据

测量时间 (s)	温度 (℃)	残余误差 (℃)
5.0	20.06	-0.06
10.0	20.08	-0.04
15.0	20.06	-0.06
20.0	20.07	-0.05
25.0	20.10	-0.02
30.0	20.12	0.00
35.0	20.15	0.03
40.0	20.17	0.05
45.0	20.18	0.06
50.0	20.21	0.09
平均值 = 20.12		

③ 残余误差校核法：一般情况下，在测量次数较多时，随机误差的分布基本上满足正态分布特点，其标准偏差也应有一定的范围。但是，如果测量数据中含有系统误差，由于系统误差不服从正态分布，因此，其分布与特点及标准偏差的大小也会发生相应的变化。通过对这种变化的分析，也能够发现系统误差的存在。

残余误差校核法包括两种方法。

a. 马利科夫判据：将测量列中前 K 个残余误差相加，后 $n - K$ 个残余误差相加（当 n 为偶数时，取 $K = n/2$ ；当 n 为奇数时，取 $K = (n + 1)/2$ ），两者相减得

$$\Delta = \sum_{i=1}^K v_i - \sum_{j=K+1}^n v_j$$

若上式的两部分值 Δ 显著不为 0，则有理由认为测量列存在线性系统误差。这种校核法称为“马列科夫准则”，它能有效地发现线性系统误差。但要注意的是，有时按残余误差校核法求得差值 $\Delta = 0$ ，仍有可能存在系统误差。

b. 阿卑-赫梅特判据

令
$$u = \left| \sum_{i=1}^{n-1} v_i v_{i+1} \right| = |v_1 v_2 + v_2 v_3 + \cdots + v_{n-1} v_n|$$

若 $u > \sqrt{n-1} \sigma^2$ ，则认为该测量列中含有周期性系统误差。这种校核法叫阿卑-赫梅特准则（Abbe-Helmert 准则），它能有效地发现周期性系统误差。

④ 不同公式计算标准差的比较法：对于等精度测量，可用不同公式计算标准差，通过比较来发现系统误差。

按贝塞尔公式

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$$

按别捷尔斯公式

$$\sigma_2 = 1.253 \frac{\sum |v_i|}{\sqrt{n(n-1)}}$$

令 $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 + u$ ，若 $|u| \geq \frac{2}{\sqrt{n-1}}$ ，则怀疑测量列中存在系统误差。

在判断含有系统误差时,违反上述“准则”时就可以直接判定,而在遵守“准则”时,不能得出“不含系统误差”的结论,因为每个准则均有局限性,不具有“通用性”。

(2) 测量列组间的系统误差发现方法 对某一物理量进行了两组独立的测量,要问这两组间有无系统误差,我们可以检验它们的分布是否相同,若不同,则应怀疑它们之间存在系统误差。用于发现测量列组间系统误差的方法包括计算数据比较法、秩和检验法和 t 检验法。

① 计算数据比较法:对同一量进行多组测量得到很多数据,通过多组数据计算比较,若不存在系统误差,则比较结果应满足随机误差条件,否则可认为存在系统误差。若对同一量独立测量得 m 组结果,并知道它们的算术平均值和标准差为

$$\bar{x}_1, \sigma_1; \bar{x}_2, \sigma_2; \cdots; \bar{x}_m, \sigma_m$$

则任意两组结果 $\bar{x}_i$ 与 $\bar{x}_j$ 间不存在系统误差的标志是

$$|\bar{x}_i - \bar{x}_j| < 2 \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}$$

② 秩和检验法——用于检验两组数据间的系统误差:对某量进行两组测量,这两组间是否存在系统误差,可用秩和检验法根据两组分布是否相同来判断。若独立测得两组的数据为

$$x_i (i=1, 2, \cdots, n_1)$$

$$y_i (i=1, 2, \cdots, n_2)$$

将它们混合以后,从 1 开始,按从小到大的顺序重新排列,观察测量次数较少那一组数据的序号和 T , 即秩和。

a. 两组的测量次数 $n_1, n_2 \leq 10$, 可根据测量次数较少的组的次数 n_1 和测量次数较多的组的次数 n_2 , 查秩和检验表可得 T_- 和 T_+ (显著度 0.05), 若

$$T_- < T < T_+$$

则无根据怀疑两组间存在系统误差。

b. 当 $n_1, n_2 > 10$, 秩和 T 近似服从正态分布

$$N\left(\frac{n_1(n_1n_2+1)}{2}, \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{2}}\right)$$

