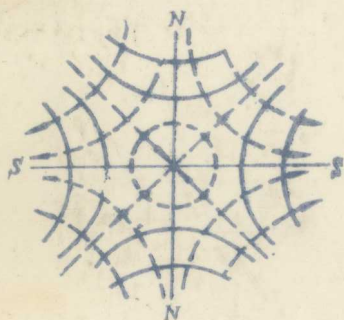
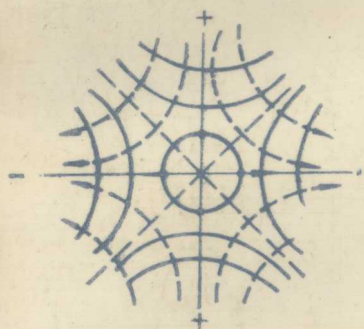


应用电子光学

童林夙 尹涵春 编



东南大学出版社

53.658/12

应用电子光学

童林凤 尹涵春 编



05270073



东南大学出版社

1151984

(苏)新登字第 012 号



53.658

12

应用电子光学

童林凤 尹涵春 编

*

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编 210096)

江苏省新华书店经销 溧水县印刷厂印刷

*

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 9.75 字数 269 千

1994 年 12 月第 1 版 1994 年 12 月第 1 次印刷

印数:1—1000 册

ISBN 7-81023-970-8/TN·70

定价:10.00 元

(凡因印装质量问题,可直接向承印厂调换)

责任编辑 冉榴红

前 言

电子光学与光学有着密切的联系,两者相辅相成,其规律有类似性也有不同特点。光学的研究使人们对物质世界包括分子世界的组成和构造有了深刻的认识,而电子光学的研究使人们对微观世界有了进一步的认识。光学包括几何光学、波动光学和量子光学三个部分。电子光学的研究内容则分几何电子光学和电子波动光学。几何电子光学利用类似于光的直线传播的规律来研究电子在某些电磁场中的成象原理;电子波动光学则利用电子的波动性来研究相干性原理,对提高图象分辨率和衬度有重要意义。电子全息光学则是研究物质的微结构的有力工具。

光学的研究开始于 2300 年以前,我国古代学者墨翟在他所著的《墨经》(约公元前 400 年至 470 年)内就有八条关于光学的记载,对光学知识已做了比较完整的叙述。西方国家最早的光学著作是欧几里得(公元前 323 年到 385 年)著的《光学》,要比《墨经》晚 100 多年。公元 1100 年阿拉伯人阿尔-海恩斯(AL-Hazen)发明第一个透镜,公元 1590 年琼森(Jonsen)和李普塞(Lippershey)发明第一架显微镜,但直到 1621 年才由荷兰人斯耐尔(Snell)和法国人笛卡尔(Descartes)各自独立研究并总结出二条规律。折射定律比反射定律的发现要晚 2000 多年。同时费马(Fermat)又得到了包括反射定律和折射定律的普遍原理——费马原理。由此可知,光学到了 17 世纪才真正有了较快的进展,而很多重要的现象和重要理论的完成却大多在 19 世纪和 20 世纪初。例如 1878 年德国人阿贝(Abbe)创造了一整套光路计算方法并指出光学显微镜最佳分辨率为 200nm。20 世纪 50 年代以来,光学的发展又上了一个台阶,成为现代物理学和现代科学技术前沿阵地的主要组成部分。20

世纪 50 年代人们将数学和通讯理论与光学结合起来,更新了经典光学概念,形成了“傅里叶光学”,引入了频谱和空间滤波概念,为现代光学信息处理、现代象质评价、相干光学、计算机以及综合孔径透镜技术奠定了基础。20 世纪 60 年代出现了高速电子计算机,为复杂光学系统设计和提高光学设计的质量创造了条件,引入了最优化设计技术,从而产生了一系列高质量的性能卓越的光学系统。自从 1960 年做成第一台红宝石激光器以来,激光科学技术的发展标志着人们掌握和利用光进入一个新阶段。

