

结构分析有限元法的基本原理及工程应用

陈道礼 饶刚 魏国前 编著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

结构分析有限元法的基本原理及工程应用

陈道礼 饶刚 魏国前 编著

北京
冶金工业出版社
2012

内 容 简 介

本书分上、下篇。上篇介绍结构分析有限元法的基本原理,包括结构分析中应用最普遍的各种单元的形成原理,例如各种典型的平面和空间连续体单元、桁架和刚架单元以及板壳单元形成原理;还介绍了结构振动有限元分析和稳定性分析原理,以及热-结构、流体-结构耦合分析的原理。下篇介绍当下流行的几种主要有限元分析软件,包括 ANSYS、MSC. Nastran、Algor 和 HyperMesh 等。在介绍上述软件的过程中,以例子的形式详尽地说明了软件的操作方法。

本书可作为高等院校及科研院所结构分析工程人员的参考书,也可作为高等院校机械专业从事工程结构分析方向的师生的教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构分析有限元法的基本原理及工程应用/陈道礼,饶刚,魏国前编著. —北京:冶金工业出版社,2012.6

ISBN 978-7-5024-5900-0

I. ①结… II. ①陈… ②饶… ③魏… III. ①结构分析—有限元分析 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 083979 号

出版人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009

电 话 (010) 64027926 电子信箱 yjchs@cnmip.com.cn

责任编辑 尚海霞 美术编辑 彭子赫 版式设计 孙跃红

责任校对 卿文春 责任印制 张祺鑫

ISBN 978-7-5024-5900-0

北京印刷一厂印刷;冶金工业出版社出版发行;各地新华书店经销

2012 年 6 月第 1 版,2012 年 6 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16;18 印张;431 千字;274 页

55.00 元

冶金工业出版社投稿电话:(010)64027932 投稿邮箱:tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100010) 电话:(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前 言

有限元法用于工程结构分析已有几十年的历史了，作为一门实用技术已达到十分成熟的程度。有限元法的相关软件不仅数量繁多，而且功能日益强大和完善。历年来出版了不少结构分析有限元法的理论和软件介绍方面的专著和教材，但是，本书编者在长期从事结构分析有限元法的应用和教学过程中，深感目前尚没有一本完全针对结构分析工程人员和学生在应用中所关心问题的、较全面而且精简实用的参考书。因此，编写本书力图紧扣工程实际的需要，尽可能全面介绍适用于各种实际工程结构有限元分析的单元的形成原理及其应用方法、工程结构在不同环境或条件下的分析方法，以及当下应用较普遍的几种分析软件的操作要领。

本书分上、下两篇。上篇介绍结构分析有限元法的基本原理，包括结构分析中应用最普遍的各种单元的形成原理，例如各种典型的平面和空间连续体单元、桁架和刚架单元以及板壳单元（特别是过去专著和教材中较少涉及而应用很广的四边形板单元）的形成原理的介绍，上篇还包括结构振动有限元分析和稳定性分析原理的介绍，以及过去鲜有介绍的热-结构、流体-结构耦合分析的原理。上篇的目的是让读者在了解有限元基本原理的基础上能够更合理地构建分析模型，更专业地分析有限元技术应用中出现的问题并有效地解决问题，克服盲目性。因为和其他任何技术一样，对有限元技术，只有理解它才能更好地掌握它。为了让读者更好、更快地理解有限元技术，本书的编写尽量做到深入浅出，要言不烦，以尽量易于理解的方式和尽量简明的逻辑来阐述相关原理。各章还给出了实例，以加深读者对有限元法应用的理解。

本书下篇介绍当下几种主要流行的有限元分析软件，包括 ANSYS、MSC. Nastran、Algor 和 HyperMesh 等。在介绍上述软件的过程中，以例子的形式详尽地说明了软件的操作方法。这些例子虽然不能涉及软件所有的分析功能，但是能让读者熟悉软件的主要界面、菜单结构和基本操作步骤，使读者触类旁通，容易入门。有此良好开端，就可通过自学逐步掌握其他的功能应用。

本书上篇是在参考文献 [1] ~ [13] 的基础上, 根据编者在应用和教学中体会到的需要, 经过取舍精简, 整理改写完成的。本书的下篇立足于目前常用的几个有限元软件在实际应用过程中的心得体会, 并参阅了相关参考文献, 通过若干工程实例详细讲解了相关软件的具体使用步骤和方法。编者在此向所有参考文献的作者表示深深的感谢!

