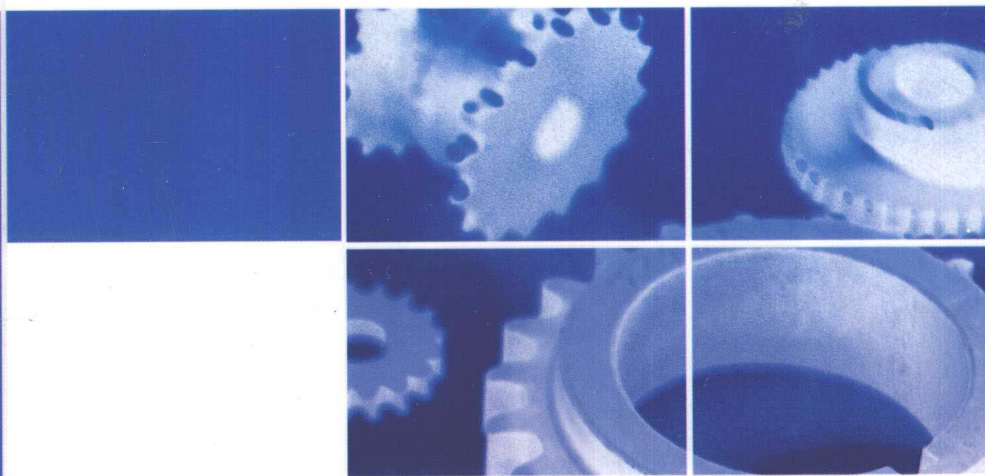


普通高等教育“十二五”规划教材



机械设计基础

第2版

董玉平 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



本书是根据高等工科院校机械设计基础（机械原理及机械零件）课程教学基本要求编写的。

本书包括常用机构、机械设计概论、传动零部件、轴和轴承、弹簧等内容。为加强本书的系统性，有利于应用和基本技能的训练，专门编入了机械传动总论一章。另外在第一、二章中，叙述了物体受力分析与平衡和构件受力变形及其应力分析等内容，以适应当前模块式教学改革的需要。每章后还附有适量的例题和习题。

本书主要作为高等工科院校非机械类机械设计基础课程的教材，也可供有关工程技术人员参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

机械设计基础/董玉平主编. —2版. —北京：机械工业出版社，
2012.3

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 37235 - 6

I. ①机… II. ①董… III. ①机械设计 - 高等学院 - 教材
IV. ①TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 012420 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：余 皞 责任编辑：余 皞 韩旭东

版式设计：霍永明 责任校对：张莉娟

封面设计：张 静 责任印制：杨 曦

北京京丰印刷厂印刷

2012 年 9 月第 2 版·第 1 次印刷

184mm×260mm·17.5 印张·432 千字

标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 37235 - 6

定价：34.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010) 88361066 教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售一部：(010) 68326294 机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010) 88379649 机工官博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

第2版前言

本书是根据教育部批准印发的高等学校工科“机械设计基础课程教学基本要求”（非机械专业适用，2009.7.13通过）的精神，以培养应用型人才为指导思想，结合几年来各校使用本教材的教学实践情况，充分考虑各位同仁和读者的建议而修订的。

编者对原书作了较全面、系统的修改和补充，力求使其更加充实、完善，重点突出，通俗易懂。与第1版相比，本次修订主要更新和增补的内容有：

1) 对各章节的结构和基本概念进行了推敲和更新，力求严谨、确切，便于教学。

2) 根据最新颁布的国家标准，对相关内容予以更新。

3) 对基本理论及有关公式的论证与推导予以简化，着重于在设计中的应用，使其更加清晰、明确。

参加本书编写的有董玉平（绪论、第十五、十六章）、刘鸣（第九、十、十一章）、孟剑峰（第五、六章）、刘文平（第十二、十四、十九章）、张磊（第四、七、八章）、李文娟（第一章）、王卫东（第二章）、吴琼（第十三、十七章）、孟磊（第三章）、程方启（第十八、二十章），本书由董玉平担任主编，刘鸣、孟剑峰、刘文平担任副主编。

特别邀请刘国栋教授担任主审。

由于编者水平有限，殷切希望广大同仁和读者在使用过程中对本书的错误和欠妥之处提出批评和指正。

编 者

第 1 版前言

本书是根据 1987 年原国家教委颁发的《高等工业学校机械设计基础（原机械原理及机械零件）课程教学基本要求》，结合多年的教学经验和非机类各专业发展的要求，并吸收近年来国内外同类教材的优点编写的。

本书在内容上，贯彻少而精的原则，注重基本理论、基本知识、基本技能的训练和创新思维设计能力的培养。在编写中，力求深入浅出，主次分明，语言精炼。

本书在体系上，从机械的总体设计出发，在阐述各种常用机构和通用零、部件的设计以后，专设机械传动总论一章，以强化课程的整体性和系统性。

为满足当前教学改革的需要，在精减内容、压缩学时的前提下，使非机类各有关专业有一个完整、系统的机械知识结构，本书给出了物体受力分析与平衡和构件受力变形及其应力分析等内容。

本书采用了最新国家标准。

参加本书编写的有董玉平（绪论、第十五、十六章）、刘鸣（第九、十一、十三章）、王树英（第八、十二、十四章）、孟剑峰（第五、六章）、侯明亮（第十八、十九、二十章）、李沛刚（第三、四章）、程建辉（第十七章）、吴琼（第十章）、徐宁（第七章）、李文娟（第一章）、王卫东（第二章），全书由董玉平担任主编。