光学的发展给了电子光学的建立和发展以巨大的动力,光学的新成就都被引入到电子光学中,推动了电子光学发展。

电子光学的发展要比光学发展晚得多。1900 年以前弗莱明(A. Fleming)就已得到利用电子放大的象。1952 年德布洛依(Lui de Bioglie)提出了关于物质粒子波动性的假说。1962 年 Busch 发表了对螺旋管磁场透镜效应的初步理论分析,指出这种电子透镜和玻璃透镜一样对电子射线有透镜作用。1931~1934 年间戴维逊(Davisson)、卡立克(Callick)、布吕克(Brüche)、约翰逊(Johannson)、努尔(Knoll)、鲁斯卡(Ruska)等人发展了电磁场可以作为“电子透镜”的概念,并从理论上和实验上证明磁场和静电场相当于“电子透镜”。1932 年鲁斯卡和努尔制成了第一台电子显微镜,电子显微镜的诞生宣告了电子光学的建立,这是完全借鉴光学显微镜的理论和概念而产生的一门新的领域。但是电子光学的发展和光学的发展不同,一个明显的特点是电子光学的发展是与不同的应用领域紧密联系在一起。1934~1939 年西门子(Siemens)、AEG、RCA、GE 和 MV 等公司先后生产和发展了电子显微镜。为了不断开发高性能电子显微镜,格拉曳(Glaser)和谢赤尔(Scherzer)等人发展了一系列有关电子光学象差理论的文章,奠定了电子显微镜的理论基础。1935 年马托奇(Mattanch)和赫佐格(Herzorg)制成了双聚焦质谱仪,创立了谱仪电子光学。1939~1945 年第二次世界大战期间,由于军事上的需要,电子光学被应用

于电子束管,开发和生产了军用雷达指示管、变象管以及速调管和磁控管等。战后的1945~1950年由于高能核物理学的迅速发展,电子光学又被应用于各种新型加速器中的聚焦高能电子束,发展了相对论电子光学和束流传输理论。1950~1960年由于行波管的发展使超高频电子光学得以进一步发展,形成完整的理论体系。1960年以后由于民用电子产品大量发展,特别是彩色显象管、示波管以及其它电子束管的发展使得介于强流电子光学和窄束电子光学之间的电视中的电子光学得以发展,与变象管、象增强器相联系的宽束电子光学也逐步完善起来。另一方面由于电子束加工以及大规模、超大规模集成电路的发展对电子光学系统提出了更高的要求。本世纪60年代出现的高性能高速电子计算机成为设计高质量电子光学系统的有力工具,而且光学的一些新成就也被引入到电子光学中,如60年代光学传递函数被引入到电子光学中,在这方面 K-J Hanszen, F Lens 以及 W. Hoppe 等人作出了贡献。由于高性能电子计算机的发展,使得用 CAD 电子光学系统成为可能,目前已有各种关于电子透镜设计的图表曲线、论文和专著。随之而来的最优化技术也被用于电子光学系统的设计中,电子光学系统的正设计、逆设计与优化设计仍是一个十分活跃的研究内容。本世纪70年代以来,由于表面科学迅速发展,需要各种高能或低能的带电粒子束来轰击物质表面,同时又需要对物质表面产生的带电粒子进行质量和能谱分析,这就促进了离子光学的发展和谱仪电子光学的进一步发展。80年代电子光学分析仪器的分辨率和灵敏度不断提高,已可能直接观察到原子,在探索微观世界方面发挥更大作用。在超大规模集成电路制造中用直径为微米和纳米的电子束加工技术研制出超高速超大容量的电子计算机。高清晰度电视的急速发展要求高清晰度彩色显象管体积更扁、屏面更平、重量更轻、面积更大,对电子光学系统提出了更高的要求。由于研究物质微结构的需要以及相干电子源的发展,使电子波动光学特别是电子全息学有很大发展。

