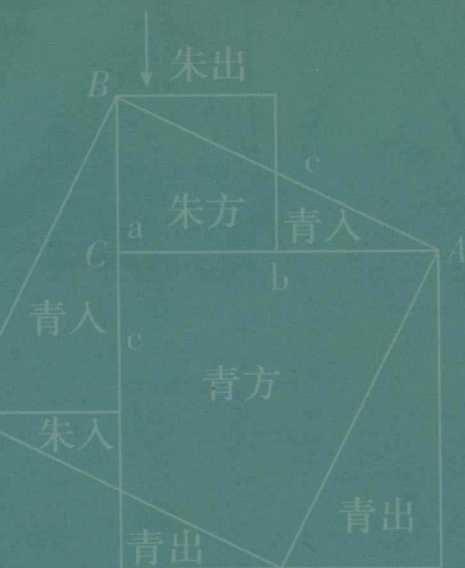


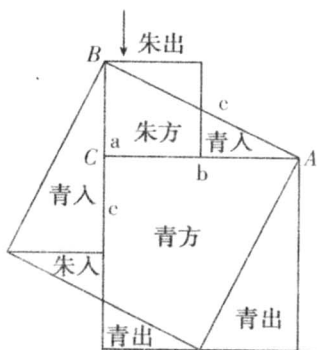
思维

——人类探索大自然的强大武器

读古算书《九章算术》随想

胡皆汉 著





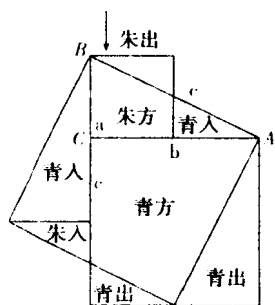
思维

——人类探索大自然的强大武器

读古算书《九章算术》随想

胡皆汉 著

吉林科学技术出版社



思维 —— 人类探索大自然的强大武器

读古算书《九章算术》随想

著 者：胡皆汉

责任编辑：李小木

封面设计：岳青霞

出版发行：吉林科学技术出版社

地 址：长春市人民大街 4646 号 (130021)

印 刷：长春市东新印刷厂

开 本：889×1192mm 1/32

印 张：3.5

字 数：65 千字

版 次：2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5384-1906-1

定 价：15.00 元

作者简介

胡皆汉,1928年7月出生,广东罗定市人。从事科研工作四十余年。七十岁退休前为中国科学院大连化学物理研究所研究员,并于1986年被国务院学位委员会批准为博士生导师,现为大连大学客座教授。退休前,培养博士、硕士研究生25人。在国内外学术期刊上发表科学论文二百三十余篇;出版《分子振动》(译作)、《红外与拉曼光谱的计算原理与计算程序》、《核磁共振波谱学》、《破释分子》与《实用红外光谱学》五本科学著作,和《回眸科研情》与《秋虫集》(诗词集)两本文学性著述。本书是他的第八本著作,强调思维与逻辑推理在科学研究上的重要,也是他对我国当前科学研究上不够重视拓展思维与基础科学研究的某种劝告。

本书内容简介

开动脑筋,学会思维,对任何人都十分重要,对学生来说更是如此。这本小册子,以借助对我国古代若干初等数学问题的讨论为例,以达到启发人们思考思维与推理和创新的能力,很适合中学生、大学生、研究生和老师们的家长们参考和借鉴,很值得人们用心阅读。可作为一本在锻炼思维方面必备的参考书。

前 言

任何科学都需要思维,都需要推理,而数学尤其如此。一个民族的思维方式也要受到其文化背景与历史的影响。数学是关于量与形的思维、推理与定量演绎的学科,它既是自然科学必要的工具,也是它的灵魂。古代数学的发展不但影响着以后数学本身的发展,同时也会影响着天文学、物理学等自然科学的发展,甚至会影响人的思维思考。我国最古老的数学书要推《周髀算经》与《九章算术》两本书了。而《九章算术》是我国古代集算术、代数与几何于一书的一部数学巨著,指导着我国数学发展达近两千年之久。本书作者阅读之后,既感到我们祖先的超凡智慧,但也觉得我们祖先未能发展至演绎体系而感到可惜。这大大的影响了我国以后数学的发展,甚至也影响到我国过去不能发展出定量的精确的物理学等自然科学。造成这种情况当然有许多原因,但数学未能发展至演绎体系与过于实用可能也是其中不小的原因之一。我这本小小的《随想》,想从我国古代数学思维这个角度发表点感想,虽是自己的一孔之见,不一定正确,但作为学术讨论,也不见得有害,因此愿意奉献给读者!