括号中第一项为数学期望,第二项为标准差,此时 T_- 和 T_+ 可由正态分布算出。根据求得的数学期望值标准差,则

$$t = \frac{T - a}{\sigma}$$

选取概率 $\varphi(t)$ 和置信水平 α , 查正态分布分表可以得到相应的 t_α , 若 $|t| \leq t_\alpha$, 则无根据怀疑两组间存在系统误差。

若两组数据中有相同的数值,则该数据的秩按所排列的两个次序的平均值计算。

③ t 检验法

当两组测量数据服从正态分布,或偏离正态不大,但样本数不是太少(最好不少于 20)时,可用 t 检验法判断两组间是否存在系统误差。

设独立测得两组数据为

$$x_1, x_2, \cdots, x_{n_1}$$

$$y_1, y_2, \cdots, y_{n_2}$$

变量

$$t = (\bar{x} - \bar{y}) \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 1)}{(n_1 + n_2) (n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2)}}$$

服从自由度为 $(n_1 + n_2 - 2)$ 的 t 分布变量。其中, $S_1^2 = \frac{1}{n_1} \sum (x_i - \bar{x})^2$, $S_2^2 = \frac{1}{n_2} \sum (y_i - \bar{y})^2$, $\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum y_i$ 。取显著性水平 α , 由 t 分布表查出 t_α 。若 $|t| < t_\alpha$, 则无根据怀疑两组间有系统误差。式中使用的 S_2 不是方差的无偏估计, 若将用贝塞尔计算的方差用于上式, 则该式应作相应的变动。

3. 系统误差的限制和消除方法

系统误差可以通过一定的实验和数据处理方法加以限制、减小或大部分消除。一些系统误差分量可以通过加修正值的方法基本消除, 但修正值本身也有一定的不确定度(误差限)。一些影响测量结果主要系统误差分量的消除会使测量准确度有所提高, 但是某些原来次要的分量和新发现的系统误差分量又会成为影响准确度继续提高的主要障碍。因此, 系统误差不可能绝对完全地被消除。我们只能在测量的各个环节中设法减小或基本消除某些主要系统误差分量对测量结果的影响。

(1) 从根源上消除系统误差 在测量之前, 要求测量者对可能产生系统误差的环节做仔细的分析, 从产生根源上加以消除。如果系统误差是由于仪器不准确或使用不当, 则应该把仪器校准并按规定的使用条件去使用; 若实验中采用的是近似的理论公式, 则应该在计算时加以修正; 如果知道实验测量方法存在着某种因素会带来系统误差, 则应估计其影响的大小或改变测量方法以消除其影响; 若是由于外界环境条件急剧变化, 或者存在着某种干扰, 则应设法稳定实验条件, 排除有关干扰或者等到实验条件稳定后再做实验; 若是因为测量人员操作不善, 或者读数有不良偏向, 则应该加强训练以改进操作技术, 克服不良偏向。总的来说, 从系统误差产生的根源上加以消除, 无疑是最根本的方法。

(2) 在测量中限制和消除系统误差 对于不同性质的系统误差, 在测量中常常要采用不同的消除方法。

① 对于固定不变的系统误差的限制和消除, 常常采用以下方法。

a. 抵消法: 有些定值的系统误差无法从根源上消除, 也难以确定其大小而修正, 但可以进行两次不同的测量, 使两次读数时出现的系统误差大小相等而符号相反, 然后取两次测量的平均值便可消除上述系统误差。例如在霍尔效应实验中, 霍尔电压 U_H 正比于磁感应强度 B 和电流 I 。实验中同时还存在着能斯特效应, U_N 正比于 $B \cdot Q$, Q 为流过样品的热流, U_N 与电流 I 的方向无关。当我们找出了能斯特效应所遵从的上述规律后, 可以通过改变磁感应强度 B 和电流 I 的方向, 作两次测量: $U_1 = U_H + U_N$ ($B > 0, I > 0$), $U_2 = U_H - U_N$ ($B < 0, I < 0$), 则有 $U_H = (U_1 + U_2)/2$ 。这样就消除了能斯特效应的影响。