综上所述,电子光学已有很大发展,概括来说表现在三个方面。首先,电子光学迅速渗透到其它学科和技术领域中去,例如电子显微学、质谱学、无线电电子学、表面科学、材料科学、高能物理学、等离子体物理学等。凡是涉及到产生、控制、利用电子束的问题都要利用电子光学的成果。其次,70年代以来由于采用计算机辅助设计,使电子光学取得很大进展,在实验上对电子光学的一些基本参量的测量精度也大大提高。第三,电子光学与生产实践是密切联系的,两者相互促进,在设计、研制、生产和改进电子光学器件(电子束器件)、仪器(电子显微镜、质谱仪等)、装置(电子束曝光机、电子束加工机等)时,都是以电子光学理论为基础的。由于生产实践不断提出要求,从而促进了电子光学在各方面的发展。

虽然电子光学理论和应用有了很大发展,但却并未成熟。例如,虽然电子光学象差理论已成体系,但有些电子透镜的成象质量远不如光学透镜。目前电子光学理论主要集中在单个电子透镜的象差理论,但电子光学系统及其成象质量的理论却不够成熟,没有形成完整的设计理论。此外,更没有形成一个将电子透镜设计、电子光学系统的设计和象质评价理论三者有机结合起来的电子光学系统设计理论。为了创立这个理论,需要引入“傅利叶光学”、“电子波动光学”和“透镜最优化技术”、“电子计算机辅助设计”等现代最新技术成果。相信,如能创立一个完整的电子光学设计理论,则电子透镜系统的成象质量将大幅度提高。

本书从应用的角度介绍弱流窄束电子光学,从应用的观点来比较光学和电子光学的共同点和不同点。从电磁场的普遍原理出发,介绍电子在各种电场和磁场(包括旋转对称和非旋转对称场)中的运动、电子透镜的性能、电子束聚焦成象(包括理想成象和三级象差理论)、电子透镜的组合和系统,最后还给出一些实例。限于篇幅,离子光学、宽束电子光学、电子波动光学、强流电子光学等内容均有专著,故在本书中不作介绍。

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1.1 光束与电子束	(1)
§ 1.2 光学设计与电子光学设计	(8)
§ 1.3 应用电子光学及其应用	(11)
第二章 电子光学的一般原理	(14)
§ 2.1 引言	(14)
§ 2.2 电子光学中的费马原理和最小作用原理	(20)
§ 2.3 电子光学折射率	(26)
§ 2.4 电子轨迹普遍方程式	(28)
第三章 决定场和轨迹的方法	(34)
§ 3.1 决定场的方法	(34)
3.1.1 解析法	(35)
3.1.2 数值算法	(53)
§ 3.2 决定轨迹的方法	(70)
3.2.1 电子轨迹方程	(70)
3.2.2 电子轨迹的数值求解	(72)
第四章 高斯电子光学	(82)
§ 4.1 电子透镜的基本参量	(82)
§ 4.2 高斯电子光学	(91)
§ 4.3 薄透镜的基点	(104)
第五章 静电透镜	(110)
§ 5.1 旋转对称静电透镜的基本性质	(110)
§ 5.2 单膜片透镜	(111)
§ 5.3 双电位透镜	(113)
§ 5.4 单电位透镜	(122)
§ 5.5 网孔透镜	(136)

第六章 磁透镜	(139)
§ 6.1 磁透镜的光学参量及特性	(140)
§ 6.2 磁透镜的解析解	(151)
§ 6.3 磁透镜的数值计算方法	(157)
第七章 电子三角学	(160)
§ 7.1 基本原理	(161)
§ 7.2 多段电子三角学方程	(171)
§ 7.3 磁透镜和复合系统的电子三角学	(173)
第八章 电子透镜的象差	(176)
§ 8.1 象差的分类	(177)
§ 8.2 非圆对称象差	(180)
§ 8.3 球差	(183)
§ 8.4 二个薄透镜组合的球差	(189)
§ 8.5 电子透镜的球差系数	(191)
§ 8.6 慧差	(200)
§ 8.7 场曲和象散	(203)
§ 8.8 畸变	(207)
§ 8.9 线焦透镜的象差	(212)
§ 8.10 色差	(214)
§ 8.11 象差的组合	(217)
第九章 电子光学中的球差校正问题	(221)
§ 9.1 引言	(211)
§ 9.2 寻求最小球差的途径	(225)
§ 9.3 透镜组合——非对称透镜	(230)
§ 9.4 校正球差的尝试	(232)
§ 9.5 旋转对称透镜的轴上象散及校正	(234)
§ 9.6 色差的校正	(239)
第十章 直轴多极场透镜	(243)
§ 10.1 直轴多极场	(243)
§ 10.2 四极透镜	(248)
§ 10.3 双四极透镜聚焦——组合四极透镜	(256)