本书上篇由陈道礼、饶刚编写, 下篇由饶刚、魏国前编写, 陈道礼统稿和主审。本书的编写得到了龙靖宇、杨国华、罗会信、范勤等老师的大力支持。在此, 编者对在本书编写过程中给予了大力支持的人员致以诚挚的感谢!

因编者水平所限, 书中错漏在所难免, 诚恳希望读者指正。

编 者

2012 年 2 月

目 录

上篇 结构分析有限元法的基本原理

1 绪论	3
1.1 结构分析的目的和任务	3
1.2 结构分析的主要方法	3
1.3 结构分析的有限单元法概述	4
2 结构静力学的有限元分析	6
2.1 结构静力学有限元分析过程概述	6
2.2 结构的离散化	7
2.3 结构的单元分析	9
2.3.1 单元位移模式的选择	9
2.3.2 建立单元应变与结点位移的关系	11
2.3.3 建立单元应力与结点位移的关系	11
2.3.4 单元刚度矩阵	12
2.4 等效结点力的计算	13
2.5 热载荷的计算	14
2.6 结构总刚度方程的建立	16
2.7 结构边界约束条件的处理	18
2.7.1 置零法	19
2.7.2 乘大数法	19
2.8 位移的求解和应力的计算	19
3 平面问题单元	22
3.1 四结点四边形等参数单元	22
3.1.1 单元位移模式	22
3.1.2 坐标变换	23
3.1.3 单元刚度矩阵	24
3.1.4 等效结点力计算	25
3.1.5 热载荷计算	26
3.1.6 单元的完备性和协调性	27

3.2	八结点四边形等参数单元	27
4	轴对称问题单元	30
4.1	轴对称问题	30
4.2	三角形截面环单元	31
4.2.1	单元位移模式	31
4.2.2	单元刚度矩阵	32
4.2.3	单元等效结点力的计算	33
4.2.4	热载荷	35
5	空间问题单元	37
5.1	四面体常应变单元	37
5.1.1	位移模式	37
5.1.2	单元刚度矩阵和等效结点力	39
5.2	八结点六面体等参数单元	41
5.2.1	单元位移模式	42
5.2.2	坐标变换	43
5.2.3	单元刚度矩阵	43
5.2.4	等效结点力计算	45
5.3	二十结点六面体等参数单元	46
6	杆系结构单元	49
6.1	杆单元	49
6.1.1	局部坐标下的单元刚度矩阵	49
6.1.2	整体坐标下的单元刚度矩阵	50
6.2	梁单元	54
6.2.1	二维梁单元	54
6.2.2	三维梁单元	58
6.2.3	等效结点力的计算	60
7	板壳单元	64
7.1	三角形平板单元	64
7.1.1	三角形平板单元的位移模式	65
7.1.2	三角形平板单元的刚度矩阵	67
7.2	四边形平板单元	68
7.2.1	三个子三角形单元组成的三角形子单元	69
7.2.2	协调的三角形子单元	70
7.2.3	四边形平板单元	71
7.3	平面壳体单元	72