b. 代替法: 在某装置上对未知量测量后, 马上用一标准量代替未知量再进行测量, 若仪器示值不变, 便可肯定被测的未知量即等于标准量的值, 从而消除了测量结果中的仪器误差。例如用天平称物体的质量 m , 若天平两臂 l_1 和 l_2 不等, 先使 m 与砝码 G 平衡, 则有 $m = Gl_2/l_1$ 。再以标准砝码 P 取代质量为 m 的物体, 若调节 P 和 G 达到平衡, 则有 $P = Gl_2/l_1$, 从而 $m = P$, 消除了天平不等臂引起的系统误差。

c. 交换法: 根据误差产生的原因, 对某些条件进行交换来消除固定的误差。例如用电桥测电阻, 得 $R_x = R_1 R_2 / R_3$ 。若两臂 R_1 和 R_2 有误差, 可将被测电阻 R_x 和 R_3 互换再测得 $R'_x = R_3 R_1 / R_2$ 。从而可得 $R_x = \sqrt{R_3 R'_x}$, 消除了 R_1 和 R_2 带来的误差。

② 对于按一定规律变化的系统误差的消除方法, 通常可采用以下几种方法。

a. 对称观测法: 对于测量中随时间线性变化的系统误差, 可采用时间上对称的观察程序予以消除。例如, 用位相法测量光速时, 我们用高频信号调制发光二极管的发光强度, 然后测量发光二极管发出的光与经过角反射镜返回的光之间的位相差。移动角反射镜的位置由 $B \rightarrow B'$ (图 0-1-1), 当移动距离等于半个波长时, 将重现原来的位相差, 由此可测出调制光波的波长, 将它乘以调制频率即得光速。实验中由于仪器电路部分的不稳定所造成的位相偏移将叠加在所测的位相差上, 给光速的测量造成误差。进一步的观察发现, 在测量的短时间内位相漂移随时间的缓慢变化可作线性近似。因此, 测量过程中按图 0-1-1 所示的 $B \rightarrow B' \rightarrow B$ 的顺序读取具有相同位相差的位置, 而 B 的两次读数平均值作为 B 点位置的数值, 并用它计算半波长。这时, 测量中位相漂移的影响消除。

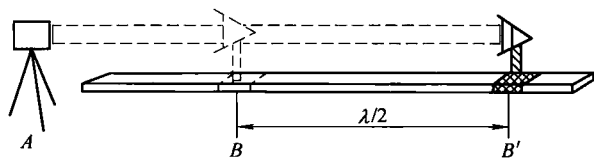


图 0-1-1 相位法测光速

b. 半周期偶次测量法: 对于测量中随某一因素周期性变化的系统误差, 我们可根据它的周期性规律采取措施来消除。用位相法测光速时, 由于发射系统与接收系统之间隔离度不高, 且存在某种程度的耦合, 它会产生一个具有一定初相 φ_e 、频率与被测信号频率相同的电干扰信号。分析表明, 这样的干扰将给位相的测量引入一个以 $\lambda/2$ 为周期 (λ 为调制信号的波长) 的周期性变化的误差 $\Delta\varphi$, 简称周期误差。 $\Delta\varphi \propto \sin\left(\frac{4\pi D}{\lambda} - \varphi_e\right)$, 式中 D 为光传播的距离。实验中当我们取相距半波长的 B 、 B' 两点来测位相差时, 上述周期误差的影响可以消除。

c. 实时反馈修正法: 这是消除各种变值系统误差的自动控制方法。当查明某种误差因素 (例如位移、气压、温度、光强等) 的变化时, 由传感器将这些因素引起的误差反馈回控制系统, 通过计算机根据其影响测量的函数关系进行处理, 对测量结果作出自动补偿修正。这种方法在微机控制的自动测量技术中得到了广泛的应用。