本书由于宏晋教授、刘国栋教授担任主审。王梦珠老师在本书编写中给予了很大帮助，在此谨致以衷心的感谢。

由于编者水平所限，本书难免有错误和不妥之处，殷切希望同行和广大读者批评指正。

编 者

目 录

第2版前言

第1版前言

绪论 1

第一节 机械的组成 1

第二节 本课程研究的对象和内容 1

第三节 本课程的性质、任务 和学习方法 2

第一章 物体受力分析与平衡 4

第一节 基本概念和物体的受力 分析 4

第二节 平面汇交力系 8

第三节 力对点之矩、力偶 10

第四节 平面任意力系 12

第五节 摩擦 16

第六节 空间力系 19

习 题 26

第二章 构件受力变形及其应力

分析 29

第一节 概述 29

第二节 轴向拉伸和压缩 30

第三节 剪切和挤压 34

第四节 扭转 35

第五节 梁的对称弯曲 39

第六节 组合变形时的强度计算 44

第七节 交变应力 50

习 题 50

第三章 平面机构的自由度和速度

分析 54

第一节 运动副及其分类 54

第二节 平面机构的运动简图 55

第三节 平面机构的自由度 57

第四节 速度瞬心及其在机构速度 分析中的应用 61

习 题 63

第四章 平面连杆机构 65

第一节 铰链四杆机构及其演化 65

第二节 平面四杆机构的基本运动

特性 69

第三节 平面四杆机构的设计 71

习 题 74

第五章 凸轮机构 76

第一节 凸轮机构的应用和分类 76

第二节 从动件常用运动规律 77

第三节 按给定运动规律设计 凸轮轮廓 80

第四节 凸轮设计中应注意的问题 83

习 题 84

第六章 齿轮机构 86

第一节 齿轮机构的应用和分类 86

第二节 齿廓啮合基本定律 87

第三节 渐开线及渐开线齿轮 88

第四节 渐开线标准直齿圆柱齿轮的基本 参数和几何尺寸 89

第五节 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合 传动 91

第六节 渐开线直齿轮的切削加 工方法 93

第七节 根切现象、最少齿数及变位 齿轮的概念 94

第八节 斜齿圆柱齿轮机构 95

第九节 锥齿轮机构 99

习 题 101

第七章 间歇运动机构 102

第一节 槽轮机构 102

第二节 棘轮机构 103

第三节 不完全齿轮机构 105

习 题 106

第八章 轮系 107

第一节 轮系的分类 107

第二节 定轴轮系的传动比 107

第三节 周转轮系及其传动比 109

第四节 混合轮系及其传动比 112

第五节 其他类型的行星传动简介 112

习 题	116	第七节 齿轮结构与润滑	183
第九章 机械设计概论	118	习 题	186
第一节 机械零件设计的基本 要求和过程	118	第十四章 蜗杆传动	188
第二节 机械零件的常用材料及选择	119	第一节 概述	188
第三节 机械零件的工作能力和 计算准则	123	第二节 蜗杆传动的主要参数和几 何尺寸	189
第四节 现代机械设计方法简介	126	第三节 蜗杆传动的效率、润滑 及热平衡计算	191
习 题	127	第四节 蜗杆、蜗轮的材料及结构	194
第十章 联接	128	第五节 蜗杆传动的强度计算	195
第一节 螺纹联接的基础知识	128	习 题	198
第二节 机械制造中的常用螺纹	131	第十五章 机械传动总论	200
第三节 螺纹联接的基本类型和紧 固件	132	第一节 机械传动的功用	200
第四节 螺纹联接的预紧与防松	133	第二节 机械传动的选择	203
第五节 螺纹联接的强度计算	135	第三节 机械传动的运动和动力计算	204
第六节 键联接和花键联接	141	第四节 机械传动方案设计示例	206
习 题	144	习 题	209
第十一章 带传动	145	第十六章 弹性元件	210
第一节 概述	145	第一节 概述	210
第二节 V 带和 V 带轮	146	第二节 螺旋弹簧	211
第三节 带传动的工作情况分析	149	第三节 片簧	219
第四节 V 带传动的设计计算	152	第四节 其他类型弹性元件简介	221
第五节 V 带传动的张紧装置	158	习 题	223
习 题	159	第十七章 轴	224
第十二章 链传动	160	第一节 概述	225
第一节 概述	160	第二节 轴的结构设计	225
第二节 传动链和链轮	160	第三节 轴的强度计算	228
第三节 链传动的运动特性和参数 选择	163	习 题	233
第四节 链传动的设计计算	165	第十八章 滑动轴承	235
习 题	167	第一节 概述	235
第十三章 齿轮传动	169	第二节 滑动轴承的结构型式	235
第一节 齿轮传动的失效形式和材料	169	第三节 滑动轴承的材料	237
第二节 齿轮传动的精度	170	第四节 滑动轴承的润滑	239
第三节 圆柱齿轮传动的受力 及计算载荷	171	第五节 非液体摩擦滑动轴承的 计算	242
第四节 直齿圆柱齿轮传动的 强度计算	172	第六节 液体摩擦滑动轴承简介	244
第五节 斜齿圆柱齿轮传动的 强度计算	179	习 题	245
第六节 直齿锥齿轮传动的强度计算	182	第十九章 滚动轴承	246
		第一节 概述	246
		第二节 滚动轴承类型的选择	249
		第三节 滚动轴承的失效形式及寿命 计算	250