7.3.1	建立局部坐标	72
7.3.2	建立局部坐标系中的单元刚度矩阵	73
7.3.3	坐标变换	74
8	结构动力学的有限元分析	76
8.1	结构动力学方程	76
8.2	结构的振动模态分析	77
8.3	广义雅可比法	78
8.4	子空间迭代法	80
8.5	结构的动力响应分析	83
8.5.1	阻尼矩阵	83
8.5.2	动力响应分析的振型叠加法	84
8.5.3	动力响应分析的逐步积分法	85
9	结构弹性稳定性的有限元分析	89
9.1	杆的稳定性问题	89
9.2	板的稳定性问题	91
10	几何非线性问题的有限元分析	96
10.1	牛顿-拉弗逊法及其衍生方法	96
10.2	切线刚度矩阵	98
11	结构与其他物理场的耦合分析	101
11.1	热-结构分析	101
11.1.1	一维热传导的有限元分析	101
11.1.2	二维热传导的有限元分析	105
11.1.3	三维热传导的有限元分析	106
11.1.4	热-结构的耦合分析	107
11.2	流体-结构分析	109
11.2.1	理想流体的有限元分析	109
11.2.2	流体-结构的耦合分析	114

下篇 结构分析有限元法软件及其应用

12	结构分析有限元方法的工程应用	117
12.1	概述	117

12.2	有限元软件发展历史	119
12.2.1	国外有限元软件	119
12.2.2	国内有限元软件的发展情况和前景	121
12.2.3	有限元软件的发展趋势	122
12.3	主要有限元分析软件介绍	123
12.4	典型的有限元分析流程	124
12.4.1	有限元分析的基本步骤	124
12.4.2	有限元软件应用的典型流程	125
12.5	有限元软件的使用要求	126
13	ANSYS 软件应用基础	128
13.1	概述	128
13.1.1	ANSYS 发展历史	128
13.1.2	ANSYS 软件的主要功能	128
13.1.3	ANSYS 软件的主要特点	129
13.2	ANSYS 中的有关术语	130
13.2.1	直接法和间接法	130
13.2.2	坐标系统及工作平面	130
13.2.3	节点	130
13.2.4	单元	131
13.2.5	负载	131
13.3	ANSYS 软件基本使用方法	131
13.3.1	工作模式	131
13.3.2	ANSYS 架构	132
13.3.3	基本界面	133
13.3.4	ANSYS 文件及工作文件名	134
13.3.5	鼠标和键盘	134
13.4	分析实例	134
13.4.1	ANSYS 分析过程的主要步骤	134
13.4.2	静力学分析实例	135
13.4.3	动力学分析实例	147
14	MSC. Nastran 软件应用基础	155
14.1	Nastran 程序的历史	155
14.2	MSC 公司主要产品	155
14.2.1	MSC. Patran 简介	155
14.2.2	MSC. Nastran 简介	160
14.2.3	MSC. Fatigue 简介	165
14.3	Patran 和 Nastran 建模和分析过程	166

14.3.1	一般使用流程	166
14.3.2	Patran 和 Nastran 相关的主要文件	167
14.4	分析实例	168
14.4.1	分析模型	168
14.4.2	模型创建过程	168
14.4.3	分析模型的求解及结果的后处理	199
14.4.4	计算结果分析	204
14.4.5	强度校核结论	204
15	Algor 软件应用基础	206
15.1	Algor 软件简介	206
15.2	Algor 软件的特点	206
15.2.1	界面直观友好, 易学易用	206
15.2.2	硬件要求低	206
15.2.3	CAD/CAE 协同的前处理器和分析平台	206
15.2.4	强大的后处理功能	207
15.2.5	强大的结构分析以及多物理场分析功能	207
15.2.6	开放的二次开发平台	208
15.3	Algor 的主要分析模块	208
15.4	CAD 实体建模方法	210
15.4.1	Alibre Design 直接建模	210
15.4.2	Algor 的 InCAD 接口技术	211
15.4.3	网格划分	211
15.4.4	Algor 网格划分的一般步骤	211
15.4.5	网格细化与增强	212
15.5	直接网格构建	213
15.5.1	有关术语	213
15.5.2	创建方法	214
15.6	分析实例	214
15.6.1	基本流程	214
15.6.2	实例	216
16	HyperMesh 软件应用基础	228
16.1	产品概述	228
16.1.1	HyperView	228
16.1.2	HyperGraph	229
16.1.3	MotionView	230
16.1.4	MotionSolve	231
16.1.5	OptiStruct	232