目 录

第一章 《九章算术》	1
一 《九章算术》摘例	2
二 刘徽《九章算术》注	13
第二章 可能发展起来的演绎体系	23
一 最原始的没有注释前的《九章算术》	24
二 刘徽注解了的《九章算术》	26
三 有可能发展起来的演绎(或公理演绎)论证体系	28
第三章 圆方关系的扩展	53
第四章 勾股定律整数解的问题	61
第五章 脱离实用的九宫图	76
第六章 《周髀算经》表影数据的某些讨论	88
附录 I 阿基米德求圆面积的方法与证明	99
附录 II 祖暅之开立圆术	102

第一章 《九章算术》

一 《九章算术》摘例

《九章算术》全书内容,历代版本很多。本书作者主要阅读了两种版本,一本为白尚恕著的《九章算术》注释(1988年科学出版社第二次印刷);另一本为郭书春译注《九章算术》(1998年辽宁教育出版社出版)。读者如需要了解《九章算术》全书内容与注释,可以去详细阅读这两本书。

本小册子只是作者阅读《九章算术》后的一些随想,不需要把《九章算术》注释在这里全部重述,但为了便于讨论与方便读者对《九章算术》有个简单的了解,所以也在这里对书中的每章摘录了二三个例子以及刘徽的一些注解,以便读者对该书有个梗概。

《九章算术》共分九章,其目录为:方田第一,凡三十八问(问题);粟米第二,凡四十六问;衰分第三,凡二十问;少广第四,凡二十四问;商功第五,凡二十八问;均输第六,凡二十八问;盈不足第七,凡二十问;方程第八,凡十八问;勾股第九,凡二十四问。从目录看,便知道它是一本十分实用的数学书,出于人们日常生产、贸易、分配、田亩计算、城沟工程与日常生活等需要的计算问题集。

这本书的最初版本,只有问题和对每个问题的计算方法。为了略知其每章的内容,现对每章摘出其二、三个问题,以见其梗概。

一、方田章

其中问题之一为:(不是原书的问题编号,是此书的摘要

编号,下同)又有田广十二步,纵十四步,问为田几何。答曰:一百六十八步。术曰(计算方法):广纵步数相乘得积步。

问题之二为:今有圭田(等腰三角形田),广(等腰三角形的底)十二步,正纵(等腰三角形的高)二十一步,问为田几何。答曰:一百二十六步。术曰:半广以乘正纵。

问题之三为:今有圆田,周三十步,径(直径)十步。问为田几何。答曰:七十五步。术曰:半周半径相乘得积步(平方步)。

二、粟米章

问题之一为:今有粟一斗,欲为粝米,问得几何。答曰:为粝米六升。术曰:以粟求粝米,三之五而一。(当时粟米之法,规定粟率五十,粝米三十)。

问题之二为:今有菽二斗,欲为豉,问得几何。答曰:为豉二斗八升。术曰:以菽求豉,七之,五而一。

三、衰分章

问题之一为:今有大夫,不更、簪裹、上造、公士,凡五人,共猎得五鹿,欲以爵次分之,问各得几何。答曰:大夫得一鹿三分鹿之二;不更得一鹿三分鹿之一;簪裹得一鹿;上造得三分鹿之二;公士得三分鹿之一。术曰:列置爵数,各自为衰。[列置爵数,就是按爵位的等级,进行分配(为衰);爵位的等级数是:大夫是5,不更是4,簪裹是3,上造是2,公士是1。计算的方法便为,对大夫而言 $5 \times \frac{5}{1+2+3+4+5} = 1 \frac{2}{3}$]。

问题之二为:今有粟米五斛,五人分之,欲令三人得三,

二人得二，问各几何。答曰：三人，人得一斛一斗五升十三分升之五；二人，人得七斗六升十三分升之十二。术曰：置三人，人三；二人，人二；为列衰，副并为法，以五斛乘未并者，各自为实，实如法得一斛。（化为现代的计算为，对三人各得

$$\frac{5 \times 5}{3 \times 3 + 2 \times 2} = 1 \frac{2}{13} \text{斛} = 1 \text{斛} + \frac{20}{13} \text{斗} = 1 \text{斛} 1 \text{斗} + \frac{70}{13} \text{升} = 1 \text{斛} 1$$

斗 5 升又 $\frac{5}{13}$ 升)

问题之三为：今有丝一斤，价值二百四十；今有钱一千三百二十八，问得丝几何。答曰：五斤八两一十二铢五分铢之四。术曰：以一斤价数为法，以一斤乘今有钱数为实，实如法得丝数。

$$\left[\frac{1328}{240} \text{斤} = 5 \frac{128}{240} \text{斤} = 5 \text{斤} + \frac{128 \times 16}{240} \text{两} = 5 \text{斤} + 8 \text{两} \right.$$

$$\left. + \frac{128}{240} \text{两} = 5 \text{斤} + 8 \text{两} + \frac{128 \times 24}{240} \text{铢} = 5 \text{斤} + 8 \text{两} + 12 \text{铢} + \frac{4}{5} \right.$$