第四节 滚动轴承组合设计	255	第二节 联轴器的选择	267
第五节 非标准散装滚动轴承	259	第三节 离合器及主要类型	268
习 题	261	习 题	271
第二十章 联轴器和离合器	263	参考文献	272
第一节 联轴器的种类及特点	263		

绪 论

机械是机器和机构的总称，是人类在生产中用以减轻或代替体力劳动和提高生产率的主要工具。随着科学技术的发展，使用机械进行生产的水平已经成为衡量一个国家技术水平和现代化程度的重要标志之一。

第一节 机械的组成

机械的种类繁多，形式各不相同。但就其组成来说，一部完整的机械主要有以下四个部分，如图 0-1 所示。

原动机 是机械的动力来源，除最常用的电动机外，尚有热力机（内燃机、汽轮机、燃气机）。原动机的作用是把其他形式的能转变为机械能以驱动机械运动和作功。

执行部分 或称工作部分，是直接完成机器预定功能的部分，如起重机的吊钩、车床的刀架、仪表的指针等。

传动部分 它是将原动机的运动和动力传递给工作部分的中间环节，在传递运动方面，它可以改变运动速度、转换运动形式等，从而满足执行部分的各种要求。如将高转速变为低转速，小转矩变为大转矩，回转运动变为直线运动等。

控制部分 或称操纵部分，使操作者能随时实现或终止各自预定的功能。如机器的开停、运动速度和方向的改变等。一般来说，现代机械的控制部分包括机械控制和电子控制系统。随着科学技术和生产力的发展，对机械的功能和高度自动化的要求日益增长，因此对控制系统的要求也越来越高。

上述前三部分可以组成简单的机器，有的甚至只有原动机和执行部分，如水泵、砂轮机。但是对于较复杂的机器，除有上述四个基本组成部分外，还有润滑装置、照明装置等辅助部分。

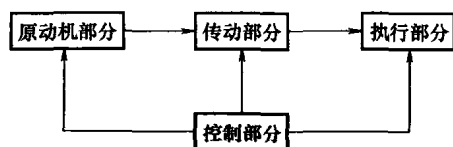


图 0-1 机械的组成

第二节 本课程研究的对象和内容

在现代机械中，常用的传动系统有机械的、电力的、液压的和气压的，其中机械传动应用最广。机械传动通常是由各种机构和各种零件组成的。

图 0-2 所示单缸四冲程内燃机，它是由气缸体 1、活塞 2、进气阀 3、排气阀 4、连杆 5、曲柄 6、凸轮 7、顶杆 8、大齿轮 9 和小齿轮 10 等组成的。燃气推动活塞作往复移动，经连杆转变为曲轴的连续转动。凸轮和顶杆是用来启闭进、排气阀的。在曲轴和凸轮轴之间安装了齿数比为 1:2 的齿轮曲轴，是保证曲轴每转两周进、排气阀各启闭一次。这样，当燃气推

动活塞运动时,进排气阀有规律地启闭,就把燃气的热能转换为曲轴转动的机械能。该内燃机主要包括由气缸体(机架)、活塞(视作滑块)、连杆和曲柄组成的曲柄滑块机构,由凸轮、顶杆和机架组成的凸轮机构以及齿轮和机架组成的齿轮机构。

由以上实例可以看出,机构的特征是:人为的实物组合,其各部分之间具有确定的相对运动。机器是由机构组成的,一部机器可以包含几个机构,也可以只包含一个机构,如电动机、鼓风机。机器具备机构的两个特征,而且还能够实现能量的转换(如内燃机、发电机)或完成有效的机械功(如起重机、机床)。仅从结构和运动的观点看,机器与机构并无区别,因此,通常把机器与机构统称为机械。

组成机构的各个相对运动的实体称为构件。构件可以是单一的整体(如活塞),也可以是多个零件的刚性联接如图0-2所示内燃机中,凸轮7与大齿轮9、曲轴6与小齿轮10都是作为一个整体作回转运动,各构成一个构件。连杆也是由许多零件构成的,这些零件形成一个整体而进行运动,所以称为一个构件。由此可知,构件是运动的单元,而零件是制造的单元。

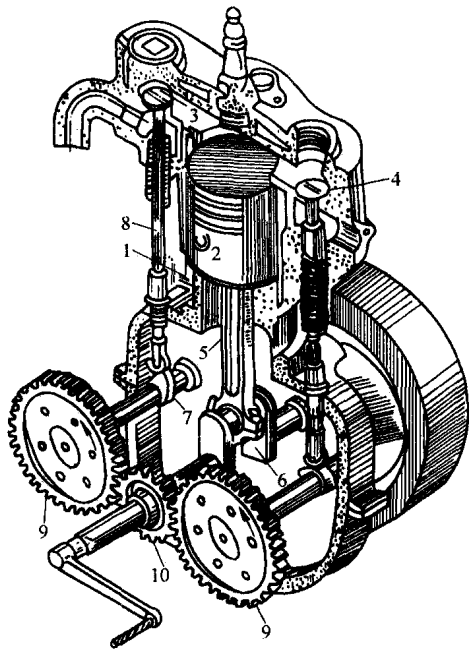


图0-2 单缸四冲程内燃机

机械中的零件分为两类,一类是通用零件,在各类机械中普遍使用,它们在不同机器中所起的作用和工作原理都基本相同,如齿轮、螺钉、轴、弹簧等;另一类是专用零件,相对于通用零件仅在某些类型机械中应用,如内燃机的活塞、电动机的转子等。

