医用物理学

上海第一醫學院

医用物理学

上海第一医学院

说　明

本教材是遵照卫生部1979年颁发的物理学教学大纲的精神，参考国内外有关资料于1981年编写的。经过一学期的使用，今年又作了部分修改和补充，使更符合医学生的需要。在编写过程中，我们主要考虑到下列几方面：

1．打破以前包罗面广、过多过细的传统写法。大纲中没有列入的，一般就不安排进去；有些在大纲中有，但教材中没有列入，或把它们放在实验里讲授，例如直流电桥和电势计等；还有，和中学重复而又不深入部分多数也未列入或作概括叙述，以保持连贯性。

2．鉴于学生已学习了高等数学，因此教材中对公式来源有必要的都作了推导或直接用来解释具体问题。

3．本教材以加强物理基础理论、基本知识和基本技能为主，但对于联系到医学有关一些问题的物理原理，在部分章节中也作了叙述。

4．电子技术在医学研究、诊断和治疗中都已广泛应用。由于学时数有限，教材中不可能安排过多，除介绍一些晶体管的基本电路原理外，其他如整流电路和示波器的结构原理等，则安排在实验课里。同时也丰富了实验内容。

5．本教材每章都附有思考题和习题，可供学生选做。为便于学生课外练习，每一习题都附有答案。

6．本教材为阅读英语科技书刊打一些基础，对科学家姓名、主要物理名词和单位都注上英文。

7．本教材所有物理量，一律采用国际单位制。有些常用的物理量的国际单位附于书末，以供参考。

8．本教材是按80学时（不包括实验）制定的。可供五年制或六年制医学院校使用。

本教材由庄鸣山教授主编，沈一英、廖海洪、王哲培、张寂、孙光祖、夏毓清和杨俊诸同志分别执笔；宋国恩和徐纪湖两同志这次还作了部分补充，谢荣国同志对部分教材提供了修改意见，梁连锡同志绘图。全稿由庄鸣山和沈一英同志审阅。