16. 1. 6	HyperForm	233
16. 1. 7	HyperStudy	233
16. 1. 8	HyperWeb	234
16. 1. 9	ProcessManager	235
16. 1. 10	Radioss	236
16. 2	HyperMesh 简介	236
16. 3	HyperMesh 主要功能	237
16. 4	HyperMesh 软件的应用	239
16. 4. 1	HyperMesh 软件的基本工作流程	239
16. 4. 2	HyperMesh 软件的常用功能键对照	239
16. 4. 3	与 HyperMesh 相关的文件格式	240
16. 5	运用 HyperMesh 软件对拉杆进行有限元分析的实例	241
16. 5. 1	问题的描述	241
16. 5. 2	有限元分析单元	241
16. 5. 3	模型创建过程	241
16. 5. 4	分析计算	272
16. 5. 5	结果分析	273
参考文献		274



结构分析有限元法的基本原理

本篇首先以平面问题为例,介绍结构在静态力载荷和热载荷作用下的应力和变形分析的有限元法的基本步骤及其力学和数学原理,然后介绍适用于各种工程结构有限元分析的几种典型单元的刚度矩阵的形成原理和单元等效结点力的计算方法。这些单元包括:用于平面问题的三角形单元和四边形等参数单元、用于空间轴对称问题的三角形单元、用于一般空间问题的四面体单元和六面体等参数单元、用于杆系结构的杆单元和梁单元、用于板壳结构的三角形和四边形板单元和壳单元,并给出了这些单元的应用实例。接着介绍结构动力学分析的有限元法的基本原理,包括求解结构振动固有频率和振型的模态分析以及动力响应分析,并给出了分析实例。同时介绍了杆、板结构的弹性稳定性分析的有限元法的基本原理,以及结构在大位移小应变情况下的几何非线性问题的有限元分析的基本原理。最后在“结构与其他物理场的耦合分析”这一章中,介绍结构在传导热作用下的热-结构耦合分析的有限元法的基本原理,以及结构与流体相互作用下的流体-结构耦合分析的有限元法的基本原理,并分别给出了相应计算实例。

1 绪 论

1.1 结构分析的目的和任务

结构分析是许多工程设计,包括机械、建筑、船舶、航空、水利等设计必不可少的环节。结构分析的主要目的是保证所设计的机械零件或工程结构能够在强度、刚度、稳定性和动力学性能上满足现场使用要求,不会在各种工作载荷下发生失效。结构分析也用于机械设备和工程结构的故障诊断或失效分析,以找出故障或失效的原因,以便提出整改措施。

结构分析的主要任务包括:结构静力学分析、结构动力学分析、结构稳定性分析、结构的热-应力耦合分析、流-固耦合分析,以及一些非线性分析等。依据机械或工程结构的工作特点和载荷环境的需要,进行上述分析中的一种或几种。

1.2 结构分析的主要方法

材料力学是最早采取的,也是最简单的结构分析方法,但是材料力学只能解决单一、简单的杆状结构在拉、压、弯曲、剪切和扭转作用下的应力和应变分析。而对形状更一般的结构,包括杆系、板壳和一般实体,在更广泛的载荷条件下,则需要采用弹性和塑性力学的方法进行分析。

弹性力学研究弹性体在外部因素作用下的应力、应变和位移时,假想把结构体分成无限多个微小六面体,称为微元体,对任一微元体写出一组平衡(或运动)微分方程及边界条件,同时考虑微元体的位移和应变的关系、变形连续条件以及应力与应变的关系,由此得到一组基本方程,以求解结构体在一定边界条件下的应力、应变和位移。弹性力学或者以应力为基本未知量,或者以位移为基本未知量对这些基本方程进行综合简化,导出相应的微分方程组和边界条件进行求解,形成了应力法和位移法两种求解方法。但是,无论是按应力法还是按位移法得到的微分方程,一般都是高阶的偏微分方程组,要在一定的边界条件下得到解析解,在数学上十分困难,乃至不可能。只是少数简单的问题可以得到精确的解,一般工程问题,特别是结构的几何形状、载荷情况以及材料性质比较复杂的问题是难以或不可能按弹性力学的解析方法得到精确解答的。因此,在工程实际中一般都采用弹性力学的数值方法来求出问题的近似解。