§ 10.4	三个四极透镜的组合	(258)
§ 10.5	多极场的象差	(261)
第十一章	用四极透镜作为扫描放大的设计	(266)
§ 11.1	扫描放大因数的推导	(267)
§ 11.2	预聚焦系统设计考虑	(271)
第十二章	电子光学系统中的相空间分析法	(277)
§ 12.1	相空间分析的基本原理	(278)
12.1.1	相空间、相点、相轨迹和能量曲面	(278)
12.1.2	刘维原理	(279)
12.1.3	发射度和接收度	(283)
12.1.4	传输矩阵	(284)
§ 12.2	相空间图与传输矩阵在电子光学系统分析中的应用	(287)
参考文献		(295)

第一章 绪 论

电子光学是以分析力学、光学和电动力学三门学科为基础的。电子光学与光学之间有着深刻的类似性,也有根本的区别。

§ 1.1 光束与电子束

在几何光学中,有4条传播基本定律:① 光线在均匀介质中直线传播定律;② 光线在不同介质界面上的折射定律;③ 在不同介质表面上的光线反射定律;④ 光线各部份相互独立传播定律。此外还有光路可逆定理等。在几何电子光学中,在一定的条件下,电子的运动也服从类似于光线传播的定律。例如:

(1) 在等电位区中,相当于光线的均匀介质,折射率处处相等,电子作直线运动。这与光线直线传播定律类似。

(2) 设想有一表面,它的上面是等位区 Φ_1 ,下面是等位区 Φ_2 。电子在等位区中作直线运动。在等位区 Φ_1 中电子速度为 $v_1 = \sqrt{\frac{-2e}{m}\Phi_1}$,如果电子速度方向与界面的法线成夹角 α_1 ,即电子的入射角为 α_1 ,在界面上电子受到一个垂直方向的力。电子进入等位区 Φ_2 中后,其速度变为 $v_2, v_2 = \sqrt{\frac{-2e}{m}\Phi_2}$ 。见图1-1。

v_1 的水平分量为 $v_{1t} = v_1 \sin \alpha_1$,垂直分量为 $v_{1n} = v_1 \cos \alpha_1$ 。由于电子在界面上只受垂直方向的力,所以经过界面时,速度的水平分量保持不变, $v_{1t} = v_{2t}$,即

$$v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2 \quad (1.1.1)$$

式中 α_2 为电子离开界面时运动方向与界面法线所夹的角度,称为

折射角,因此(1.1.1)式又可写为

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\Phi_2}{\Phi_1}} \quad (1.1.2)$$

即

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.1.3)$$

这就是电子光学中的折射定律,与光学中光线的折射定律形式上完全相同。

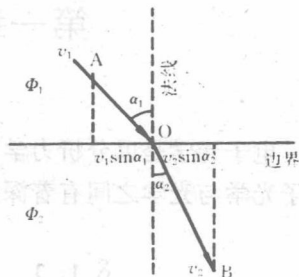


图1-1 光学中的折射定律

在实际电场中,并不存在这样的界面,但可以将整个场区用一系列的等位面将场近似分为一系列的等位区,在每一个等位面上利用式(1.1.2)和(1.1.3),就可以从电子进入电场的速度大小和方向,逐步求出电子在整个电场区中的运动轨迹。

(3) 在图1-1中,如果 $\Phi_2 < \Phi_1$,并假设电子入射角 α_1 使

$$\cos^2 \alpha_1 \leq \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_1} \quad (1.1.4)$$

成立,由于

$$-e(\Phi_2 - \Phi_1) \geq \Phi_1 \cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{2} m (v_1 \cos \alpha_1)^2 = \frac{1}{2} m v_{1n}^2$$