由于编者水平有限，教材中错误和缺点在所难免。希使用单位和读者加以指正！

编　者

1984年8月

目　录

第一章　流体的流动……………………………………………………………… 1

第一节　理想液体的流动……………………………………………………… 1

第二节　实际液体的流动……………………………………………………… 6

第三节　血压在血流过程中的分布………………………………………… 12

思考题　……………………………………………………………………… 14

习　题　……………………………………………………………………… 15

第二章　液体的表面现象……………………………………………………… 17

第一节　液体的表面张力现象……………………………………………… 17

第二节　弯曲液面的附加压力……………………………………………… 19

第三节　润湿现象　毛细现象……………………………………………… 22

想考题　……………………………………………………………………… 24

习　题　……………………………………………………………………… 24

第三章　气体分子运动论……………………………………………………… 26

第一节　理想气体状态方程………………………………………………… 26

第二节　按分子运动论计算压力…………………………………………… 27

第三节　按分子运动论解释温度　能量均分原理………………………… 29

第四节　分子速率的统计分布……………………………………………… 31

思考题　……………………………………………………………………… 33

习　题　……………………………………………………………………… 34

第四章　热力学定律…………………………………………………………… 36

第一节　热力学第一定律…………………………………………………… 36

第二节　热力学第一定律对理想气体等值过程的应用…………………… 38

第三节　气体的热容量……………………………………………………… 39

第四节　理想气体的绝热过程……………………………………………… 41

第五节　热力学第二定律…………………………………………………… 44

第六节　熵…………………………………………………………………… 47

第七节　热力学第二定律的统计意义……………………………………… 52

第八节　热力学与生命系统………………………………………………… 54

思考题　……………………………………………………………………… 55

习　题　……………………………………………………………………… 56

第五章　静电场………………………………………………………………… 58

第一节　电场强度…………………………………………………………… 58

第二节　电势　电势差……………………………………………………… 66

第三节　静电场中的电介质………………………………………………… 71

第四节　电容　电容器…………………………………………………………… 75
第五节　电场的能量………………………………………………………………… 76
第六节　心电图……………………………………………………………………… 77
思考题　……………………………………………………………………………… 82
习　题　……………………………………………………………………………… 82
第六章　直流电路…………………………………………………………………… 85
第一节　电流　电流密度…………………………………………………………… 85
第二节　稳定电流基本定律………………………………………………………… 87
第三节　基尔霍夫定律……………………………………………………………… 89
第四节　电容器的充电和放电……………………………………………………… 91
第五节　细胞膜的电性质…………………………………………………………… 95
思考题　……………………………………………………………………………… 97
习　题　……………………………………………………………………………… 98
第七章　交流电路…………………………………………………………………… 100
第一节　正弦交流电………………………………………………………………… 100
第二节　电阻、电感、电容的串联交流电路……………………………………… 101
第三节　串联谐振…………………………………………………………………… 106
第四节　并联谐振…………………………………………………………………… 109
第五节　交流电的功率……………………………………………………………… 110
思考题　……………………………………………………………………………… 113
习　题　……………………………………………………………………………… 113
第八章　晶体管及其基本电路……………………………………………………… 115
第一节　半导体的导电特性………………………………………………………… 115
第二节　晶体二极管………………………………………………………………… 117
第三节　晶体三极管………………………………………………………………… 118
第四节　放大器……………………………………………………………………… 122
第五节　振荡器……………………………………………………………………… 131
思考题　……………………………………………………………………………… 134
习　题　……………………………………………………………………………… 134
第九章　物体的弹性和振动………………………………………………………… 136
第一节　应力和应变………………………………………………………………… 136
第二节　弹性模量…………………………………………………………………… 137
第三节　肌肉和骨骼的弹性………………………………………………………… 141
第四节　谐振动……………………………………………………………………… 141
第五节　阻尼振动　受迫振动　共振……………………………………………… 145
第六节　同方向振动的合成　拍…………………………………………………… 146
第七节　同周期相互垂直的振动的合成…………………………………………… 148
思考题　……………………………………………………………………………… 151
习　题　……………………………………………………………………………… 151

第十章　波和声波 …… 154
第一节　波的形成和传播 …… 154
第二节　波的方程 …… 155
第三节　波的能量　能流密度 …… 157
第四节　惠更斯原理　波的衍射 …… 158
第五节　波的干涉 …… 160
第六节　驻波 …… 162
第七节　声波 …… 164
第八节　超声波 …… 169
第九节　超声波在医学上的应用 …… 170
思考题 …… 172
习　题 …… 173
第十一章　光的波动性 …… 175
第一节　光与电磁波谱 …… 175
第二节　光的干涉 …… 177
第三节　光的衍射 …… 179
第四节　圆孔衍射　显微镜的分辨本领 …… 184
第五节　光的偏振　旋光性 …… 186
思考题 …… 192
习　题 …… 192
第十二章　光的粒子性 …… 194
第一节　光电效应 …… 194
第二节　光子　爱因斯坦光电效应方程 …… 196
第三节　光电效应的应用 …… 197
第四节　康普顿效应 …… 198
第五节　德布罗意波　电子显微镜 …… 201
思考题 …… 205
习　题 …… 205
第十三章　激光 …… 206
第一节　自发幅射和受激幅射 …… 206
第二节　激光的形成和特性 …… 208
第三节　常用激光器 …… 209
第四节　激光在医学上的应用 …… 211
思考题 …… 211
第十四第　X 射线 …… 212
第一节　X射线的一般性质 …… 212
第二节　X射线的发生装置 …… 212
第三节　X射线的强度和硬度 …… 213
第四节　X线射谱 …… 214

第五节　X射线的吸收…………………………………………………………………… 217
第六节　X射线在医学上的应用……………………………………………………… 219
思考题 ……………………………………………………………………………… 220
习　题 ……………………………………………………………………………… 220
第十五章　原子核物理……………………………………………………………… 221
第一节　原子核结构　核力…………………………………………………………… 221
第二节　原子核的结合能……………………………………………………………… 222
第三节　原子核衰变…………………………………………………………………… 224
第四节　放射性衰变的基本规律……………………………………………………… 228
第五节　放射系　放射平衡…………………………………………………………… 230
第六节　原子核反应…………………………………………………………………… 232
第七节　探测器………………………………………………………………………… 234
第八节　放射性同位素在医学上的应用……………………………………………… 236
第九节　辐射剂量……………………………………………………………………… 238
思考题 ……………………………………………………………………………… 239
习　题 ……………………………………………………………………………… 239
附　录
一、国际单位制(SI)基本单位………………………………………………………… 240
二、国际单位制(SI)词冠……………………………………………………………… 240
三、常用的物理常量…………………………………………………………………… 240

第一章　流体的流动

液体（liquid）和气体（gas）都没有固定的形状，而且很容易流动，所以总的叫做流体（fluid）。研究流体运动规律的力学，叫做流体动力学（fluid dynamics）。本章我们仅对液体进行讨论，最后还将介绍流体动力学的一些基本规律在医学上的应用。

第一节　理想液体的流动

一、液体的连续原理

流体的运动，虽然在原则上也遵从牛顿运动规律，但因要考虑到在运动时流体的质量、形状及其形变，因而既不能把流体抽象为质点（particle），也不能看成是刚体（rigid body），所以对流体运动的研究，是力学中最复杂的一部分。要完全说明它的运动，必须知道每一分子的运动情况，这样详尽的叙述是不可能的，因为流体即使是在静止状态，还是有杂乱的热运动，流体运动的速度则是叠加在这种运动上。但在许多重要的实际情况下，对实际流体的一些性质和流动情况可作一些假定，在这些假定条件下对流体运动研究的结果，虽仅是实际流体运动的一种近似，然而在适当的情况下，这种近似是可以用来解决问题的。下面我们先讨论理想液体的运动。