0.2 含有粗大误差测量值的剔除

在一列重复测量数据中, 如有个别数据与其他数据有明显差异, 则它 (或它们) 很可能含有粗大误差 (简称粗差), 于是, 称其为可疑数据, 记为 x_d 。根据随机误差理论, 出现大误差的概率虽小, 但也是可能的。因此, 如果不恰当地剔除含大误差的数据, 就会造成测量精密度偏高的假象。反之, 如果对混有粗大误差的数据 (即异常值) 未加剔除, 必然会造成测量精密度偏低的后果。以上两种情况还都严重影响对 $\bar{x}$ 的估计。因此, 对数据中异常值的正确判断与处理, 是获得客观测量结果的一个重要问题。

在测量过程中, 确实是因读错记错数据、仪器的突然故障或外界条件的突变等异常情况而引起的异常值, 一经发现, 就应在记录中除去, 但需注明原因。这种从技术上和物理上找

出产生异常值的原因,是发现和剔除粗大误差的首要方法。有时,在测量完成后也不能确知数据中是否含有粗大误差,这时可采用统计的方法进行判别。统计法的基本思想是:给定一个显著性水平,按一定分布确定一个临界值,凡超过这个界限的误差,就认为它不属于随机误差的范围,而是粗大误差,该数据应予以剔除。

以下介绍几个常用的统计判断准则,它们都限于对正态或近似正态的样本数据的判断处理。

1. 3σ 准则

3σ 准则又称拉伊达准则,它是以测量次数充分大为前提的。实际测量中,常以贝塞尔公式算得的 S 代替 σ ,以 $\bar{x}$ 代替真值。

对某个可疑数据 x_d ,若其残差满足

$$|\nu_d| = |x_d - \bar{x}| > 3S$$

则剔除 x_d 。该异常值剔除后,还应对余下的测量值的数据用同样的方法检验是否还存在异常值

利用贝塞尔公式容易说明,在 $n \leq 10$ 的情形,用 3σ 准则剔除粗大误差注定失效。因此,这种准则对于测量次数较少的测量列来说,其可靠性是不够好的。

表 0-2-1 是 3σ 准则的“弃真”概率,从表中看出, 3σ 准则犯“弃真”错误的概率随 n 增大而减小,最后稳定于 0.3%。

表 0-2-1 3σ 准则的“弃真”概率 α

n	11	16	61	121	333
α	0.019	0.011	0.005	0.004	0.003

2. 格拉布斯准则

1950 年格拉布斯根据顺序统计量的某种分布规律提出一种判别粗大误差的准则。1974 年我国有人用电子计算机做过统计模拟试验,与其他几个准则相比,对样本中仅混入一个异常值的情况,用格拉布斯准则检验的效率最高。

设对某量作多次等精度独立测量,得 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 假定 x_i 服从正态分布。为了检验 x_i 中是否含有粗大误差,将 x_i 按大小顺序排列成顺序统计量 $x_{(i)}$, 而 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ 。

格拉布斯导出了 $g_{(n)} = \frac{x_{(n)} - \bar{x}}{\sigma}$ 及 $g_{(1)} = \frac{\bar{x} - x_{(1)}}{\sigma}$ 的分布,取定显著度 α (一般为 0.05 或 0.01),可得格拉布斯准则数值表所列的临界值 $g_0(n, \alpha)$, 而

$$P\left(\frac{x_{(n)} - \bar{x}}{\sigma} \geq g_0(n, \alpha)\right) = \alpha$$

及

$$P\left(\frac{\bar{x} - x_{(1)}}{\sigma} \geq g_0(n, \alpha)\right) = \alpha$$

若认为 $x_{(i)}$ 可疑,则有

$$g_{(1)} = \frac{\bar{x} - x_{(1)}}{\sigma}$$

若认为 $x_{(n)}$ 可疑,则有

$$g_{(n)} = \frac{x_{(n)} - \bar{x}}{\sigma}$$

当 $g_{(i)} \geq g_0(n, \alpha)$ 时, 即判别该测得值含有粗大误差, 应予剔除。

3. 狄克逊准则

1950 年狄克逊 (Dixon) 提出另一种无需估算算术平均值和标差的方法, 它是根据测量数据按大小排列后的顺序差来判别是否存在粗大误差。有人指出, 用狄克逊准则判断样本数据中混有一个以上异常值的情形效果较好。