所以电子在进入等位区 Φ_1 之前就受到一垂直向上的力,使电子在通过界面时的 v_{1n} 减小到零,并在这个力的持续作用下产生一个垂直向上的速度分量 v_{1n}' ,反射回到等位区 Φ_1 。在此过程中,水平速度

始终不变,当 $v_{1n} = -v_{1n}$ 时,合速度 $v_1' = \sqrt{\frac{-2e}{m} \Phi_1}$ 。式(1.1.4)中之 α_1 如为

$$\alpha_0 = \arccos \sqrt{\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_1}}$$

就是临界角。当 $\alpha \geq \alpha_0$ 时,电子在表面上就发生反射。因为 $v_{1n}' =$

$-v_{1n}, v_{1t}' = v_{1t}$, 所以反射角 α' 等于入射角 α , 并位于法线两边。这就是电子光学中的反射定律, 与光学中光线反射定律形式完全相同。

(4) 当电子束流密度不高时, 例如导流系数 $I/V^{3/2} < 10^{-9}$ 时, 因为可以不考虑空间电荷效应, 电子的传播可以认为是相互独立的。实际上电子由于库仑力的存在, 两个电子束相交传输时电子间会发生碰撞或散射, 这点与光束的传播规律有着深刻的区别。

如上所述, 电子在电磁场中的运动, 尽管运动规律在表面形式上与光线传播规律有类似性, 但究其本质, 它们之间还是有着差别的, 在某些方面, 这种差别还是具有实质性的。电子束与光束在传播和应用方面的一些主要差别如下:

(1) 在几何光学中, 用于光学仪器的透镜媒质的折射率一般都差别不大, 所以它们的相对折射率都不大, 常用的材料, 最大不超过 2.5。而在电子光学中, 透镜场的电位决定了它的折射率。如在静电场构成的透镜中, 不论是改变电极上的电位, 还是改变电极的形状都可以改变折射率, 并能使折射率比光线光学中的大几千倍, 这是电子光学与几何光学的一个重要的差别。因此, 在折射率有巨大改变的电子光学系统中, 不能搬用几何光学的一些计算方法。

(2) 几何光学中, 在均匀媒质中有单一的折射率, 而在不同媒质的界面上发生折射率的突变。通过适当地选择媒质的材料及其表面的形状, 就可以改变折射率的空间分布。所以在光学透镜中可以很好地消除一些象差。但在电子光学系统中, 这种随意性不复存在。如在静电透镜中, 电位要满足拉普拉斯 (Laplace) 方程 $\nabla^2 \Phi = 0$, 所以对一种边界条件, 就唯一地决定了空间电位, 即唯一地决定了空间折射率, 这种折射率在空间是连续变化的, 人们无法造成一个折射率突变的表面。因为这些, 电子透镜的光学性能比光学透镜的要差得多。

(3) 在静电电子光学中, 折射率与射线的传播方向无关, 所以它是各向同性的。但在磁场中, 复合场的折射率与电子运动方向有关, 这时电子轨迹在磁场中就不可逆了, 它就不是各向同性的。见

图1-2。

(4) 电子的能量可以连续变化而且可以任意改变,但在几何光学中则不可能,这是很重要的。对于光和电子来说它们都服从亥姆霍茨-拉格朗日定律。

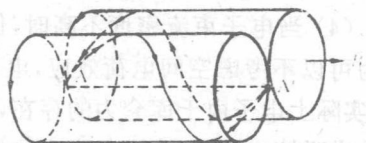


图1-2 电子在磁场中运动的不可逆性

这个定律很重要,它在光度学计算方面起着特别重要的作用,因为它实际上是一种能量守恒定律。必须指出,亥姆霍茨-拉格朗日定律对任何光学系统普遍适用,不管光学组成部分的数量多少,反射式还是折射式的以及光学系统的任何组合都不可能破坏这个定律的正确性。它同样适用于电子光学以及光纤。对于通量密度为 j_0 的源在空间另一点形成通量密度为 j_1 的点都是受亥姆霍茨-拉格朗日定律限制的,这个定律可写为