此外,机械工程中也通常把为完成同一任务,在结构上独立加工装配并协同工作的零件组合体称为部件,如滚动轴承、联轴器、减速器等。一般大型机械设备都是由若干部件组成的,如车床有主轴箱、尾架及进给箱等部件。

随着现代科学技术的发展,机器和机构的概念及其特征也都有了相应的扩展。在某些情况下,组成机构的构件或零件除刚体外,气体或液体也参与实现预期的机械运动。现代的机器更具有智能化,不仅具有处理物质和能量的功能,而且具有处理信息的功能;不仅可以部分代替人的体力劳动,也将部分代替人的脑力劳动(如智能机器人),成为人类体力、智力的延伸。机器的智能化,将是未来机械工业发展的重要趋势。

机械设计基础主要研究机械中常用机构和通用零、部件的工作原理、结构特点、基本设计原理和计算方法,同时简单介绍与本课程有关的国家标准和规范。

第三节 本课程的性质、任务和学习方法

“机械设计基础”是一门介绍机械设计基本知识、基本理论和基本方法,并培养学生具有一定设计能力的技术基础课。

随着科学技术的进步和生产过程的机械化、自动化水平的不断提高,机械在各个领域中

的应用日益广泛。对于从事机械相关工作的工程技术人员，在生产管理中，必然遇到机械设备的管理问题；在生产过程中，必然遇到机械设备的使用、维护和充分发挥其效能的问题；在技术革新中，也必然要相应地解决有关机械设备方面的问题。这就要求相关专业的技术人员，都要具备一定的机械及机械设计基础知识，这就是学习机械设计基础课程的目的和任务。

本课程的主要任务是：

- 1) 培养学生（树立）正确的设计思想和机械设计能力，尤其是创新设计能力。
- 2) 培养学生掌握机械设计的一般规律和常用机构及通用零、部件的设计原理、方法，使之能进行一般机构和简单机械装置的设计。
- 3) 培养学生运用有关标准、规范、手册、图册及查阅有关技术资料的能力。
- 4) 使学生掌握一些机械设计的试验方法的技能。
- 5) 使学生对机械设计的发展趋势和方向有一定的了解。

本课程是一门综合性、实践性很强的课程，在学习本课程以前，应具备机械制图、工程力学、工程材料等先修课程的基础理论和金工实习生产劳动的实践知识。因此，学习中要注意以下几点：

- 1) 随时复习和巩固有关先修课程，注意提高综合应用各门课程知识的能力。
- 2) 理论联系实际，重视用所学的理论知识解决工程实际问题。
- 3) 注意设计原理和公式的使用条件，抓住重点、难点及分析问题的思路和方法。
- 4) 及时复习并按时完成作业。

第一章 物体受力分析与平衡

第一节 基本概念和物体的受力分析

一、基本概念

1. 力

力是物体间的相互作用，力对物件的作用效应是使物体的机械运动状态发生变化或使物体产生变形。前者称为力的外效应（又称运动效应）；后者称为力的内效应（又称变形效应）。在理论力学中，把物体看做不变形的刚体，也就是只研究力的运动效应，在材料力学里才研究力的变形效应，这时就必须以另一种模型——变形固体来代替。在静力学中研究的对象主要是刚体，所以也称刚体静力学。

实践表明，力对物体的作用效应取决于以下三个要素：①力的大小；②力的方向（包括方位和指向）；③力的作用点。

在国际单位制中，以牛顿（N）或千牛顿（kN）为力的单位。

力是矢量。力的图像表示是一有向线段，线段的长度按选定的比例表示力的大小，线段的方位和箭头指向表示力的方向，线段的始端（或末端）表示力的作用点（图 1-1）。当用符号表示力矢量时，一般应用黑体字母 $\boldsymbol{F}$ 。 F 表示力的大小。

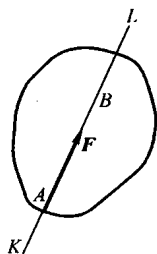


图 1-1 力的图像表示

2. 力系

力系是指作用于同一物体的一群力。各力的作用线在同一平面内的力系称为平面力系，不在同一平面内的力系称为空间力系。各力的作用线相交于同一点的力系称为汇交力系（或共点力系）；各力的作用线相互平行的力系称为平行力系；各力的作用线既不相交于一点又不相互平行的力系称为任意力系。

如果作用于物体上的力系可以用另一力系来代替而作用效果相同，那么这两个力系互称为等效力系。如果物体在某一力系作用下，其运动状态不变，则称此力系为平衡力系。

3. 力的性质

（1）二力平衡公理 一刚体在二力作用下处于平衡状态，其必要和充分条件是：此二力大小相等，方向相反，且作用在同一直线上（图 1-2）。这两个力可能是拉力，也可能是压力。