所谓理想液体，是指一种不可压缩而且没内摩擦（internal friction）或粘滞性（viscosity）的液体。通常可以认为液体是不可压缩的。例如水在10℃时每增加一个大气压（atmospheric pressure），体积（volume）的减小只不过是原来体积的两万分之一。由于理想液体不存在因内摩擦而产生的机械能转化为热能的问题，因此理想液体流动时遵守机械能守恒的基本定律。

流体在流动时，在空间各点的速度一般并不相同，即使在同一点处，不同时刻的速度也是不相同的。因此，液体的流动速度是随时间而变化的。如果流体的粒子经空间各点的速度不随时间而变，这种流动叫做**稳定流动**（Steady flow）。如图1—1中液体粒子通过P点时的速度总是$\vec{v}_1$，通过Q点总是$\vec{v}_2$。为了形象地描述液体流动，在液体中作一些线，使这些线上每点的切线方向就是液体粒子经过这些点的速度方向，这些线叫做**流线**（Streamline）。在稳定流动的情况下，流线在空间的位置和形状保持不变，而与各液体粒子的轨迹相合。

如果经过一面积元△S的周围我们画出所有流线，被这些流线包围而成的管子，叫做**流管**（tube of flow），如图1—2所示。液体作稳定流动时，管内的液体只能在管内流动，不能

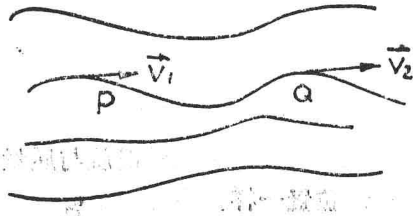


图1—1　液体的流线

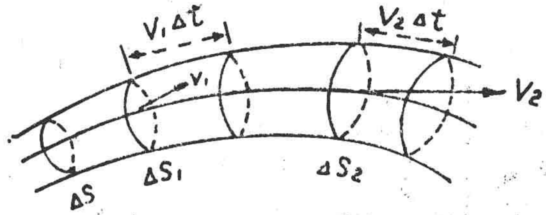


图1—2　流　　管

流出管外；在管外的液体也不能流入管内，好象局限在有管壁的管道里运动一样。流管这一名词就由此得来。

现在讨论理想液体在流管中作稳定流动的情况。如图1—2所示，在流管中任取两个与流管轴线垂直的横截面$\triangle S_1$和$\triangle S_2$，液体在$\triangle S_1$和S_2处的流速分别为v_1和v_2。对于不可压缩的液体，在$\triangle t$时间内，流过这两个截面的液体的体积应相等，故得

$$\triangle S_1 v_1 \triangle t = \triangle S_2 v_2 \triangle t,$$

即 $$v_1 \triangle S = v_2 \triangle S_2, \qquad (1—1)$$

或 $$v_1/v_2 = \triangle S_2/\triangle S_1。 \qquad (1—2)$$

这就是说，不可压缩的液体作稳定流动时，流管截面积大的地方流速小，截面积小的地方流速大，通过流管的流速与该处流管的截面积成反比，这个关系，叫做**液体作稳定流动时的连续原理**(principle of continuity)，并把$v_1\triangle S_1$或$v_2\triangle S_2$，即单位时间流过管子横截面的液体体积叫做**流量**，用Q表示，即

$$Q = v_1\triangle S_1 = v_2\triangle S_2 = \text{恒量}。$$

二、伯努利方程

理想液体作稳定流动时的基本方程是伯努利(J. Bernoulli)发现的，它指出了液体在流管中各处的压力、流速和高度间的关系。下面我们来推导这一方程。

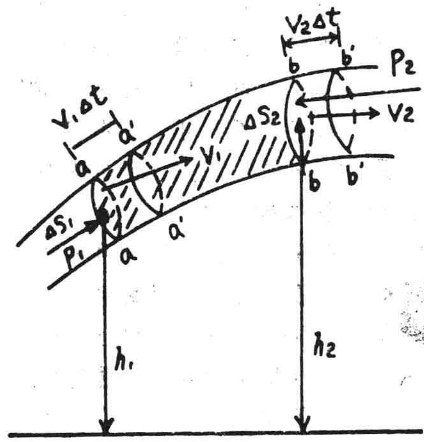


图1—3　伯努利方程的推导

图1—3表示的是一支流管的一部分。我们来看图中有阴影部分的那一块液体元，这个液体元沿流管从某一点流向另一点。设在某一时刻，这块液体元的位置在aabb，经过极短时间$\triangle t$后，它流到了另一位置a'a'b'b'，而aa'和bb'认为是两段极短的路程，因此，aa和a'a'以及bb和b'b'处的截面积可以认为相等；液体在两个极小体积aaa'a'和bbb'b'内的流速和压力也可看作不变。现在以$\triangle S_1$、v_1、p_1、h_1和$\triangle S_2$、v_2、p_2、h_2分别表示在aa处和bb处的截面积、流速、压力与高度（对某一参考平面），我们来计算这块液体元自aabb流到a'a'b'b'的过程中外力所作的功。