设正态测量总体的一个样本为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 将 x_i 按大小顺序排列成顺序统计量 $x_{(i)}$, 即 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ 。

构造检验高端异常值 $x_{(n)}$ 和低端异常值 $x_{(1)}$ 的统计量分别为 r_{ij} 和 r'_{ij} , 分以下几种情形:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r_{10} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}} \text{ 与 } r'_{10} = \frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(n)} - x_{(1)}} & n \leq 7 \\ r_{11} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(2)}} \text{ 与 } r'_{11} = \frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(n-1)} - x_{(1)}} & n: 8 \sim 10 \\ r_{21} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(2)}} \text{ 与 } r'_{21} = \frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(n-1)} - x_{(1)}} & n: 11 \sim 13 \\ r_{22} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-2)}}{x_{(n)} - x_{(3)}} \text{ 与 } r'_{22} = \frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(n-2)} - x_{(1)}} & n \geq 14 \end{array} \right.$$

当测量的统计值 r_{ij} 或 r'_{ij} 大于临界值 $r_0(n, \alpha)$ 时, 则认为 $x_{(1)}$ 或 $x_{(n)}$ 含有粗大误差。临界值 $r_0(n, \alpha)$ 由相应统计表查得。

4. t 分布检验法 (罗曼诺夫斯基准则)

当测量次数较少时, 按 t 分布的实际误差分布范围来判别粗大误差较为合理。罗曼诺夫斯基准则又称 t 分布检验准则, 其特点是首先剔除一个可疑的测得值, 然后按 t 分布检验被剔除的值是否含有粗大误差。

设对某量作多次等精度测量, 得 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 若认为测量值 x_j 为可疑数据, 将其剔除后计算平均值及标准差 σ 为 (计算时不包括 x_j)

$$\bar{x} = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n x_i \text{ 及 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-2}}$$

根据测量次数 n 和选取的显著度 α , 即可查得 t 分布的检验系数 $K(n, \alpha)$ 。

若 $|x_j - \bar{x}| > K\sigma$, 则认为测量值 x_j 含有粗大误差, 剔除 x_j 是正确的, 否则认为 x_j 不含有粗大误差, 应予保留。

以上介绍了四个准则, 根据前人的实践经验, 建议按如下几点考虑去具体应用。

① 大样本情况 ($n > 50$) 用 3σ 准则最简单方便, 虽然这种判别准则的可靠性不高, 但它使用简便, 不需要查表, 故在要求不高时经常使用; 对于 $30 < n \leq 50$ 的情形, 用格拉布斯准则效果较好; 对于 $3 \leq n < 30$ 的情形, 用格拉布斯准则适于剔除一个异常值, 用狄克逊准则适于剔除一个以上的异常值。当测量次数比较小时, 也可根据情况采用罗曼诺夫斯基准则。

② 在较为精密的实验场合, 可以选用二、三种准则同时判断, 当一致认为某值应剔除或保留时, 则可以放心地加以剔除或保留。当几种方法的判断结果有矛盾时, 则应慎重考虑, 一般以不剔除为妥。因为留下某个怀疑的数据后算出的 σ 只是偏大一点, 这样较为安

全。另外,可以再增添测量次数,以消除或减少它对平均值的影响。

③ 在教学实验中,推荐使用 t 分布检验法,这一方法用计算机处理比较方便,可以不引入新的函数,既适用于测量次数 $n \leq 10$ 的情形,也适用于 n 比较大的情形。

5. 防止与消除粗大误差的方法

对粗大误差,除了设法从测量结果中发现和鉴别而加以剔除外,更重要的是要加强测量者的工作责任心和以严格的科学态度对待测量工作;此外,还要保证测量条件的稳定,或者应避免在外界条件发生激烈变化时进行测量。如能达到以上要求,一般情况下是可以防止粗大误差产生的。

在某些情况下,为了及时发现与防止测得值中含有粗大误差,可采用不等精度测量和互相之间进行校核的方法。例如对某一测量值,可由两位测量者进行测量、读数和记录,或者用两种不同仪器、或两种不同测量方法进行测量。