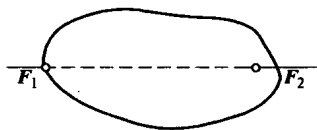


图 1-2 二力平衡条件

工程中常见到只受二力作用而处于平衡的构件，称之为二力构件，或称二力杆。显然该两力沿作用点的连线具有等值、反向、共线的特性。

（2）力的可传性 作用于刚体上的力可以沿其作用线移动到刚体内的任意一点，而不改变该力对刚体的作用效应。

证明：设力 $\boldsymbol{F}$ 作用于某刚体上的点 A （图 1-3a），在力 $\boldsymbol{F}$ 作用线上任取一点 B ，并加上

等值、反向、共线的两个力 F_1 、 F_2 ，使 $F_1 = -F_2 = F$ (图 1-3b)。显然， F 、 F_2 组成一对平衡力系，去掉该力系，于是只剩下作用于点 B 的力 F_1 (图 1-3c)，这就相当于将力 F 自点 A 沿其作用线移至点 B 。

由上述讨论可知，作用于刚体上的力是滑移矢量，其三要素可改变为：力的大小、方向和作用线。

(3) 力的平行四边形法则 作用在物体上同一点的两个力，可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向由两力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定，如图 1-4a 所示，这称为力的平行四边形法则。用矢量式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

由作图求合力时，通常只需画出半个平行四边形，即三角形就足够了。从任一点 a 开始画矢量 $\vec{ab} = \mathbf{F}_1$ ，再从点 b 画矢量 $\vec{bc} = \mathbf{F}_2$ ，封闭边矢量 $\vec{ac}$ 便代表合力 $\mathbf{F}_R$ 的大小和方向 (图 1-4b)。三角形 abc 称为力三角形，这种求合力的方法称为力三角形法。

力的平行四边形法则是力系合成的主要依据，同时，它也是力分解的法则。在实际问题中，常将两力沿互相垂直的方向分解，所得的两个分力称为正交分力。

推论 (三力汇交定理) 刚体在受同平面内的三个不平行的力作用而平衡时，此三力的作用线必相交于一点，这一性质称为三力汇交定理。

(4) 作用与反作用定律 两物体间的作用力与反作用力总是大小相等，方向相反，沿同一直线，分别作用在这两个物体上。这一性质称为作用与反作用定律或牛顿第三定律。

力总是成对出现，有作用力必然有反作用力。它们同时出现，同时消失。

二、约束和约束反力

限制物体运动的其他物体称为约束。约束对该物体的作用力，称为约束反力。被约束的物体除受约束反力外，同时还承受其他载荷，如重力、气体压力、切削力等，它们被称之为主动力。约束反力取决于约束本身的特征，同时还与主动力有关，它属于被动力。

下面介绍工程中常见的几种约束类型。

1. 柔性体约束

绳子、链条、皮带、钢丝等柔性物体，只能阻止物体沿柔性体伸长方向的运动而不能阻止其他任何方向的运动，因而这类约束的约束反力必沿柔性体的中心线且背离被约束的物体，通常用 F_T 表示 (图 1-5)。

2. 光滑接触面约束

这类约束由表面为理想光滑的物体构成。它只能阻止物体沿接触面的公法线且趋向于约束内部的运动。因此，其约束反力沿接触面的公法线且指向被约束的物体，通常

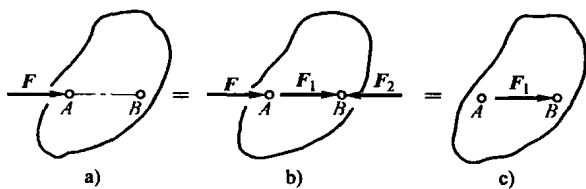


图 1-3 力的可传性

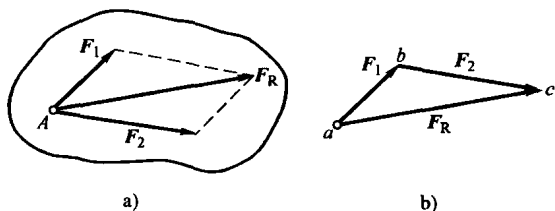


图 1-4 力的合成

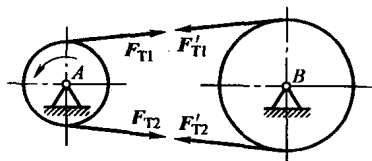


图 1-5 柔性体约束

用 F_N 表示 (图 1-6)。

3. 光滑铰链约束

这类约束包括圆柱形铰链约束和球形铰链约束。

(1) 圆柱形铰链约束 这类约束是由销钉联接两带孔的构件组成。工程中常见的有中间铰链约束、固定铰链约束和活动铰链约束三种形式。销钉把具有相同孔径的两可动物体联接起来,便构成了中间铰链约束 (图 1-7a)。当忽略摩擦时,销钉对两物体的约束相当于光滑接触面约束,因此其约束反力必沿接触面的公法线指向物体。但物体与销钉接触点的位置与其受力有关,预先不能确定,所以约束反力的方向亦不能确定,通常用两正交分量 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来代替。各分矢量的指向可任意假设。图 1-7b 为其力学模型。如果销钉联接的两物体中有一个固定在地面或机架上 (图 1-8a),这类约束称为固定铰链约束,其约束反力的表示方法与中间铰链约束相同,图 1-8b 为其力学模型。根据工程需要,把固定铰链约束用几个辊轴支承在光滑面上,便构成了活动铰链约束 (图 1-9a)。这种约束是由光滑面和铰链两种约束组合而成的一种复合约束型式,其约束反力的作用线必垂直于支承面且过铰链中心。图 1-9b 为其力学模型。