在$\triangle S_1$处所受的外力$f_1 = p_1\triangle S_1$，方向与位移(displacement)$v_1\triangle t$的方向相同，这力对这块液体元作正功；而在$\triangle S_2$处外力$f_2 = p_2\triangle S_2$方向与位移$v_2\triangle t$的方同相反，所以作的是负功。因此，外力对这块液体元作的总功

$$A = p_1\triangle S_1 v_1\triangle t - p_2\triangle S_2 V_2\triangle t = p_1\triangle V_1 — p_2\triangle V_2。$$

根据连续原理，有$\triangle V_1 = \triangle V_2 = \triangle V$，所以上式可写成

$$A = (p_1 - p_2)\triangle V。 \qquad (1 = 3)$$

虽然，就这块液体元的流动情况看来，经过$\triangle t$时间以后，在bb处多出了bbb'b'一小段，aa在aa处短少了aaa'a'一小段，而中间一段(即a'a'bb)可以看作没有变动，所以情况就与质量为$\triangle m$的液体（即aaa'a'一块液体元)由aaa'a'位置流动到bbb'b'位置一样。在这两个位置，这块质量为$\triangle m$的体积元动能(kinetic energy)的改变是

$$\triangle E_K = \frac{1}{2}\triangle m v_2^2 - \frac{1}{2}\triangle m v_1^2,$$

势能(potential energy)的改变是

$$\triangle E_P = \triangle mgh_2 - mgh_1。$$

根据功能原理，外力所作的功应等于这块液体元能量的增加，故有

$$(p_1 - p_2)\triangle V = \frac{1}{2}\triangle m v^2{}_2 - \frac{1}{2}\triangle m v^2{}_1 + \triangle mgh_2 - \triangle mgh_1。$$

将上式整理，就得到

$$\triangle mgh_1 + \frac{1}{2}\triangle m v^2{}_1 + p_1\triangle V = \triangle mgh_2 + \frac{1}{2}\triangle m v^2{}_2 + p_2\triangle V。\quad (1—4)$$

把上式两边都除以$\triangle V$并注意液体的密度(density)$\rho = \frac{\triangle m}{\triangle V}$，则可得

$$\rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v^2{}_1 + p_1 = \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v^2{}_2 + p_2。$$

因截面积$\triangle S_1$、$\triangle S_2$是在流管中任意选择的，所以上式可写成

$$\rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 + p = 恒量。\quad (1—5)$$

式(1—5)叫做**伯努利方程**，是流体动力学基本方程之一。式中ρgh和$\frac{1}{2}\rho v^2$分别表示单位体积液体的势能和动能，而压力p与单位体积液体的势能、动能具有相同的物理意义，因而可把它看成是单位体积液体内的压力能，于是伯努利方程的意义可表述如下：

理想液体在流管中作稳定流动时，在流管中任何截面处单位体积液体的势能、动能以及压力能之和为一恒量。

如果液体是在水平管中流动($h_1 = h_2$)，则液体的势能在运动过程中无变化，伯努利方程简化为

$$\frac{1}{2}\rho v^2{}_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2{}^2 + p_2。\quad (1—6)$$

从该式可以看出：流速小处的压力较大，流速大处的压力较小。图1—4的装置可以表示这一结果，在水平管中各处插有竖直细管作为压力计，结果表明，管子狭处速度大，压力小；宽处速度小，压力大。

三、伯努利方程的应用

1．汾丘里流量计　图1—5表示在水平管中接入一段适当的收缩管或叫咽喉管，根据伯努利方程，得

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2{}_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v^2{}_2。$$

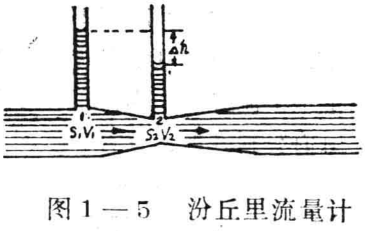


图1—5　汾丘里流量计

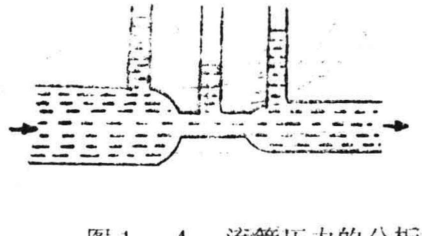


图1—4　流管压力的分析

因为$v_1 < v_2$，所以$p_1 > p_2$。将上式和连续原理$S_1v_1 = S_2v_2$联立起来，消去v_2，便得到

$$v_1 = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1}}\sqrt{2\frac{p_1 - p_2}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1}}\sqrt{2g\triangle h}, \quad (1-7)$$