铢。（注：1 斤 = 16 两，1 两 = 24 铢）]

四、少广章

问题之一为：今有田广一步半，求田一亩，问纵几何。答曰：一百六十步。术曰：下有半，是二分之一，以一为二，半为一，并之得三，为法；置田二百四十步，亦以一为二乘之，为实，实如法得纵步。（ $\frac{240 \times 2}{2 \times 1 + 1} = 160$ ）。

问题之二为：今有积五万五千二百二十五步，问为方几何。答曰：二百三十五步。术曰：置积为实，议所得；以一乘所借一算为法，而以除，除已；倍法为定法，其复除，折法而

下;复置借算步之如初,以复议一乘之,所得副,以加定法,以除,以所得副徒定法,复除折下如前。若开之不尽者,为不可开,当以面命之;若实有分者,通分内子为定实,乃开之,讫;开其母报除;若母不可开者又以母再乘定实,乃开之,讫,令如母而一。[计算方法(术曰)按

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 公式进行。]如 55235 之开方,便为

$$a = 2, a^2 = 4; 2-20 \text{ (即退一位)}, 2a = 2 \times 20 = 40;$$

$$b = 3, b^2 = 9; 2ab = 2 \times 20 \times 3 = 120, 2ab + b^2 = 120 + 9 = 129;$$

$$c = 2, c^2 = 25; ab = 23, 23-230 \text{ (退一位)}, 2abc = 2 \times 230 \times 5 = 2300;$$

$$2ab + c^2 = 2300 + 25 = 2325。$$

把上述计算综合起来,便为

$$\begin{array}{r} 55225 \sqrt{235} \\ -4 \\ \hline 15225 \\ -129 \\ \hline 2325 \\ 2325 \\ \hline 0 \end{array}$$

问题之三为:今有积一百八十六万八百六十七尺(立方尺),问为立方几何。答曰:一百二十三尺。术曰:置积为实,借一算步之,超二等,议所得;以再乘所借一算为法,而除之,除已,三之为定法,复除,折而下;以三乘所得数置中进行,复

借一算置下行，步之，中超一，下超二位，复置议，以一乘中，再乘下，皆副以加定法，以定法除，除已，倍下并中徒定法，复除，折下如前。开之不尽者，亦为不可开，若积有分者，通分内子为定实，定实乃开之，讫，开其母以报除；若母不可开者，又以母再乘定实，乃开之，讫，令如母而一。[开立方方法，按术曰，是按 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 公式进行；具体计算类似于上题步骤。]

问题之四为：今有积四千五百尺，问为立圆径几何。答曰：二十尺。术曰：置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即丸径。[$d_{(径)} = \sqrt[3]{\frac{16V(\text{体积})}{9}}$ ；此公式不准确（错误），正确的公式为 $d = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$ ；冲之之子祖暅之推得为 $d = \sqrt[3]{2V}$ ；若取 $\pi = 3$ ，便得暅之公式 $d = \sqrt[3]{2V}$ 。

五、商功章

问题之一为：今有垣下广三尺，上广二尺，高一丈二尺，袤二十二丈五尺八寸，问积几何。答曰：六千七百七十四尺（立方尺）。术曰：并上下广而半之，以高若深乘之，又以袤乘之，得积尺。

问题之二为：今有方亭，下方五丈，上方四丈，高五丈，问积几何。答曰：一十万一千六百六十六尺太半尺。术曰：上下方相乘，又各自乘，并之，以高乘之，三而一。[$(50 \times 40 + 50 \times 50 + 40 \times 40) \times 50 \div 3 = 101666.67$ 立方尺。

问题之三为：今有圆亭，下周三丈，上周二丈，高一丈，问

积几何。答曰：五百二十七尺九分尺之七。术曰：上下周相乘，并之，以高乘之，三十六而一。

六、均输章

问题之一为：今有均输粟，甲县一万户，行道八日；乙县九千五百户，行道十日；丙县一万二千三百五十户，行道十三日；丁县一万二千二百户，行道二十日；各到输所，凡四县赋，当输二十五万斛，用车一万乘，欲以道里远近，户数多少，衰出之，问粟车各几何。答曰：甲县粟八万三千一百斛，车三千三百二十四乘；乙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘；丙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘；丁县粟四万五千五百斛，车一千六百二十二乘。术曰：令县户数，各如其本行道日数而一，以为衰，甲衰一百二十五，乙丙衰各九十五，丁衰六十一，副并为法，以赋粟车数乘未并者，各自为实，实如法得一车，有分者，上下辈之，以二十五斛乘车数，即粟数。

