

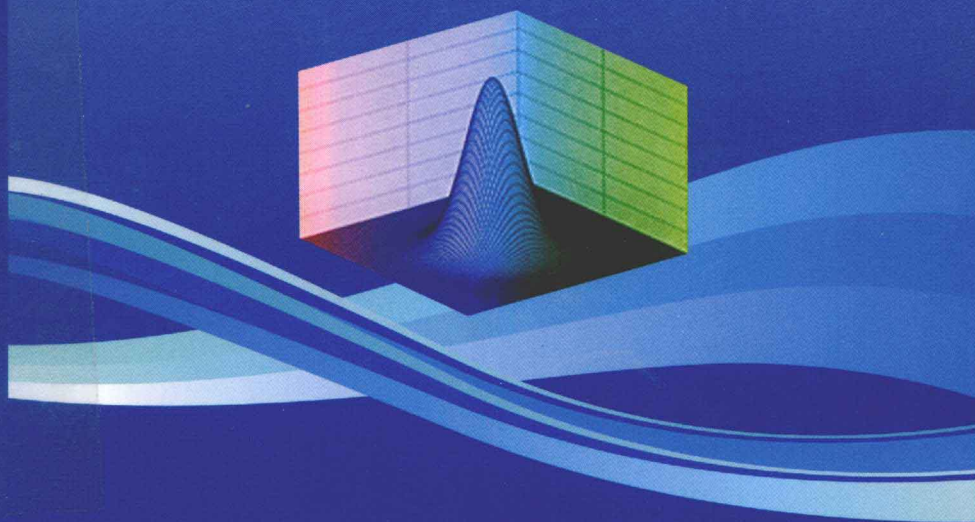


普通高等教育“十二五”规划教材  
21世纪大学数学创新教材

# 数学建模与 数学实验

(第二版)

汪晓银 周保平 主编



科学出版社

普通高等教育“十一五”规划教材

21 世纪大学数学创新教材

丛书主编 陈 化

# 数学建模与数学实验

(第二版)

汪晓银 周保平 主 编

科 学 出 版 社

北 京

# 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

## 内 容 简 介

本书通过实例与算法程序设计介绍了常用的数学建模方法,包括多元统计、时间序列分析、线性与非线性规划、多目标规划与目标规划、图论、动态规划、排队论、智能优化算法、微分与差分、模糊数学、神经网络、计算机仿真、灰色系统和层次分析法。全书将建模技术与数学实验融为一体,注重数学建模思想介绍,重视数学软件(SAS、MATLAB、LINGO)在实际问题中的应用。全书案例丰富,通俗易懂,便于自学。

本书既可以作为高等学校数学建模与数学实验课程的教材,也可以作为本科生、研究生数学建模竞赛的培训教材或参考书籍,还可以作为科学研究人员一本有价值的参考书籍。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学建模与数学实验/汪晓银,周保平主编. —2版. —北京:科学出版社, 2012.8

普通高等教育“十一五”规划教材. 21世纪大学数学创新教材

ISBN 978-7-03-035256-9

I. 数… II. ①汪…②周… III. ①数学模型—高等学校—教材  
②高等数学—实验—高等学校—教材 IV. ①O141.4 ②O13—33

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第179241号

责任编辑:吉正霞/责任校对:肖 婷

责任印制:彭 超/封面设计:苏 波

**科 学 出 版 社** 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2010年1月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012年8月第 二 版 印张:18 1/2

2012年8月第三次印刷 字数:372 000

**定价:32.00元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 《21 世纪大学数学创新 教材》丛书编委会

主	编	陈	化										
常务	副主编	樊	启	斌									
副	主	编	吴	传	生	何	穗	刘	安	平			
编	委	(按姓氏笔画为序)											
		王	卫	华	王	展	青	刘	安	平	严	国	政
		李	星	杨	瑞	琰	肖	海	军	吴	传	生	
		何	穗	汪	晓	银	陈	化	罗	文	强		
		赵	东	方	黄	樟	灿	梅	全	雄	彭	放	
		彭	斯	俊	曾	祥	金	谢	民	育	樊	启	斌

## 《21 世纪大学数学创新教材》丛书序

《21 世纪大学数学创新教材》为大学本科数学系列教材,大致划分为公共数学类、专业数学类两大块,创新是其主要特色和要求.经组编委员会审定,列选科学出版社普通高等教育“十一五”规划教材.

