权威　全面　实用

2012人大考研

2012年考研数学经典冲刺5套卷(数学二)

主编/黄先开　曹显兵

权威名师精选精编　最后模拟冲刺必备

紧扣大纲要求　设计科学合理

难易程度适当　题目全部精解

中国人民大学出版社

2012年
考研数学经典冲刺5套卷
(数学二)

主　编　黄先开　曹显兵

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

2012年考研数学经典冲刺5套卷．数学二/黄先开，曹显兵主编．—5版．—北京：中国人民大学出版社，2011.11

ISBN 978-7-300-14686-7

Ⅰ．①2… Ⅱ．①黄…②曹… Ⅲ．①高等数学-研究生-入学考试-习题集 Ⅳ．①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第223127号

2012年考研数学经典冲刺5套卷（数学二）

主编　黄先开　曹显兵

2012 Nian Kaoyan Shuxue Jingdian Chongci 5 Tao Juan（Shuxue Er）

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街31号	**邮政编码**	100080
电　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.1kao.com.cn(中国1考网)		
经　销	新华书店		
印　刷	北京鑫丰华彩印有限公司	**版　次**	2007年11月第1版
规　格	185 mm×260 mm　16开本		2011年11月第5版
印　张	5	**印　次**	2011年11月第1次印刷
字　数	93 000	**定　价**	10.00元

前　言

考研数学复习一般可分为三个阶段：基础复习——全面、系统复习——综合提高复习。在临考前的一段时间，是综合提高的冲刺阶段，通过对几套设计科学合理、紧扣大纲要求、难易程度适当、知识覆盖面广且能够切中命题趋势的全真模拟试题进行全面演练，达到查漏补缺、反思问题和总结规律的目的，是有效实现综合提高的重要途径。

能否做到这一点，关键是看模拟试题的质量。如果大都是陈题、旧题，或已考过、已做过的类似试题，往往会造成一种错觉，模拟成绩很理想，但实际状态不是这么回事，不能真实反映自己的水平，因为存在的问题并没有通过演练得以发现，规律性的东西也没有通过演练进行总结。考研数学要取得理想的成绩，在复习的最后阶段做题是必要的。试题不在多而在于精，在于是否严格按照考试大纲的命题原则要求以及最新的命题趋势优选、设计题型，在于难度、信度是否完全符合考试规范要求。

本书作者在多年教学和考研辅导的基础上，通过对考研数学的命题原则和命题趋势的反复研究与分析，查阅了大量的相关教材、教学辅导资料，包括全国各级各类数学竞赛和众多高等院校数学竞赛试卷，再通过逐题推敲、优中选优和精心设计，命制了五套高质量的全真模拟冲刺试卷。“题型新颖、突出仿真、注重实效”是本书的特点。选择的试题尽量确保是考生平时练习时较少见到或没有做过的，部分试题是作者根据最新命题趋势自己设计的，重在对基本概念掌握情况的考查和计算能力、综合分析问题与解决问题能力的培养。相信通过使用本套冲刺试卷，考生可最大限度地实现梳理知识、查找漏洞、提高应试能力的愿望。

温馨提示：建议考生按如下要求使用本套冲刺试卷：

1. 在规定的3个小时内连续做完一套试题；

2. 一定要避免边做题边翻看答案；

3. 做完一套试题后，约上几个同学一起对答案，共同分析出现差错的原因，比如说，是计算问题、概念问题、方法问题、隐含条件问题还是做题技巧问题等等，并注意下次做题时逐步改进或避免；

4. 将错题全部汇总起来，在五套模拟测试完成后重新做一遍；

5. 最后再进行一次总结。

好的模拟冲刺试卷将助您在硝烟弥漫、强手如云的考研战场上大显身手。衷心祝愿考生朋友在2012年研究生入学考试中取得优异成绩！

编者

2011年10月

目 录

绝密★启用前

全国硕士研究生入学统一考试

数学二　　考前经典冲刺试卷一

考生注意:(1) 本试卷共 23 道题,满分 150 分.

(2) 根据国家标准,试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

得分	评卷人

一、选择题:1～8 小题,每小题 4 分,共 32 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 设曲线 $y=f(x)$ 在原点处与 $y=\sin x$ 相切,a,b 为常数,且 $ab\neq 0$,则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(ax)+f(bx)}{\sin x}$ 等于

(A) $a+b$.　　(B) $a-b$.　　(C) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$.　　(D) $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}$.　　【　】

(2) 当 $x\to\infty$ 时,$\dfrac{1}{ax^2+bx+c}\sim\dfrac{1}{x+1}$,则 a,b,c 的值一定为

(A) $a=0,b=1,c=1$.　　(B) $a=0,b=1,c$ 为任意常数.