弹性力学采用的数值方法有有限差分法和有限单元法。有限差分法是用一组有限差分方程代替偏微分方程,做数学上的近似。它将方程中函数所在的域分成方形网格,形成 n 个结点,将导数用函数在结点间的差值与结点间坐标差值的比来近似,得到 n 个有限差分方程,即将偏微分方程变换为一组线性代数方程,从而消除数学上解方程的困难,求得函数在域内每一结点的近似值。但对于工程中一些实际结构复杂的边界情况,需要特别导出有限差分方程,或需要找出一些补充方程,进行一些特殊处理。

有限单元法则是将连续体化为有限个单元的集合体，这些单元仅在有限个结点上相连接，即用一个有限个单元的体系代替一个无限个自由度的连续体做物理上的近似。在有限单元法中，连续体的材料特性，如正交异性、非线性、弹塑性等可在单元中保留。复杂的结构形式、边界条件及载荷情况都可以方便地处理。因此，有限单元法相对于有限差分法和其他近似方法有很大优越性，它成为当前结构分析的主流方法。结构分析的有限单元法，按照以结点位移为基本未知量还是以结点力为基本未知量分为有限单元位移法和有限单元力法。普遍采用的是有限单元位移法。有限单元法既可以求解结构的弹性变形问题，也可以求解结构的弹塑性变形问题。

有限元法作为一种数值计算方法，应用范围极为广泛。它不仅能成功处理结构分析中的非均质材料、各向异性材料、非线性应力-应变关系以及复杂边界条件等问题，而且随着其理论和方法的逐步改进和完善，还能成功地用来求解热传导、流体力学及电磁场等问题，因此，在结构分析中，有限元法也用来进行结构的热-应力耦合分析、流-固耦合分析等耦合分析。

1.3 结构分析的有限单元法概述

结构分析的有限单元法可以溯源于早期用于杆系结构分析的矩阵分析法。如对桁架结构分析时，在对每个杆件应用材料力学列出铰接点位移和杆端力的关系式后，再由各铰接点各杆端力和外载荷的平衡，并考虑结构的约束，就可得到一个以结点位移为未知量的线性方程组——矩阵方程。解出各结点位移，就可进而求得各杆端力和杆的应力。而有限单元位移法将这一方法用于连续体结构，首先将连续体离散化为一个个单元，通过单元结点互相连接在一起；然后对离散化得到的单元进行近似处理，设定单元内位移函数，应用弹性力学的基本方程和虚位移原理导出单元结点力和结点位移的关系式；再通过整个离散化结构各结点的结点力与外载荷的平衡，以及对边界约束处理，最后也是得到一个以结点位移为未知量的线性方程组。解方程组首先求得结点位移，再由单元位移函数和相关的弹性力学基本方程计算出各单元应力。一般来说，离散化单元的尺度越小或单元密度越大，解的近似程度越高。因此，一个普通结构的有限元分析，就对应一个大型线性方程组。要形成这样一个方程组并求解，人工处理显然是不行的。也正是电子计算机的出现和计算机技术的发展才给有限元方法的应用和发展提供了可能。

有限元方程组的形成和求解计算只有通过计算机才能完成。除此之外，有限元分析实体模型的建立、单元划分、结点坐标的计算、单元和结点的编号、载荷和约束的施加、有限元计算后位移和应力的显示和其他前后处理也需要投入大量的工作。这些工作在有限元法应用的早期都由人工完成，现在则利用 CAD 和其他计算机图形处理技术来完成。