问题之二：今有不善行者先行十里，善行者追之一百里，先至不善行者二十里，问善行者几何里及之。答曰：三十三里少半里。术曰：置不善行者先行十里，以善行者先至二十里增之，以为法；以不善行者先行十里，乘善行者一百里，为实，实如法得一里。 $(\frac{10 \times 100}{10 + 20} = 33 \frac{1}{3})$ 。

七、盈不足章

问题之一：今有共买物，人出八，盈三，人出七，不足四，问人数物价各几何。答曰：七人；物价五十三。术曰：盈不足

相与同共買物者，置所出率，盈不足各居其下，令维乘所出率，并以为实，并盈不足为法；有分者，通之，副置所出率，以少减多，余以约法实，实为物价，法为人数。（术曰的计算方法，设 a_1 为出，盈为 b_1 ； a_2 出，不足为 b_2 ，计算方法为物价 =

$$\frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{|a_1 - a_2|} = \frac{8 \times 4 + 7 \times 3}{8 - 7} = 53; \text{人数} = \frac{b_1 + b_2}{|a_1 - a_2|} = \frac{3 + 4}{8 - 7} = 7。$$

用现代代数计算，设 x 为人数， y 为物价，便有 $8x = y + 3, 7x = y - 4$ ，解之得 $x = 7, y = 53$ ）。

问题之二：今有共買犬，人出五，不足九十，人出五十，适足，问人数犬价各几何。答曰：二人；犬价一百。术曰：以盈及不足之数为实，置所出率，以少减多，余为法，实如法得一人；其求物价者，以适足乘人数得物价。

八、方程章

问题之一：今有上禾三秉（秉者束也，或捆也），中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗；问上中下禾实一秉，各几何。答曰：上禾一秉九斗四分斗之一；中禾一秉四斗四分斗之一；下禾一秉二斗四分斗之三。术曰：置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗，于右方，中左禾列如右方，以右行上禾徧乘中行而以直除，又乘其次，亦以直除，然以中行中禾不尽者，而以直除，左方下禾不尽者，上为法，下为实，实即下禾之实；求中禾，以法乘中行下实，而除下禾之实，余如中禾秉数而一，即中禾之实；求上禾亦以法乘右行下实，而除下禾中禾之实，余如上禾秉数而一，

即上禾之实，实皆如法，各得一半。按术文“置上禾三乘，…，中，左行列入右方。”列出即为

	左行	中行	右行
上禾	1	2	3
中禾	2	3	2
下禾	3	1	1
实	26	34	39

$$\text{或} \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{array} \right.$$

“以右行上禾徧乘中行而以直除”，即是以右行上禾的乘数3，遍乘中行各项得

	左行	中行	右行
上禾	1	6	3
中禾	2	9	2
下禾	3	3	1
实	26	102	39

$$\text{或} \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + z = 39 \\ 6x + 9y + 3z = 102 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{array} \right.$$

...

继续解之得 x (上禾一乘) $=9\frac{1}{4}$ 斗;

y (中禾一乘) $=4\frac{1}{4}$ 斗;

z (下禾一乘) $=2\frac{3}{4}$ 斗。

问题之二:今有五羊四犬三鸡二兔,直钱一千四百九十六;四羊二犬六鸡三兔,直钱一千一百七十五;三羊一犬七鸡五兔,直钱九百五十八;二羊三犬五鸡一兔,直钱八百六十一;问羊犬鸡兔价各几何。答曰:羊价一百七十七;犬价一百二十一;鸡价二十三,兔价二十九。术曰:如方程,以正负术入之。

九、勾股章

问题之一:今有勾三尺,股四尺,问弦几何。答曰:五尺。术曰:勾股各自乘,并,而开方除之,即弦。

问题之二:今有立木,系索其末,委地三尺,引索却行,去本八尺而索尽,问索长几何。答曰:一丈二尺六分尺之一。术曰:以去本自乘,令如委数而一,所得,加委地数而半之,即索长。[以 c 为索长, b 为木高, a 为去木8尺, $c-b=3$ 尺,术曰之计算方法便为 $c = [\frac{a^2}{c-b} + (c-b)] \div 2 = [\frac{8^2}{3} + 3] \div 2 = \frac{73}{6} = 12\frac{1}{6}$ 。现今之算法, $a = b + 3, a = 8$ 尺, $b = c - 3, c^2 = (c - 3)^2 + 8^2, c^2 = c^2 - 6c + 9 + 64, c = \frac{73}{6} = 12\frac{1}{6}$ 尺。

问题之三:今有开门去阂(门槛)一尺,不合(没有合上)