### 一、组编机构

《21 世纪大学数学创新教材》丛书由多所 985 和 211 大学联合组编:

丛书主编 陈化

常务副主编 樊启斌

副主编 吴传生 何穗 刘安平

丛书编委 (按姓氏笔画为序)

王卫华 王展青 刘安平 严国政 李星

杨瑞琰 肖海军 吴传生 何穗 汪晓银

陈化 罗文强 赵东方 黄樟灿 梅全雄

彭放 彭斯俊 曾祥金 谢民育 樊启斌

### 二、教材特色

创新是本套教材的主要特色和要求,创造双重品牌:

**先进.**把握教改、课改动态和学科发展前沿,学科、课程的先进理念、知识和方法原则上都要写进教材或体现在教材结构及内容中.

**知识与方法创新.**重点教材、高层次教材,应体现知识、方法、结构、内容等方面的创新,有所建树,有所创造,有所贡献.

**教学实践创新.**教材适用,教师好教,学生好学,是教材的基本标准.应紧跟和引领教学实践,在教学方法、教材结构、知识组织、详略把握、内容安排上有独到之处.

**继承与创新.**创新须与继承相结合,是继承基础上的创新;创新需转变为参编者、授课者的思想和行为,避免文化冲突.

### 三、指导思想

遵循国家教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会关于课程教学的基本要求,力求教材体系完整,结构严谨,层次分明,深入浅出,循序渐进,阐述精炼,富有启发性,让学生打下坚实的理论基础.除上述一般性要求外,还应具备下列特点:

(1) 恰当融入现代数学的新思想、新观点、新结果,使学生有较新的学术视野.

(2) 体现现代数学创新思维,着力培养学生运用现代数学软件的能力,使教材真正成为基于现代数学软件的、将数学软件融合到具体教学内容中的现代精品教材。

(3) 在内容取舍、材料组织、叙述方式等方面具有较高水准和自身特色。

(4) 数学专业教材要求同步给出重要概念的英文词汇,章末列出中文小结,布置若干道(少量)英文习题,并要求学生用英文解答。章末列出习题和思考题,并列出了可进一步深入阅读的文献。书末给出中英文对照名词索引。

(5) 公共数学教材具有概括性和简易性,注重强化学生的实验训练和实际动手能力,加强内容的实用性,注重案例分析,提高学生应用数学知识和数学方法解决实际问题的能力。

#### 四、主编职责

丛书组编委员会和出版社确定全套丛书的编写原则、指导思想和编写规范,在这一框架下,每本教材的主编对本书具有明确的责权利:

##### 1. 拟定指导思想

按照丛书的指导思想和特色要求,拟出编写本书的指导思想和编写说明。

##### 2. 明确创新点

课改、课改动态,学科发展前沿,先进理念、知识和方法,如何引入教材;知识和内容创新闪光点及其编写方法;教学实践创新的具体操作;创新与继承的关系把握及其主客体融合。

##### 3. 把握教材质量

质量是图书的生命,保持和发扬科学出版社“三高”、“三严”的传统特色,创出品牌;适用性是教材的生命力所在,应明确读者对象,篇幅要结合大部分学校对课程学时数的要求。

##### 4. 掌握教材编写环节

(1) 把握教材编写人员水平,原则上要求博士、副教授以上,有多年课程教学经历,熟悉课程和学科领域的发展状况,有教材编写经验,有扎实的文字功底。

(2) 充分注意著作权问题,不侵犯他人著作权。

(3) 讨论、拟定教材提纲,并负责编写组的编写分工、协调与组织。

(4) 拟就内容简介、前言、目录、样章,统稿、定稿,确定交稿时间。

(5) 负责出版事宜,敦促编写组成员使用本教材,并优先选用本系列教材。

## 第二版前言

国家之间的竞争实质上就是创新人才的竞争. 因此, 高等院校都要把培养创新人才作为提高教育质量的重要着力点. 作为全国最大的课外科技活动, 数学建模竞赛是培养创新人才有效的方式和途径之一, 可以有效激发学生创新思维, 培养学生创新意识. 20 年来, 开设“数学建模”课程和参与数学建模竞赛的高校越来越多, 使得数学建模的影响力越来越大, 优秀创新人才不断涌现.

然而, 仅仅只是竞赛, 难以形成一种有效机制保障学生创新能力的持久与广度. 因此, 近两年来, 我们通过构建“融合+模块+层次”数学建模课程体系, 进行课程的推广与普及, 实现数学与各学科的交叉融合, 拓展数学建模应用的广度, 为学生在数学建模竞赛、科技创新、社会服务上产生原创性成果提供坚实基础.

本教材正是在这种理念下进行了改版. 本书得到了省教育厅省级教研项目“农林高校数理化基础课实践教学体系的创新与实践”(编号: 2009134) 和“数学建模创新人才培养模式的研究与实践”(编号: 2011150) 的大力支持.