式中$\triangle h$为在截面积S_1和S_2处压力计的高度差。又将式（1—7）乘S_1，便得到流量

$$Q = v_1 S_1 = S_1\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1}}\sqrt{2g\triangle h}。 \quad (1-8)$$

所以由压力计测得高度差$\triangle h$以及管的截面积S_1和S_2，就可以应用式（1－7）和（1－8）分别求出液体的流速和流量。由于这一目的，这种装置叫做**汾丘里流量计**（Venturimeter）。

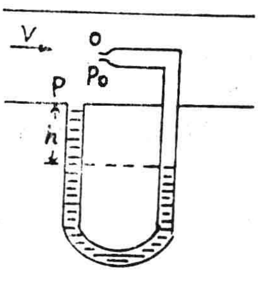


图1—6　动压管

2．动压管　动压管是一有弯曲管子的开管压力计。如图1－6所示，它与装有流动气体的管子相连接。图中压力计左臂的口和流动方向平行，所以臂中的压力就是气流的压力p，气体的速度为v；右臂开的口O正对着气流，并极为狭窄，故在O处形成一停滞点，此处的流速减小为零，其压力为p_O。应用伯努利方程，可得

$$p_O = p + \tfrac{1}{2}\rho v^2$$

式中$\frac{1}{2}\rho v^2$这一项相当于压力，叫做**动压力**；p叫做静压力，故压力p_O是动压力与静压力之和。假定ρ'为压力计中液体的密度，h为两臂液柱的高度差，那末

$$p_O - p = \rho' gh。$$

将上两式比较，得

$$\rho' gh = \tfrac{1}{2}\rho v^2,$$

所以气流的速度为

$$v = \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}。 \quad (1-9)$$

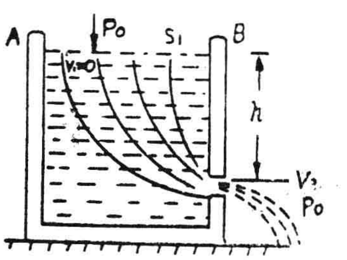


图1—7　液体从小孔流出

3．射流速率　托里拆利原理　图1—7表示一盛液体的容器，图中液面上的空间为空气，其压力为p_O；在液面下深度为h处开一小孔，液体从小孔流出的射流速率为v_2。如果小孔的截面积S_2与容器的横截面积S_1相比为很小，那末根据伯努利方程，可以求出射流速率v_2。我们把器内整个流动液体看成是一个流管，则因作用在小孔表面的也是压力p_O，于是应用伯努利方程，应有

$$\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh + p_O = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + p_O。$$

因为容器的截面很大，所以液面AB的流速$v_1 \approx 0$，于是上式简化为

$$v_2^2 = 2gh,$$

即 $$v_2=\sqrt{2gh}。\qquad(1—10)$$

由此可见，射流速率与物体从高为h处自由落下所得的速率相同，这就是**托里拆利原理**（Torricelli's theorem）。

4．水流抽气机　水流抽气机（图1—8）也是根据伯努利方程而设计的。当水自圆锥形管的细口A流出时，由于流速大，压力低，故能将空气自O处吸入，并经下面的管子由水流将空气带走。管O系与要抽空的容器连接，因此，容器中的空气就逐渐被抽掉。水流抽气机能把被抽容器减压到十分之一标准大气压，常常用在实验室的抽滤和减压蒸馏的操作中。

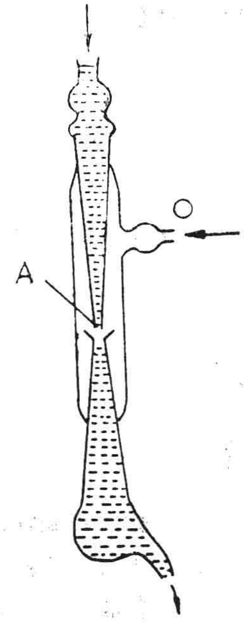


图1—8　水流抽气机

〔例1〕　一圆柱形容器，高0.7米，截面积为6×10^{-2}米²，贮满水，若器底有一面积为10^{-4}米²的小孔，问使器内的水流尽需多少时间？

［解］　已知容器的高$H=0.7$米，截面积$S=6\times10^{-2}$米²，器底小孔面积$S'=10^{-4}$米²。如果维持容器中水面的高度不变，则根据托里拆利原理，可知水自器底小孔流出的速度

$$v=\sqrt{2gh}。$$

因为水要自器底小孔流出，设在极短时间dt内由小孔流出水的体积为dV，则

$$dV=vS'dt。$$

由于水自小孔流出，水面高度必然降低。设水面高度降低dh，则根据连续原理可得

$$dV=vS'dt=-Sdh,$$

式中负号表示水面高度是降低的。

整理上式并分别就时间从零到t和水面高度从H至零积分，可得

$$t=\int_0^t dt=\frac{S}{S'}\int_H^0\frac{dh}{\sqrt{2gh}}=\frac{\sqrt{2}\ S}{S'\sqrt{g}}\sqrt{H}=\frac{2SH}{S'\sqrt{2gH}}。$$