0.3 随机误差的统计分布及数据处理

在一定条件下对被测量进行多次测量时,以不可预知的随机方式变化的测量误差称为随机误差。这种误差值时大时小,时正时负,没有规律性,它引起被测量重复观测值的变化。

随机误差来源于许多不可控因素(例如周围环境的无规则起伏、仪器性能的微小波动、观察者感官分辨本领的限制以及一些尚未发现的因素等)的影响。这种误差对每次测量来说没有必然的规律性,但进行多次重复测量时会呈现出统计规律性。虽然无法消除或补偿测量结果的随机误差,但增加观测次数可使它减小,并可用统计方法估算其大小。

在测量过程中,随机误差总是不可避免的。于是,如何从含有随机误差的实验数据中确定出最可靠的测量结果,并应用概率分布描述测量和误差,这在近代物理实验中显得非常重要。本节基于概率论和数理统计知识,从分析随机误差的统计规律出发,介绍正态分布和其他几种常见的分布,然后从参数估计和参数检验两方面对数据进行统计分析。

1. 几种常用的概率分布

由于随机变量受到不同因素的影响,或者物理现象本身的统计性差异,使得随机变量的概率分布形式多种多样。这里我们介绍几种在物理量测量中常见的以及数据分析处理中常用的统计分布。

(1) 二项式分布和泊松分布

① 二项式分布:若随机事件 A 发生的概率为 P ,不发生的概率为 $(1-P)$,现在讨论在 N 次独立试验中事件 A 发生 k 次的概率。显然, k 是离散型随机变量,可能取值为 $0, 1, \dots, N$ 。对应这样一个随机事件,可导出其概率分布为

$$p(k) = \frac{N!}{k!(N-k)!} P^k (1-P)^{N-k} \quad (0-3-1)$$

式中,因子 $N!/[k!(N-k)!]$ 代表 N 次试验中事件 A 发生 k 次,而不发生为 $(N-k)$ 次的各种可能组合数。若令 $q=1-P$,则这个概率表示式刚好是二项式展开

$$(P+q)^N = \sum_{k=0}^N \frac{N!}{k!(N-k)!} P^k q^{N-k}$$

中的项,因此,式 (0-3-1) 所表示的概率分布称为二项式分布。

二项式分布中有两个独立的参数 N 和 P , 故往往又把式 (0-3-1) 中左边概率函数的记号写做 $p(k; N, P)$ 。遵从二项式分布的随机变量 k 的期望值和方差分别为

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^N k \frac{N!}{k!(N-k)!} P^k (1-P)^{N-k} = NP \quad (0-3-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(k) &= \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = \langle k^2 \rangle - N^2 P^2 \\ &= \sum k^2 \frac{N!}{k!(N-k)!} P^k (1-P)^{N-k} - N^2 P^2 \\ &= NP(1-P) \end{aligned} \quad (0-3-3)$$

二项式分布有许多实际应用。例如, 穿过仪器的 N 个粒子被仪器探测到 k 个的概率, 或者 N 个放射性核经过一段时间后衰变 k 个的概率等, 这些问题的随机变量 k 都服从二项式分布。

② 泊松分布: 对于二项式分布, 若 $N \rightarrow \infty$, 且每次试验中 A 发生的概率 $P \rightarrow 0$, 但期望 $\langle k \rangle = NP$ 趋于有限值 m , 在这种极限情况下其分布如何?

由二项分布的概率函数式

$$p(k) = \frac{1}{k!} \cdot \frac{N!}{(N-k)!} P^k (1-P)^{N-k}$$

并考虑到 $N \rightarrow \infty$ 的情况, 即

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N!}{(N-k)!} &= \lim_{N \rightarrow \infty} [N(N-1)(N-2)\cdots(N-k+2)(N-k+1)] = N^k \\ \lim_{N \rightarrow \infty} N^k P^k &= \lim_{N \rightarrow \infty} (NP)^k = m^k \\ \lim_{N \rightarrow \infty} (1-P)^{N-k} &= \lim_{N \rightarrow \infty} (1-NP)^k = e^{-m} \end{aligned}$$