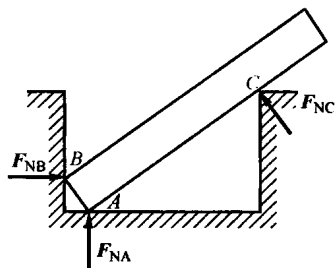


图 1-6 光滑面约束

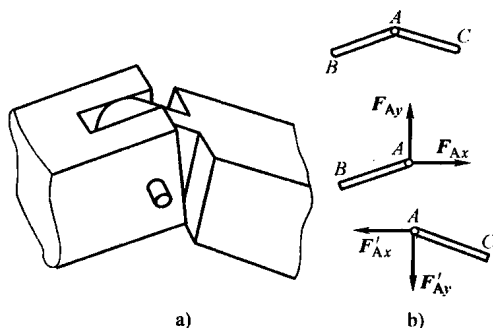


图 1-7 中间铰链约束

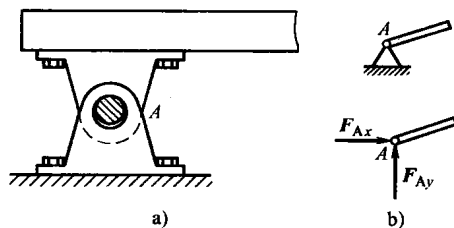


图 1-8 固定铰链约束

(2) 球形铰链约束 这是一种空间约束形式。杆端的球体放在球窝内便构成了球形铰链约束 (图 1-10a)。球体可在球窝内任意转动,但不能沿径向移动,因此其约束反力作用于接触点且通过球心。但由于接触点的位置与其受力有关,不能预先确定,故约束反力亦不能预先确定,可用三个正交分量 F_{Ox} 、 F_{Oy} 、 F_{Oz} 来代替。图 1-10b 为其力学模型。

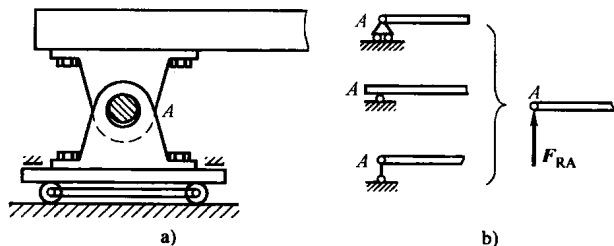


图 1-9 活动铰链约束

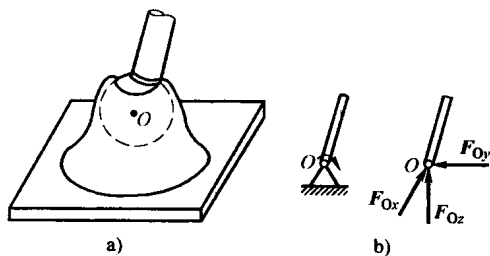


图 1-10 球形铰链约束

4. 向心轴承约束和止推轴承约束

在机械中还有两种常见的约束形式：向心轴承约束和止推轴承约束，其约束反力的特征与圆柱形铰链和球形铰链类似，其结构简图及力学模型分别如图 1-11 和图 1-12 所示。

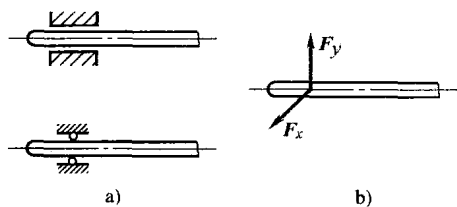


图 1-11 向心轴承约束

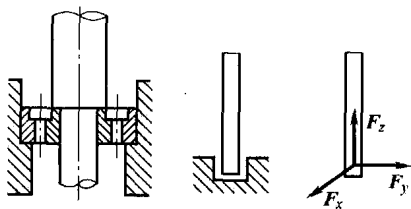


图 1-12 止推轴承约束

三、受力分析——画受力图

在工程实际中，为了求出未知的约束反力，需要根据已知力，应用平衡条件求解。为此，首先要确定研究对象，并分析其受力情况，这个过程称为受力分析。为了清晰地表示物体的受力情况，需要把它从其相联系的周围物体中分离出来，被分离出来的物体称为分离体，然后在分离体上画出作用于其上的所有力（包括主动力和约束反力），这种表示物体受力情况的简明图形称为受力图。

对研究对象进行受力分析并正确地画出其受力图，是解决静力学问题的一个重要步骤。下面通过例子说明受力图的画法。

例 1-1 如图 1-13a 所示的三铰拱结构，由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计，在拱 AC 上作用一铅垂载荷 F 。试分别画出拱 AC 和 BC 的受力图。

解 1) 取拱 BC 为研究对象，画出其分离体图。由于自重不计， BC 只在 B 、 C 两处受到铰链约束，因此拱 BC 为二力杆。由二力平衡条件，可确定 B 、 C 处的约束反力 F_B 、 F_C （图 1-13b）。

2) 取拱 AC 为研究对象，画出其分离体图。由于自重不计，主动力只有载荷 F 。在铰链 C 处拱受到 BC 给它的反作用力 F'_C 。由作用和反作用定律， $F'_C = -F_C$ 。由于 A 处约束反力方位未定，可用两正交分量 F_{Ax} 、 F_{Ay} 代替（图 1-13c）。