(C) $a=0,b,c$ 为任意常数.　　(D) a,b,c 均为任意常数.　　【　】

(3) 设 $f(0)=0$,则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 可导的充要条件为

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(h)-f(-h)]$ 存在.　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f[\ln(1+h)]$ 存在.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sin h^2)$ 存在.　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(e^{h^2}-1)$ 存在.　　【　】

(4) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 则在 $(0,0)$ 处,$f(x,y)$

(A) 不连续.　　(B) 连续,但偏导数不存在.

(C) 偏导数存在但不可微.　　(D) 可微.　　【　】

(5) 设 $f(x,y)$ 连续,且 $f(x,y)=e^{x^2+y^2}+xy\iint\limits_D xyf(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 为区域:$0\leqslant x\leqslant 1$,$0\leqslant y\leqslant 1$,则 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ 等于

(A) $4xye^{x^2+y^2}+\dfrac{9}{16}(e-1)^2$.　　(B) $2xye^{x^2+y^2}+\dfrac{9}{32}(e-1)$.

(C) $4xye^{x^2+y^2}+\dfrac{9}{32}(e-1)^2$.　　(D) $4xye^{x^2+y^2}+\dfrac{9}{16}(e-1)$.　　【　】

(6) 记 $I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1}|xy|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,$I_2=\iint\limits_{|x|+|y|\leqslant 1}|xy|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,$I_3=\iint\limits_{x+y\leqslant 1}|xy|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,则下列关系

式成立的是

(A) $I_1 < I_2 < I_3$.　　(B) $I_1 < I_3 < I_2$.

(C) $I_2 < I_1 < I_3$.　　(D) $I_2 < I_3 < I_1$.　　【　】

(7) 设 $\boldsymbol{A}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 是 $n\times s$ 矩阵，则方程组 $\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 与 $\boldsymbol{ABx}=\boldsymbol{0}$ 同解的充分条件是

(A) $r(\boldsymbol{A})=n$.　　(B) $r(\boldsymbol{A})=m$.

(C) $r(\boldsymbol{B})=n$.　　(D) $r(\boldsymbol{B})=s$.　　【　】

(8) 设 $\boldsymbol{A}$ 是4阶矩阵，若 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,-1,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,-1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,1,0,1)^{\mathrm{T}}$ 是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的三个解，$\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，则下列各命题中不正确的是

(A) $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^*|=0$.

(B) $r(\boldsymbol{A}^*)=0$.

(C) $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 与 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系所含解向量的个数相等.

(D) 任一非零向量均为 $\boldsymbol{A}^*$ 的特征向量.　　【　】

得分	评卷人

二、填空题:9～14小题，每小题4分，共24分，把答案填在题中横线上.

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-5}{x^3\sin\dfrac{1}{x^2}}=$ ________.

(10) 设函数 $f(x)=(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)\cdot\cdots\cdot(x+100)$，则 $f'(1)=$ ________.

(11) 设函数 $f(x,y)$ 可微，$f(0,0)=0$，$f'_x(0,0)=m$，$f'_y(0,0)=n$，$\varphi(t)=f[t,f(t,t)]$，则 $\varphi'(0)=$ ________.

(12) 曲线 $f(x)=x^3+ax$ 与 $g(x)=bx^2+c$ 都通过点 $(-1,0)$，且在点 $(-1,0)$ 处相切，则 $a=$ ________，$b=$ ________，$c=$ ________.

(13) $\displaystyle\int_{-2}^{2}\left(x^3\cos\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x=$ ________.

(14) 已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{11}+a_{12}+a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{21}+a_{22}+a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{31}+a_{32}+a_{33}\end{bmatrix}$，且 $|\boldsymbol{A}|=-2$，则 $\boldsymbol{B}^*\boldsymbol{A}=$ ________.

三、解答题:15～23小题，共94分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)(本题满分10分)

已知 $f(x)$，$g(x)$ 连续可导，且 $f'(x)=g(x)$，$g'(x)=f(x)+\varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 为某已知连续函数，$g(x)$ 满足微分方程 $g'(x)-xg(x)=\cos x+\varphi(x)$，求不定积分 $\displaystyle\int xf''(x)\,\mathrm{d}x$.