在本书的改版过程中, 除了继续保留原教材内容详实, 通俗易懂, 便于自学的特点外, 重点结合两年来的教学尝试, 对书中的案例和文字的表述做了修改, 所有程序全部再次进行了调试. 本书体现了建模技术与数学实验融为一体, 注重数学建模思想介绍, 重视数学软件(SAS、MATLAB、LINGO)在实际中的应用, 并努力实现数学和其他学科之间的交叉融合.

本书由汪晓银(华中农业大学)、周保平(塔里木大学)担任主编. 全书共设 9 章, 第 1 章、第 2 章的改版工作由汪晓银、齐立美(塔里木大学)负责; 第 3、4 章由李阳、朱夺宝(塔里木大学)负责; 第 5、6 章由付鹏、王伟(塔里木大学)负责; 第 7 章由杜佩、晁增福(塔里木大学)负责; 第 8 章杨冬梅、蒋青松(塔里木大学)负责; 第 9 章由徐梅芳、周保平负责. 汪晓银、周保平审阅全稿, 并对全稿进行了排版校对.

本书所有的数学建模技术的软件实现代码放到华中数学建模网 <http://www.shumo.cn/> 大学数学实验栏目里, 供读者下载.

编者

2012 年 7 月

## 第一版前言

数学的应用正向几乎所有的科学领域渗透.除了自然科学、工程技术、农业科学等领域外,还出乎意料地渗透到语言学、社会学、历史学等许多人文科学和其他领域,运用数学解决实际问题已经显得越来越重要.

“学数学,用数学”一直是我们的教学理念.1997~2008年,我们开展了以教学内容和课程体系改革为主体的,以注重增强大学生“用数学”的意识,培养学生“用数学”的能力为目标的教学改革.改革解决了教学内容与课程体系的设置,建立了完善的数学应用推广机制,每年学习数学建模的人数从1999年的15人上升到2008年的1400人.而且,最近几年我们的国家建模成绩显著提升,初步显现了我们的教学改革成效.

但是我们发现,数学应用能力的培养仍然是大学数学课堂教学中最薄弱的环节之一,缺乏实用有效、便于自学的教材的矛盾日益体现.为了满足广大师生对数学建模技术的迫切需求,我们编写了这本教材.

本书得到了湖北省教改项目“农林高校数理化基础课实践教学体系的创新与实践”的大力支持,建立提高大学生的实践动手能力与创新能力的教学体系是本项目改革的重点.数学学习的目标不仅仅是为了锻炼学生的计算能力,更重要的是提高学生运用数学解决实际问题的能力.要提高这种能力必须要大力推广和普及数学建模方法与数学软件.本书就是进行这种普及和推广所依赖的重要工具之一.

在本书中,我们依照科学研究、大学生科技创新以及国家建模竞赛所需要的数学建模方法,通过实例与算法程序设计介绍了多元统计、时间序列分析、线性与非线性规划、多目标规划与目标规划、图论、动态规划、排队论、智能优化算法、微分与差分、模糊数学、神经网络、计算机仿真、灰色系统和层次分析法等多种技术.本书内容详实,通俗易懂,便于自学,其主要特点有:

第一,本书所有程序都在计算机上进行过调试和优化,运行可靠;

第二,本书案例是我们多年来的教学总结,具有代表性;

第三,本书案例丰富、图文并茂、条理清晰;

第四,全书将建模技术与数学实验融为一体,注重数学建模思想介绍,重视数学软件(SAS、MATLAB、LINGO)在实际中的应用.

本书由汪晓银(华中农业大学)、周保平(塔里木大学)担任主编.全书共9章,第1章、第2章介绍了统计建模与SAS编程,由汪晓银、成峰、何丽娟编写;第3章



介绍了线性规划、非线性规划、多目标规划和目标规划以及 LINGO 编程,由任兴龙、宋双营编写;第 4 章介绍了图论与 MATLAB 编程,由周保平、任兴龙编写;第 5 章介绍了动态规划与排队论,由李治、齐立美(塔里木大学)编写;第 6 章介绍了智能优化算法,由谭劲英、王邦菊、杨前雨编写;第 7 章介绍了微分方程与差分方程及 MATLAB 编程,由侯志敏、徐思、周林编写;第 8 章介绍了模糊数学方法及 MATLAB 编程,由方红、李雪菲编写;第 9 章介绍了神经网络、计算机仿真、灰色系统和层次分析法,分别由石峰、徐艳玲、汪晓银、胡汉涛(塔里木大学)编写.汪晓银、周保平审阅全稿,并对全稿进行了排版校对.

为了方便读者更好的学习本书,我们将所有建模技术的软件实现代码放到华中数学建模网 <http://www.shumo.cn/> 大学数学实验栏目,供读者下载.

本书是集体智慧的结晶,是多年来教学的总结.但限于水平所限,书中难免有错误之处,恳请读者批评指正.