另外，通过进一步分析可知，拱 AC 在三个共面力作用下处于平衡状态，由三力汇交定理，可确定铰链 A 处约束反力 F_A 的方位（图 1-13d）。

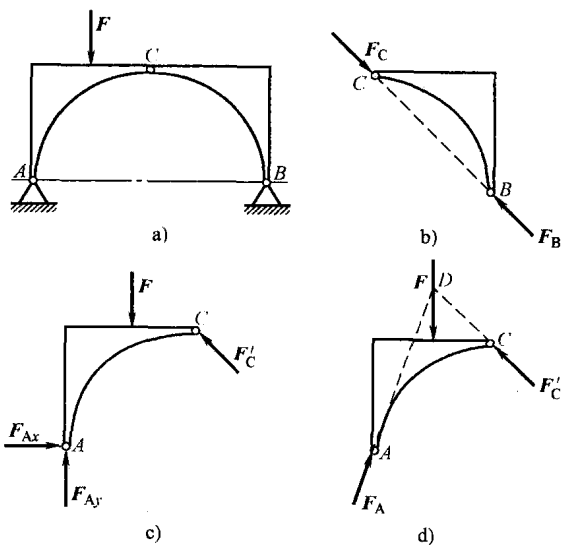


图 1-13 受力图的画法

第二节 平面汇交力系

本节将用两种方法讨论平面汇交力系的合成与平衡问题。

一、平面汇交力系的合成与平衡——几何法

1. 平面汇交力系的合成

设在刚体上作用一平面汇交力系 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 ，各力作用线汇交于点 A 。根据刚体内部力的可传性，将各力沿其作用线移至汇交点 A （图 1-14a）；然后连续应用力的三角形法将各力依次合成，最后得到一个通过汇交点 A 的合力 F_R （图 1-14b）。多边形 $abcde$ 称为此平面汇交力系的力多边形，其封闭边 ae 即表示此平面汇交力系的合力的大小和方向，这种利用几何作图求合力的方法称为几何法。

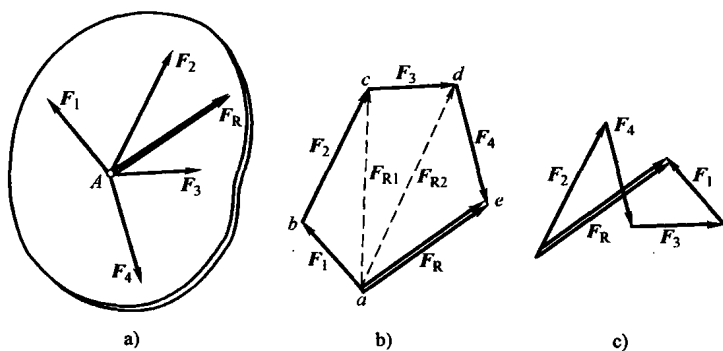


图 1-14 平面汇交力系的合成与平衡——几何法

实际作图时，中间合力矢 F_{R1} 、 F_{R2} 的虚线不必画出，只要将力系中各矢量依次首尾相接地连成折线，然后用一矢量连接折线的首末两点，即可得一封闭的力多边形，封闭边即为该力系的合力。并且，所得结果与各力矢合成的先后顺序无关。改变合成顺序所得合力矢不变，但力多边形的形状将会改变（图 1-14c）。合力 F_R 的矢量表示式为

$$F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (1-1)$$

上述方法可推广到任意个汇交力的情况。此时力系的合成可表示为

$$F_R = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \Sigma F \quad (1-2)$$

即平面汇交力系的合成结果是一个合力，它等于该力系中各力的矢量和，其作用线通过原力系的汇交点。

2. 平面汇交力系平衡的几何条件

若用几何法求平面汇交力系的合力时，各力矢所构成的力多边形自行封闭（即第一个力的始端与最后一个力的终端相重合），则合力 F_R 等于零，该力系为平衡力系。所以平面汇交力系平衡的必要与充分的图解条件是：该力系的力多边形自行封闭。以矢量式表示，平面汇交力系的平衡条件为

$$F_R = \Sigma F = 0 \quad (1-3)$$

二、平面汇交力系的合成与平衡——解析法

解析法是通过力矢在坐标轴上的投影来分析力系的合成及其平衡条件。

1. 力在坐标轴上的投影与力的解析表达式

设有一力 F ，它与 x 轴正向之间的夹角为 α ，与 y 轴正向之间的夹角为 β （图 1-15）。从力 F 的两端 A 和 B 分别向 x 轴作垂线 Aa 及 Bb ，则从垂足 a 到垂足 b 的线段 ab 的长度，冠以适当的正负号，称为力 F 在 x 轴上的投影，用 F_x 表示。力在轴上的投影是代数量。若投影线段 ab 与 x 轴正向一致，则 F_x 为正值；相反则为负值。

由直角三角形 ABC ，可得

$$F_x = F \cos \alpha \quad (1.4)$$

应该注意，式 (1.4) 中的 F 代表力矢 F 的模（或大小），一定是正值。因此可以看出，当角 α 是锐角时， $F_x > 0$ ，当角 α 是钝角时， $F_x < 0$ 。

同样，设用 F_y 代表力 F 在 y 轴上的投影，则

$$F_y = F \cos \beta \quad (1.4)'$$

若已知 α 、 β 与 F ，可通过式 (1.4)' 求出力在轴上的投影大小；反之，若已知 F_x 与 F_y ，则 F 、 α 与 β 可通过式 (1.5) 求出

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \cos \alpha = F_x / F, \cos \beta = F_y / F \quad (1.5)$$