$$n_0^2 j_1 \sin^2 \alpha_0 \leq n_1^2 j_0 \sin^2 \alpha_1$$

n_1 和 n_0 分别是在光象和光源处的折射率, α_1 和 α_0 分别为在这两处的发散角。对于光线来说, $n_0 = n_1 = 1$, 在象点处的通量密度 j_1 为

$$j_1 \leq j_0 \sin^2 \alpha$$

设 $\alpha_0 \approx \frac{\pi}{2}$, 由于功率密度 P 正比于 j_0 , 则

$$P_1 \leq P_0 \sin^2 \alpha_1$$

可以看到,在象点处的光功率密度决不会大于光源处的功率密度。

但对于电子束来说,根据朗谬尔的计算(利用亥姆霍茨-拉格朗日公式,考虑热速度效应),如果阴极电子的最大发射角为 $\frac{\pi}{2}$, 则

$$j_1 \leq j_0 \left(1 + \frac{eV}{kT}\right) \sin^2 \alpha_1$$

功率密度为

$$P_1 \leq j_0 V \left(1 + \frac{eV}{kT}\right) \sin^2 \alpha_1 \approx j_0 V \cdot \frac{eV}{kT} \sin^2 \alpha_1$$

对于氧化物阴极 $\frac{kT}{e} = 0.1\text{V}$, $V \approx 25\text{kV}$, $\alpha = 10^{-2}$ (电子光学系统象差足够小), 则可以看到在电子光学系统中电子功率密度可大大超过阴极发射的功率密度, 因而可知利用电子束可以焊接、钻孔、切削难熔金属, 而普通光线则不可能。

(5) 从偏转能量来看, 电场和磁场偏转电子要比用机械方法偏转光束能量消耗低得多。

静电场: 令偏转板的长、宽和距离分别为 L , B 和 S , 偏转板电压为 V_D , 阳极电压为 V_A , 则一对偏转板的电容为

$$C = \frac{LB}{4\pi S \times 9 \times 10^{11}}$$

贮存的能量为

$$\frac{1}{2} CV^2 = \frac{LBV_D^2}{8\pi S \times 9 \times 10^{11}} (\text{J})$$

因为偏转角为

$$\tan\alpha = \frac{L}{2S} \frac{V_D}{V_A},$$

则

$$V_D = \frac{\tan\alpha \cdot 2S \cdot V_A}{L}$$

偏转电子束所需的能量 $E_{\text{电}}$ 为

$$\begin{aligned} E_{\text{电}} &= \frac{LB}{8\pi S \times 9 \times 10^{11}} \cdot \frac{\tan^2\alpha \cdot 4S^2 \cdot V_A^2}{L^2} \\ &= \frac{BS}{L} \cdot \frac{\tan^2\alpha \cdot V_A^2}{2\pi \times 9 \times 10^{11}} (\text{J}) \end{aligned}$$

当 α 很小时, $\tan\alpha \approx \alpha$, 则

$$E_{\text{电}} = 1.77 \times 10^{-11} \cdot V_A^2 \left(\frac{BS}{L}\right) \alpha^2 (\text{J})$$

磁场:

设电子在磁场中偏转半径为 R , 则偏转角为 $\sin\alpha = \frac{L}{R}$, $R = \frac{(1 + \tan^2\alpha)^{1/2}}{\tan\alpha} \cdot L$,

$$R = \frac{3.36V_A^{1/2}}{H}$$

所以

$$H = \frac{3.36V_A^{1/2} \tan \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)^{1/2} L}$$

$$H^2 = \frac{11.3V_A \tan^2 \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)L^2}$$

磁场偏转能量

$$E_{\text{磁}} = \frac{H^2}{8\pi} \times \text{场的体积} \times 10^{-7}(\text{J})$$

$$= \frac{11.3V_A \tan^2 \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)L^2} \cdot \frac{LBS}{8\pi} \cdot 10^{-7}$$

$$= \frac{11.3V_A \tan^2 \alpha}{8\pi(1 + \tan^2 \alpha)} \cdot \frac{BS}{L} \cdot 10^{-7}(\text{J})$$