得分	评卷人

(16)(本题满分 11 分)

设 $u = f(\sqrt{x^2+y^2}, z)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，且 $z = z(x,y)$ 由方程 $xy + x + y - z = e^z$ 确定，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内连续，$f(x) > 0$，且

$$[f(x)]^2 = \int_0^x f(t) \frac{\tan t}{\sqrt{1+2\tan^2 t}} \mathrm{d}t,$$

求 $f(x)$ 的函数表达式.

得分	评卷人

(18)(本题满分10分)

设 $u=u(\sqrt{x^2+y^2})$ 具有连续二阶偏导数,且满足

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}+u=x^2+y^2,$$

试求函数 u 的表达式.

得分	评卷人

(19)(本题满分11分)

如果 $0<a<b$,$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,在 (a,b) 内可导,试证在 (a,b) 内存在 x_1,x_2,x_3 使

$$\frac{f'(x_1)}{2x_1}=(a^2+b^2)\frac{f'(x_2)}{4x_2^3}=\frac{\ln\frac{b}{a}}{b^2-a^2}x_3f'(x_3).$$

得分	评卷人

(20)(本题满分 10 分)

设 $f_n(x)=x+x^2+\cdots+x^n(n=2,3,\cdots)$. 证明:

(Ⅰ)方程 $f_n(x)=1$ 在 $[0,+\infty)$ 内有唯一的实根 x_n;

(Ⅱ)求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

得分	评卷人

(21)(本题满分 10 分)

设 D 是由 $x\geqslant 0,y\geqslant x$ 与 $x^2+(y-b)^2\leqslant b^2,x^2+(y-a)^2\geqslant a^2(0<a<b)$ 所围成的平面区域,计算 $\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

已知 4×3 矩阵 $\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3]$,其中 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 均为 4 维列向量,若非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{\beta}$ 的通解为 $(1,2,-1)^{\mathrm{T}}+k(1,-2,3)^{\mathrm{T}}$,令 $\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\alpha}_3]$,试求 $\boldsymbol{By}=\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2$ 的通解.

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

已知 $\lambda=2$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}4 & 2 & 2\\ 2 & 4 & a\\ 2 & a & a+2\end{bmatrix}$ 的二重特征值,求 a 的值,并求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 使 $\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{AQ}$ 为对角矩阵.

绝密 ★ 启用前

全国硕士研究生入学统一考试

数学二　考前经典冲刺试卷二

考生注意：(1) 本试卷共 23 道题，满分 150 分.

(2) 根据国家标准，试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

得分	评卷人

一、选择题：1 ~ 8 小题，每小题 4 分，共 32 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 设 $F(x)=\int_a^b f(y)\,|x-y|\,\mathrm{d}y, a\leqslant x\leqslant b, f(y)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $F''(x)$ 等于

(A) $f(x)$.　　(B) $2f(x)$.

(C) $x[f(b)-f(a)]$.　　(D) $x[f(a)+f(b)]$.　　【　】

(2) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 上以 T 为周期的连续函数，则下列函数中以 T 为周期的是

(A) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$.　　(B) $\int_{-x}^0 f(t)\,\mathrm{d}t$.

(C) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t-\int_{-x}^0 f(t)\mathrm{d}t$.　　(D) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t+\int_{-x}^0 f(t)\mathrm{d}t$.　　【　】

(3) 设 $y(x)$ 是微分方程 $y''+(x-1)y'+x^2y=\mathrm{e}^x$ 的满足 $y(0)=0, y'(0)=1$ 的解，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{y(x)-x}{x^2}$ 的值

(A) 不存在.　　(B) 等于 0.　　(C) 等于 1.　　(D) 等于 2.　　【　】

(4) 由 $\begin{cases}x=\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}\left(0<t<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 所确定的函数 $y=y(x)$ 的图形在 $(0,1)$ 内

(A) 单调下降且凸.　　(B) 单调下降且凹.

(C) 单调上升且凸.　　(D) 单调上升且凹.　　【　】

(5) 设 $f(x)=\begin{cases}x\arctan\dfrac{1}{|x|}, & x\neq0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 不连续.　　(B) 连续但不可导.

(C) 可导但 $f'(x)$ 在 $x=0$ 不连续.　　(D) 可导且 $f'(x)$ 在 $x=0$ 连续.　　【　】

(6) 已知 $f'(x)\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=8$，且 $f(0)=0$，则 $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ 等于

(A) 2.　　(B) ±2.　　(C) 4.　　(D) ±4.　　【　】

(7) 设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 矩阵，$m\geqslant n$，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=n$，$\boldsymbol{b}$ 为 m 维非零列向量，则非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$

(A) 必有唯一解.　　(B) 必定没有解.