将已知各量代入上式，可得水自容器内流尽的时间

$$t=\frac{2\times0.7\times6\times10^{-2}}{10^{-4}\sqrt{2\times9.8\times0.7}}=2.3\times10^2秒。$$

〔例2〕　水管里的水在压力为4×10^5帕作用下流入某用户，水管的内径为2.0厘米。管内水的流速为4米/秒，引入5米高处的浴室。浴室小管的内径为1.0厘米。求浴室内水的流速和压力。

［解］　设水管的横截面积为S_1，浴室水管的横截面积为S_2，$v_1=4$米/秒，则根据连续原理，得浴室内水的流速

$$v_2=\frac{S_1}{S_2}v_1=\left(\frac{2.0}{1.0}\right)^2\times 4=16米/秒。$$

设$p_1=4\times10^5$帕，$h=5$米，水的密度$\rho=1.0\times10^3$千克/米^3，所求压力为p_2。根据伯努利方程，得

$$p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh=p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2。$$

将已知各值代入上式，得

$$\begin{aligned}p_2&=p_1-\frac{1}{2}\rho(v_2^2-v_1^2)-\rho gh\\&=4\times10^5-\frac{1}{2}(1.0\times10^3)\times(16^2-4^2)\\&\quad-(1.0\times10^3)\times9.8\times5\\&=2.3\times10^5帕。\end{aligned}$$

如果将水龙头关闭，则

$$\begin{aligned}p_2&=p_1-\rho gh\\&=4\times10^5-(1.0\times10^3)\times9.8\times5\\&=3.5\times10^5帕。\end{aligned}$$

第二节　实际液体的流动

一、粘滞性和粘滞系数

以上所讨论的都限于理想液体的运动。实际上，各种液体都具有粘滞性，这表现在液体流动时，各液体层之间有内摩擦力的作用，以阻止各液体层之间的相对运动。内摩擦力的大小与液体的性质有关。例如，以棒搅动甘油和胶水时所受到的阻力，就比用同样的棒搅动水或酒精时为大。下面分析液体的粘滞性。

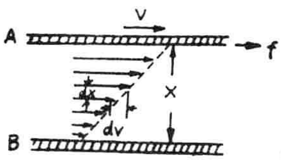


图1—9　液体的内摩擦

液体在流动时内摩擦力的大小，除与所考虑的液体层面积大小有关外，还与各液体层间速度变化的大小有关。我们用图1－9所示的情况来说明液体的粘滞性的意义。设有液体放在相距为x的两块平行的玻璃板A、B之间，保持B板不动，并以恒力f沿A板表面切线方向作用。在开始的短时间内，A板沿f方向作加速运动，但不久即以匀速v前进。在A、B两板的表面上各附着一液体层，因而附在A板上的液体也以速度v运动，而粘附在静止的底板B上的这层液体静止。设想在A、B、板间的液体可分为与A、B平行的液体层，各层只作相对滑动，彼此不相混合，这种流动叫做**片流**（laminar flow）。由于每层各在其下面一层上滑过，于是产生摩擦，运动较快的一层作用一加速力于运动较慢的一层使其运动，而运动较慢的一层则作用一阻滞力于运动较快的一层使其缓慢，这一对大小相等而方向相反的力叫做**内摩擦力**，它的方向是沿层面的切线。它的产生主要由于分子间的引力。由于这种内摩擦力，使各液层的流速从A板到B板依次均匀地递减。附着于A、B板面上液体层的速度差v与这两液体层的距离x的比值，即v/x叫做**速度梯度**（velocity gradient），由于A板是在f力作用下作匀速运动，所以与它接近的液体层的内摩擦力与作用力大小相等，方向相反。由实验得知，内摩擦力f和液体层的接触面积S及速度梯度v/x成正比，即

$$f = \eta \frac{v}{x} S ,\qquad (1-11)$$

式中，η叫液体**粘滞系数**(coefficient of viscosity)，也叫**粘度**，是一个与液体性质和温度有关的量。

以上我们讨论的是速度v随x作线性变化，因而速度梯度是常数，这个常数就等于v/x。在一般情况下，各处的速度梯度不等，速度并不随x作线性变化。如果相邻两液层之间的距离为dx，它们的速度差为dv，则该处的速度梯度为dv/dx，因此，式(1—11)的普遍式为

$$f = \eta \frac{dv}{dx} S,$$

或

$$\eta = \frac{f/S}{dv/dx}。\qquad (1-12)$$

由上式可知，粘滞系数是当两液流层间具有一个单位的速度梯度时，沿液体层单位面积上所受到的内摩擦力。

在国际单位制中，粘滞系数的单位为**帕·秒**，读作**帕**斯卡秒(pa·s)