便可得到

$$p(k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m} \quad (0-3-4)$$

上式表示的概率分布称为泊松分布, 可见, 泊松分布是二项式分布的极限情况。

注意到 $P \rightarrow 0$ 时 $NP \rightarrow m$, 利用式 (0-3-2) 和式 (0-3-3), 便可得到遵从泊松分布的随机变量 k 的期望值和方差

$$\langle k \rangle = NP = m \quad (0-3-5)$$

$$\sigma^2(k) = NP(1-P) = m \quad (0-3-6)$$

因此, 泊松分布只有一个参数 m , 它等于随机变量的期望值或方差。

在物理实验中, 泊松分布是一种常见的分布。例如放射性物质在一定时间 T 内的放射性衰变粒子数 k 便服从泊松分布。在此情况下, 可把时间 T 内每一个原子是否衰变看做一次试验, 放射性物质的总原子数为 N , 则测得衰变的粒子数可以看做是 N 次试验的总结果, 而每个原子的衰变都是相互独立进行的。

(2) 正态分布 在物理实验中, 正态分布 (也称高斯分布) 是应用最多的一种, 而且物理实验中的多数误差也遵从正态分布, 其概率密度函数为

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (0-3-7)$$

式中, x 是连续型随机变量; μ 和 σ 是分布参数, 且 $\sigma > 0$ 。为了标志其特征, 通常用

$n(x; \mu, \sigma^2)$ 表示正态分布的概率密度函数, 用 $N(x; \mu, \sigma^2)$ 表示正态分布的分布函数, 即

$$n(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$N(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx$$

不难求得, 遵从正态分布的随机变量 x 的期望值和方差分别为

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot n(x; \mu, \sigma) dx = \mu \quad (0-3-8)$$

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot n(x; \mu, \sigma) dx = \sigma^2 \quad (0-3-9)$$

由此可见, 正态分布中的参数 μ 是期望值; 参数 σ 是标准误差。正态分布的特征由这两个参数的数值完全确定: 若消除了测量的系统误差, 则 μ 就是待测物理量的真值, 它决定分布的位置; 而 σ 的大小与概率密度函数曲线的“胖”、“瘦”有关, 即决定分布偏离期望值的离散程度。不同参数值的正态分布概率密度函数曲线如图0-3-1所示。曲线是单峰对称的, 对称轴处于期望值和概率密度极大值所在处。

期望值 $\mu=0$ 和方差 $\sigma^2=1$ 的正态分布叫做标准正态分布, 其概率密度函数和分布函数为

$$n(x; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \quad (0-3-10)$$

$$N(x; 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \quad (0-3-11)$$

一般手册上给出的是标准正态分布的分布函数数值, 但我们可以把一般的正态分布函数化为标准正态分布。若 $\mu \neq 0$, $\sigma^2 \neq 1$, 只要把随机变量 x 做线性变换

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (0-3-12)$$

则随机变量 u 便遵从标准正态分布, 且有

$$n(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma} n(u; 0, 1) \quad (0-3-13)$$

$$N(x; \mu, \sigma^2) = N(u; 0, 1) \quad (0-3-14)$$

这样便可利用标准正态分布求概率分布。

理论上可以证明, 若一个随机变量是由大量的、相互独立的、微小的因素所合成的总效果, 则这个随机变量就近似地服从正态分布。这就是说, 由不能控制的大量的偶然因素造成的随机误差会遵从或近似服从正态分布。另外, 许多非正态分布也常以正态分布为极限或很快趋于正态分布。例如, 对于泊松分布, 若期望值 m 足够大时, 它趋近于形式

$$p(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \exp\left[-\frac{(k-m)^2}{2m}\right]$$

而泊松分布的 $\sigma = \sqrt{m}$ 。故上式与正态分布的形式相同。虽然泊松分布中的 k 是离散型变量,

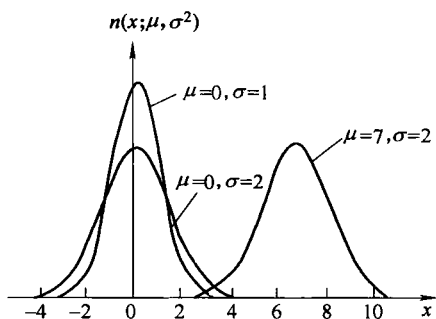


图0-3-1 不同参数值的正态分布曲线