(C) 必定没有无穷多解.　　(D) (A),(B),(C) 均不正确.　　【　】

(8) 设$\boldsymbol{A}$为三阶矩阵,$\boldsymbol{E}$为三阶单位阵,$\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$是两个线性无关的3维列向量,且$\boldsymbol{A}$的行列式$|\boldsymbol{A}|=0,\boldsymbol{A\alpha}=\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{A\beta}=\boldsymbol{\alpha}$,则行列式$|\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}|$的值等于

(A) 0.　　(B) 18.

(C) 6.　　(D) 24.　　【　】

得分	评卷人

二、填空题:9～14小题,每小题4分,共24分,把答案填在题中横线上.

(9) 设$f(x)$有连续导数,且$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=a\neq0,F(x)=\int_0^x(x^2-t)f(t)\mathrm{d}t$,当$x\to0$时,$F'(x)$与$x^k$是同阶无穷小,则$k=$______.

(10) $\int_{-2}^{2}(x+1)\sqrt{4|x|-x^2}\,\mathrm{d}x=$______.

(11) 设$f(x,y)$在$(0,0)$处连续且$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)+3x-4y}{x^2+y^2}=2$,则$2f'_x(0,0)+f'_y(0,0)=$______.

(12) 已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{a-\cos2\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}, & x>0,\\ 2, & x\leqslant0\end{cases}$在$x=0$处连续,则微分方程$y''+ay'-2y=0$的通解为______.

(13) 设$y=1,y=\mathrm{e}^x,y=2\mathrm{e}^x,y=\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{\pi}$都是某二阶常系数线性微分方程的解,则此二阶常系数线性微分方程为______.

(14) 已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$线性无关,则向量组$2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3$的秩为______.

三、解答题:15～23小题,共94分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)(本题满分10分)

已知$f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}},g'(x)=\dfrac{1}{1+x}$,且$f(0)=g(0)=0$,试求$\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{1}{f(x)}-\dfrac{1}{g(x)}\right]$.

得分	评卷人

(16)(本题满分 11 分)

设 $D: 2x \leqslant x^2 + y^2, 0 \leqslant y \leqslant x \leqslant 2$,求$\iint\limits_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

计算二重积分$\iint\limits_D [x+y] \mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 $D: 0 \leqslant x \leqslant 2, 0 \leqslant y \leqslant 2$,$[x+y]$ 表示不超过 $x+y$ 的最大整数.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' + y = f(x)$ 满足初始条件:$y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的特解,其中连续函数 $f(x)$ 满足条件 $\sin x - f(x) = \int_0^x t f(x-t)\mathrm{d}t$.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

设 $|y| < 1$,求 $\int_{-1}^{1} |x-y| \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$.

得分	评卷人

(20)(本题满分 10 分)

设函数

$$y=f(x)=\begin{cases}x^{2x}, & x>0,\\ x+1, & x\leqslant 0.\end{cases}$$

(Ⅰ)讨论函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性;

(Ⅱ)$f(x)$ 在何处取得极值,为什么?

得分	评卷人

(21)(本题满分 10 分)

设 $f'(x)$ 在$[a,b]$上连续,$f(x)$ 在(a,b) 内二阶可导,$f(a)=f(b)=0$,$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=0$,

求证:

(Ⅰ)在(a,b) 内至少存在两个不同的点 $\xi_1,\xi_2(\xi_1\neq\xi_2)$,使得 $f'(\xi_1)=f(\xi_1)$,$f'(\xi_2)=f(\xi_2)$;

(Ⅱ)在(a,b) 内至少有一点 η,使得 $f''(\eta)=f(\eta)$.

得分	评卷人

(22)(本题满分11分)

设 $\boldsymbol{B}$ 是 $m\times n$ 矩阵,$\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}$ 可逆,$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{B}$,其中 $\boldsymbol{E}$ 是 n 阶单位矩阵.

(Ⅰ)证明:$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}$.

(Ⅱ)证明:$\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$.

(Ⅲ)若 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=r<n$,且 $\boldsymbol{A}$ 可对角化,求行列式 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}|$.

得分	评卷人

(23)(本题满分11分)

已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Ax}$ 的矩阵$\boldsymbol{A}$ 满足 $\left|\frac{1}{2}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}\right|=0$,且 $\boldsymbol{AB}-3\boldsymbol{B}=\boldsymbol{0}$,其中

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&1&2\\2&1&4\\1&1&2\end{bmatrix}.$$

(Ⅰ)用正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Py}$ 化二次型为标准型,并写出所用正交变换及所得标准型;

(Ⅱ)求出二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的具体表达式.