由图 1-15 可知，力 F 可沿正交轴 Ox 、 Oy 分解为两个分力 F_x 和 F_y ，分力与力的投影之间有下列关系

$$F_x = F_x i, F_y = F_y j$$

由此可得到力的解析表达式为

$$F = F_x i + F_y j \quad (1.6)$$

式中， i 、 j 分别为沿 x 轴、 y 轴的单位矢量。

2. 平面汇交力系合成

平面汇交力系合成的解析法的理论基础是合力投影定理。

设有平面汇交力系 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 ，该力系的力多边形为 $abcde$ ，则封闭边 ae 表示该力系的合力 F_R （图 1-16）。取坐标系 Oxy ，将所有力矢向 x 轴及 y 轴上投影。由图 1-16 可以看出

$$a_1 e_1 = a_1 b_1 + b_1 c_1 - c_1 d_1 + d_1 e_1$$

$$a_2 e_2 = a_2 b_2 - b_2 c_2 - c_2 d_2 - d_2 e_2$$

$$\text{即} \quad F_{Rx} = F_{x_1} + F_{x_2} + F_{x_3} + F_{x_4}, \quad F_{Ry} = F_{y_1} + F_{y_2} + F_{y_3} + F_{y_4}$$

上面的结果可推广到任意个汇交力的情况。

设有一平面汇交力系 F_1 、 F_2 、 $\dots$ 、 F_n 。已知各力在 x 轴与 y 轴上的投影分别为 F_{x_1} 、 F_{y_1} ， F_{x_2} 、 F_{y_2} ， $\dots$ ， F_{x_n} 、 F_{y_n} 。而合力 F_R 在 x 轴与 y 轴上的投影分别记为 F_{Rx} 、 F_{Ry} 。则

$$F_{Rx} = F_{x_1} + F_{x_2} + \dots + F_{x_n} = \sum F_x, F_{Ry} = F_{y_1} + F_{y_2} + \dots + F_{y_n} = \sum F_y \quad (1.7)$$

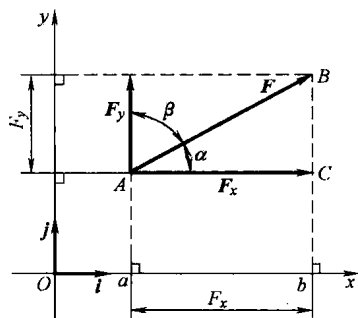


图 1-15 力的投影与力的分解

即合力在任意轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。这一结论称为合力投影定理。知道了合力的投影 F_{Rx} 与 F_{Ry} , 则合力的大小和方向可用式 (1-8) 求出

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}, \cos\alpha = \sum F_x / F_R, \cos\beta = \sum F_y / F_R \quad (1-8)$$

3. 平面汇交力系的平衡方程

平面汇交力系平衡的必要与充分条件是: 该力系的合力 F_R 等于零。由式 (1-8)

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 0$$

可得

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0 \quad (1-9)$$

上述方程称为平面汇交力系的平衡方程, 即平面汇交力系平衡的解析条件是: 各力在两坐标轴上的投影的代数和均等于零。应用这两个独立的方程, 可以求解两个未知量。

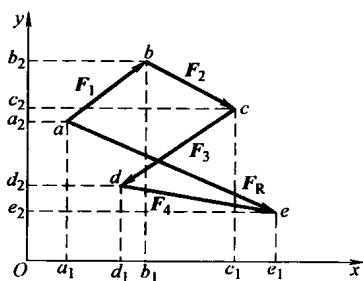


图 1-16 平面汇交力系合成——解析法

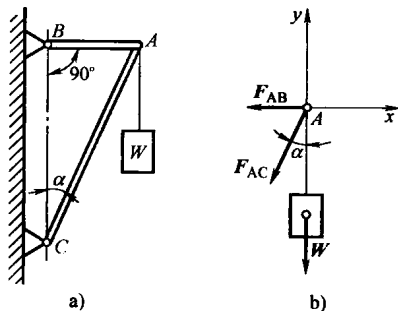


图 1-17 平面汇交力系的平衡问题举例

例 1-2 试求图 1-17a 所示的支架中杆 AB 和杆 AC 的受力。各杆自重不计, $AB = 0.7\text{m}$, $AC = 1.7\text{m}$, 重物重 $W = 9800\text{N}$ 。 B 、 C 为固定铰支座, A 为中间铰, 且 B 、 C 两点位于同一铅垂线上。

解 1) 取销钉 A 及重物为研究对象。

2) 分析受力, 杆 AB 、 AC 均为二力杆, 其约束反力 F_{AB} 和 F_{AC} 的指向不能预先确定, 在此假设两杆均受拉, 它们与重力 W 组成一平面汇交力系, 其受力图如图 1-17b 所示。

3) 建立坐标系 Axy 如图 1-17b 所示。

4) 列平衡方程并求解。

$$\sum F_x = 0, -F_{AC}\sin\alpha - F_{AB} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0, -F_{AC}\cos\alpha - W = 0 \quad (2)$$

由式②得

$$F_{AC} = -W/\cos\alpha = -10.75\text{kN}$$

将 F_{AC} 代入式①得

$$F_{AB} = -F_{AC}\sin\alpha = W\tg\alpha = 4.43\text{kN}$$

式中, F_{AC} 为负值, 说明杆 AC 实际受压; F_{AB} 为正值, 说明杆 AB 确实受拉。

第三节 力对点之矩、力偶

一、力对点之矩 (力矩)

如图 1-18 所示, 平面上作用一力 F , 在同平面内任取一点 O , 点 O 称为矩心, 矩心 O