设 $\tan \alpha \approx \alpha$, 则

$$E_{\text{磁}} = 4.5 \times 10^{-6} V_A \left(\frac{BS}{L}\right) \alpha^2 (\text{J})$$

机械偏转:

对于截面为 BS 的光束, 用镜面偏转。镜面质量为 M 、周期为 T 、角速度 $\omega = \frac{\alpha}{2t}$, 则偏转能量为 $\frac{1}{2}I\omega^2$ 。 I 为镜面镜中心轴旋转的转动惯量, 则

$$E_{\text{机械}} = \frac{M}{48} \cdot \frac{1}{T^2} \left(\frac{BS}{L}\right) \alpha^2$$

设 $V_A = 20\text{kV}$, $BS = 10^{-4}\text{m}^2$, $\alpha = 0.5\text{rad} (\sim 30^\circ)$, $L = 0.05\text{m}$, $M = 10^{-4}\text{kg}$, $T = 6 \times 10^{-6}\text{s}$ (行扫描), 则

$$E_{\text{机械}} = 0.25(\text{J})$$

因此

$$E_{\text{电}} = 3.5 \times 10^{-6}(\text{J})$$

$$E_{\text{磁}} = 4.5 \times 10^{-5}(\text{J})$$

$$E_{\text{机}} = 0.25(\text{J})$$

由此可见, 用电场偏转电子束比用镜面偏转光束所消耗的能量小得多。

(6) 从电子束在屏上成像的亮度和普通光扫描同样大小面积的亮度进行比较, 电子束要优越得多。

取屏幕为 $30\text{cm} \times 40\text{cm}$, 偏转中心距屏 25cm 。设电子束直径为 0.5mm , 为了达到电视所需的分辨率, 规定光点直径为 $2r_s \approx 0.05\text{cm}$, 光点电流 $i_s = \pi r_s^2 \cdot j_1$, $j_0 = 1\text{A/cm}^2$, $V = 25\text{kV}$, $\frac{kT}{e} = 0.1\text{V}$, $\alpha \approx 10^{-2}\text{rad}$ 。则由亥姆霍茨-拉格朗日定律知 $i_s \leq 50 \cdot 10^{-3}\text{A}$, 这要比实际显象管的光点电流大得多。实际上显象管最好的电流也不过几个毫安。考虑空间电荷效应而放大的光点, 施瓦茨计算由空间电荷效应而放大的光点上限为

$$i_s = \alpha_1^2 \cdot V^{3/2} \cdot f^2\left(\frac{r_s}{r_a}\right)$$

α_1 是无空间电荷效应时的会聚角, 即 10^{-2}rad , f 为电子枪处于光点半径和偏转平面内束半径之比的函数, 取 $\frac{r_s}{r_a} = 0.1$, 则 $f(0.1) = 5 \cdot 10^{-3}\text{A}^{1/2}/V^{3/2}$, 则 $i_s = 10 \cdot 10^{-3}\text{A}$ 。实际上光点电流远小于这个数值, 因为发射电流密度为 1A/cm^2 并不能在整个阴极发射面都发射, 它还受到象差等因素的限制。

实际应用的光点电流为 10^{-3}A , 在屏幕上消耗功率为 25W , 对于一个敷铝的荧光屏转换效率为 15cd/W , 我们得到亮度为(无着色玻璃)

$$B_s = \frac{15 \times 25 \times \pi}{1.2 \times 30 \times 40} \times 3.2 \times 10^3 \approx 2.624 \times 10^3 \text{cd/m}^2$$

对于相同大小屏幕光点直径和偏转平面至屏距离, 采用气冷高压汞弧灯作为光源, 最大表面亮度为 30000cd/cm^2 。如果屏对光毫无吸收, 亮度为

$$B_s = \frac{1}{2} \frac{30000 \times 10^{-4} \times (\pi \times 6.25 \times 10^{-4}) \cdot \pi}{1.2 \times 30 \times 40} \approx 2.048 \times 10^{-2} \text{cd/m}^2$$

设气冷汞弧灯表面积为 πr^2 ($r = 2.5\text{cm}$), $\frac{1}{2}$ 表示光向前和向