结构分析的有限元法的实际操作包含以下步骤（以结构静力学分析为例）：

(1) 对所分析结构建立几何模型，可用有限元分析软件的前处理程序完成，也可用三维 CAD 建模软件完成，并导入有限元分析软件。

(2) 选择合适的单元类型，设定材料参数和必要的几何参数，对结构的几何模型进行单元划分，得到结构的由单元和结点组成的离散化模型，这些用有限元分析软件的前处理程序完成。

(3) 对有限元分析模型输入载荷和约束信息，计算单元刚度矩阵，形成总刚度矩阵

和载荷向量，进行约束处理，得到以结点位移为未知量的有限元矩阵方程，求解结点位移，计算单元应力和结点应力，这些由有限元分析软件的求解器完成。

(4) 显示求解和计算结果，可以用彩色云图显示位移和应力的分布，也可用迹线显示特殊部位的位移或应力的变化情况，或用点击方式查询细部点位的位移或应力值，这些由有限元分析软件的后处理程序完成。

编写本书的目的包括两个方面：一是介绍结构有限元分析的基本原理；二是结合有限元技术的最新进展，介绍结构有限元分析的应用方法。只有首先理解结构有限元分析的基本原理，才能避免盲目性，更好地掌握结构有限元分析的应用方法，解决在应用过程中发生的问题，提高分析的效率 and 准确性，为工程结构设计提供可靠的分析结果。

2 结构静力学的有限元分析

2.1 结构静力学有限元分析过程概述

从原理来讲，结构静力学有限元分析包括以下步骤：

(1) 结构的离散化。这是有限元分析的第一步。离散化就是根据结构的特点，选取适当的单元形式，将连续的结构体划分为由有限个单元组成的系统。结构分析的单元形状一般为线段、多边形或多面体，单元间通过结点（单元线段的端点、单元多边形或多面体的顶点或单元边的中点）连接在一起。这也意味着单元间通过结点传递内力和载荷。

(2) 选择单元位移模式。为了用结点位移表示单元上任一点的位移、应变和应力，必须对单元中的位移分布做出一定的假定，即假定位移是坐标的某种函数，作为对真实位移分布的近似，这种函数被称为位移模式或位移函数。根据设定的位移模式，可以导出单元结点位移表示单元上任一点位移的关系式：

$$\{f\} = [N] \{\delta\}^e \quad (2-1)$$

式中 $\{f\}$ ——单元内任一点在各坐标方向的位移分量组成的位移列向量；

$\{\delta\}^e$ ——由单元的所有结点的位移分量组成的列向量；

$[N]$ ——形函数矩阵，其元素为单元任一点位置坐标的函数。

(3) 通过单元力学特性分析，建立单元刚度方程。位移模式选定后，利用弹性力学几何方程，由关系式 (2-1) 导出用结点位移表示的单元内任一点应变的关系式：

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (2-2)$$

式中 $\{\varepsilon\}$ ——单元内任一点所有应变分量组成的应变列向量；

$[B]$ ——应变矩阵。

利用弹性力学物理方程，由关系式 (2-2) 导出用结点位移表示的单元内任一点应力的关系式：

$$\{\sigma\} = [D][B] \{\delta\}^e \quad (2-3)$$

式中 $\{\sigma\}$ ——单元内任一点所有应力分量组成的应力列向量；

$[D]$ ——与单元材料相关的弹性矩阵。

在式 (2-2) 和式 (2-3) 的基础上，利用虚位移原理建立作用于单元的结点力和结点位移之间的关系式，即单元刚度方程：

$$\{R\}^e = [k] \{\delta\}^e \quad (2-4)$$

式中 $\{R\}^e$ ——单元各结点所有结点力分量构成的结点力列向量；

$[k]$ ——单元刚度矩阵，在直角坐标系中，其表达式为：

$$[k] = \iiint [B]^T [D] [B] dx dy dz \quad (2-5)$$

它是一个对整个单元的积分。