液体的粘滞性与温度有密切的关系，它是随温度的升高而减小。例如水的粘滞系数在20℃时是1.000×10^{-3}帕·秒，而在100℃时是0.284×10^{-3}帕·秒，还不到20℃时的1/3。表1—1列出一些物质在不同温度的粘滞系数。

表1—1　不同温度下一些液体的粘滞系数

物　质	温度[℃]	粘滞系数[帕·秒]
蓖麻油	17.5	1.225
	50	0.1227
甘　油	14.3	1.387
	20	0.830
水	20	1.000×10^{-3}
	40	0.656×10^{-3}
血　液	37	$2.5 \sim 3.5 \times 10^{-3}$
血　浆	37	$1.0 \sim 1.4 \times 10^{-3}$
血　清	37	$0.9 \sim 1.2 \times 10^{-3}$

由表可知，血液的粘滞系数很大，约为水的4～5倍。血液的粘滞性主要来源于悬浮的血细胞，因而当血细胞数量增加时，血液的粘滞系数就增大；而当血细胞数量减少时，（例如贫血病人），血液的粘滞系数就减小。所以测量血液的粘滞系数，对某些疾病的诊断是很有帮助的。

应当指出，不是所有液体都遵从式(1—11)中力和速度梯度成正比的关系的。例如血流

速度的增大要比力增大快得多，这是因为血液并不是均匀液体，而是含有固态悬浮微粒的液体。在血液中，悬浮微粒具有特定的形状，例如红血球略呈盘形。当血液的流速小时、红血球的方位是任意的。但当流速增大时，它们就趋向一定的方位、有利于血液的流动，所以血液速度的增大就比内摩擦力的增大快得多。

凡遵从式(1—11)的液体叫做**牛顿液体**，这种液体的粘滞系数在一定温度下具有一定的值，否则就是非牛顿液体。血液因含有血细胞，它的粘滞系数，如上所述，不是一个定值，故不能认为是完全的牛顿液体。但在正常生理条件下，血液的粘滞系数受流速的影响不大。

现在讨论伯努利方程对粘滞液体的应用。图1—10表示粘滞液体在等粗水平管中流动的情况。在水平管中各处装有竖直细管的压力计，液柱高度标志液流在该位置的压力。从图中可看出，管中各处的压力都不相同，越靠近出口处压力越小。如果水平管中流动的是理想液体，根据伯努利方程可知：由于单位体积液体的总能量在管中各处都相等，且流速也相等，因而压力也应该相等。但在实际液体的情况下，由于液体的可压缩性极小，各横截面处流速的平均值也应相等。但实际液体在流动时，由于必须克服内摩擦作功，故要消耗一部分压力能。因此，在图1—10的水平管中，沿液流方向上各处压力将依次减少，而且压力的减少与管中液体所流经的路长成正比

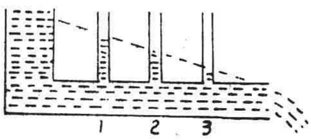


图1—10　沿水平管中的压力分布

对于粘滞液体，如果把消耗在内摩擦上的能量考虑进去，则在1、3两处，伯努利方程可以写成

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g h_1+p_1=\frac{1}{2}\rho v_3^2+\rho g h_3+p_3+E_{1-3}, \qquad (1-13)$$

式中，E_{1-3}就是在运动过程中因内摩擦而消耗的单位体积液体的能量。上式也叫**粘滞液体的伯努利方程**。由于管是水平放置，因而$h_1=h_3$。又因$v_1=v_3$，所以上式变为

$$p_1=p_3+E_{1-3},$$

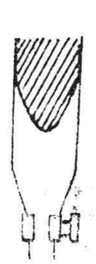
即

$$p_1>p_3,$$

可见在等粗水平管的两端，只有存在压力差才能克服内摩擦力，使实际液体沿管做匀速运动。

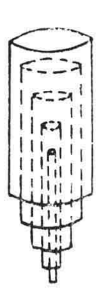
二、泊肃叶方程

我们现在来讨论粘滞液体在圆管中作片流时的规律。为了能够观察得清楚，可用粘滞性较大的甘油装在管中，并把它着了色。打开管子下端的开关时，可以看到着色的甘油的流动如图1—11(a)中斜线所表示的那样，在管子中间部分突出，流速大；靠管壁的甘油则粘附在管壁上，流速为零。进一步的观察发现：管子中甘油分成许多和管壁相平行的管形薄层在互相滑动，如图1—11(b)所示，这些薄层的轴都和管子的轴重合。同一层中甘油质点的速度都相同。靠管壁的层不动，越近管轴的层的速度越大。速度分布如



(a)

图1—11(a)
粘滞液体的流动



(b)

图1—11(b)
管形薄层的互相滑动

图 1 —12所示。粘滞性较大的液体在管径较小的管子中作低速流动时，一般就产生这种片流。

设有粘滞液体在内半径为 r 的管内流动。我们来讨论管中流速随半径的变化。

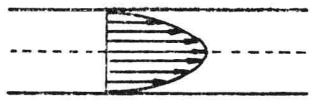


图 1 —12　粘滞液体的流速分布

在管内取半径为x、长度为l、和管共轴的圆柱体液体元如图 1 —13 (a) 所示。该液体元左、右两端所受力的大小分别为$p_1\pi x^2$和$p_2\pi x^2$，方向相反，因而推动液体元流动的净力为

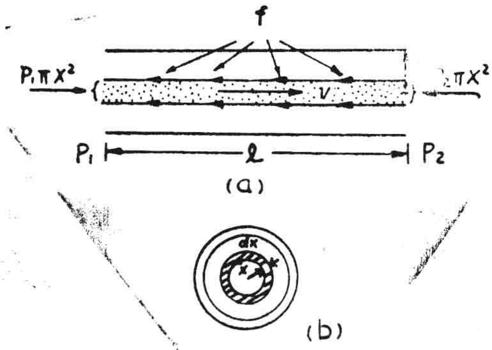


图 1 —13　泊肃叶方程的推导

$$F = (p_1 - p_2)\pi x^2。$$

这个力与作用在液体元表面上的粘滞力$f = \eta\frac{dv}{dx}S$相平衡。因为粘滞力作用的面积为 $S = 2\pi xl$

所以

$$-2\pi\eta xl\frac{dv}{dx} = (p_1 - p_2)\pi x^2。$$

整理上式，得

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{(p_1 - p_2)x}{2\eta l},$$

式中，负号表示流速v随x的增大而增小。

将上式积分，得

$$-\int_v^0 dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l}\int_x^r x dx,$$

即

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(r^2 - x^2)。\qquad (1-14)$$

图 1 —12所示各层的速度就是根据式(1 —14)画出来的。

下面计算圆管中的流量Q。因通过面积为 $2\pi x dx$圆环(图 1 - 13b)的流量

$$dQ = v \cdot 2\pi x dx = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(r^2 - x^2) \cdot 2\pi x dx$$

$$= \frac{p_1 - p_2}{2\eta l}\pi(r^2 - x^2)x dx,$$

所以总流量为

$$Q = \int dQ = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{2\eta l}\int_0^r (r^2 - x^2)x dx$$

$$= \frac{\pi r^4}{8\eta l}(p_1 - p_2)。 \qquad (1-15)$$

式（1－15）叫做**泊肃叶方程**（Poiseuille's equation），它表明流量Q与粘滞系数η成反比，与压力梯度及管半径的四次方成正比。应用式（1—15），如果测得圆管两端的压力差$p_1 - p_2$，再把流量Q和r，l的值代入，便可求得在实验时温度下液体的粘滞系数。

在式（1—15）中，如果用R^{-1}代表式中$\frac{\pi r^4}{8\eta l}$，则泊肃叶方程可改写为

$$Q = \frac{\triangle p}{R}。 \qquad (1-16)$$

这个公式和电学中的欧姆定律相似，我们把R叫做“流阻”，它的大小决定于管的半径和长度以及液体的粘滞系数。

血管可看作是一个错综复杂的流阻系统。当血流通过不同大小口径的血管时，如果一定量的血液是依次通过每个流阻，则可认为这些流阻是串联的（图1—14a）。因而通过每个流阻的流量相同，所以压力差为

$$\begin{aligned}\triangle p &= \triangle p_1 + \triangle p_2 + \cdots \triangle p_n \\ &= (R_1 + R_2 + \cdots + R_n)Q \\ &= R_s Q,\end{aligned} \qquad (1-17)$$

式中$R_s = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$。

如果流阻是并联的（图1—14b），那末血流要作分支流动。设Q_1、Q_2、…Q_n分别为通过

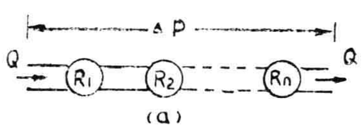


图1—14　(a)　n个流阻串联

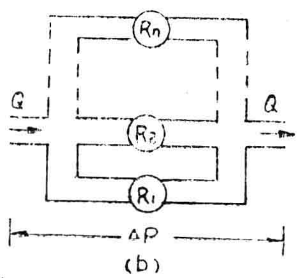


图1—14(b)　n个流阻并联