编 者

2009 年 12 月 22 日

# 目 录

<b>第 1 章 多元统计</b> .....	1
1.1 多元回归 .....	1
1.1.1 多元线性回归 .....	1
1.1.2 多元非线性回归 .....	4
1.1.3 多元回归方法评价 .....	7
1.2 聚类分析 .....	7
1.2.1 聚类分析的一般步骤 .....	7
1.2.2 聚类分析方法的评价 .....	10
1.3 判别分析.....	11
1.3.1 Bayes 判别法的基本思想 .....	11
1.3.2 Bayes 判别法的一般步骤 .....	11
1.3.3 逐步判别法 .....	14
1.3.4 判别分析方法的评价 .....	16
1.4 主成分分析.....	16
1.4.1 主成分分析的概念 .....	16
1.4.2 主成分分析的一般步骤 .....	17
1.4.3 主成分分析方法的评价 .....	19
1.5 因子分析.....	19
1.5.1 因子分析的概念 .....	20
1.5.2 因子分析的一般步骤 .....	20
1.5.3 因子分析方法的评价 .....	23
1.5.4 因子分析与主成分分析的区别与联系 .....	23
1.6 典型相关分析.....	23
1.6.1 典型相关分析 .....	23
1.6.2 实例分析.....	24
1.6.3 典型相关分析方法评价 .....	26
<b>第 2 章 时间序列分析</b> .....	27
2.1 时间序列预处理.....	27
2.1.1 平稳性检验 .....	27
2.1.2 纯随机性检验 .....	34

2.2	平稳时间序列分析	37
2.2.1	方法性工具	38
2.2.2	ARMA 模型的性质	38
2.2.3	平稳序列建模	41
2.3	非平稳时间序列分析	49
2.3.1	差分运算	49
2.3.2	ARIMA 模型	56
<b>第3章</b>	<b>数学规划</b>	<b>64</b>
3.1	线性规划	65
3.1.1	连续型线性规划	65
3.1.2	整数线性规划与 0-1 规划	71
3.2	非线性规划	82
3.2.1	二次规划	83
3.2.2	一般非线性规划	85
3.3	多目标规划	89
3.3.1	基本理论	89
3.3.2	多目标规划的常用解法	91
3.4	目标规划	95
3.4.1	目标规划的数学模型	95
3.4.2	目标规划模型的求解	99
<b>第4章</b>	<b>现代智能优化算法简介</b>	<b>102</b>
4.1	遗传算法	102
4.1.1	理论简介	102
4.1.2	案例分析	109
4.1.3	评论、体会与展望	113
4.2	蚁群算法	114
4.2.1	理论简介	114
4.2.2	案例分析	117
4.2.3	评论、体会与展望	119
4.3	其他优化算法简介	119
4.3.1	贪婪算法	119
4.3.2	模拟退火算法	123
4.3.3	回溯法与分枝定界法	130
4.3.4	禁忌搜索算法	131
4.3.5	粒子群算法	134

<b>第 5 章 网络优化</b> .....	139
5.1 图的基本概念 .....	139
5.2 Dijkstra 算法与 Warshall-Ford 算法 .....	140
5.2.1 Dijkstra 算法与动态规划 .....	140
5.2.2 Warshall-Ford 算法 .....	141
5.3 最小生成树 .....	143
5.4 TSP 问题 .....	147
5.5 着色问题 .....	151
5.6 最大流问题 .....	153
5.7 最小费用流问题 .....	156
5.8 二部图的匹配及应用 .....	159
5.8.1 最大匹配 .....	160
5.8.2 最佳匹配 .....	163
<b>第 6 章 动态规划与排队论</b> .....	169
6.1 动态规划 .....	169
6.1.1 动态规划的最优原理及其算法 .....	169
6.1.2 动态规划模型举例 .....	170
6.2 排队论 .....	181
6.2.1 基本概念 .....	181
6.2.2 排队系统的描述 .....	183
6.2.3 排队系统的描述符号与分类 .....	184
6.2.4 排队系统的主要数量指标 .....	185
6.2.5 排队系统的优化目标与最优化问题 .....	190
<b>第 7 章 微分方程与差分方程模型</b> .....	192
7.1 微分方程模型 .....	192
7.1.1 模型的使用背景 .....	192
7.1.2 微分方程模型的建立方法 .....	192
7.1.3 案例分析 .....	192
7.1.4 评论 .....	207
7.2 差分方程模型 .....	207
7.2.1 模型的使用背景 .....	207
7.2.2 差分方程的理论和方法 .....	208
7.2.3 案例分析 .....	209
<b>第 8 章 模糊数学</b> .....	217
8.1 模糊集合及其运算 .....	217
8.1.1 经典集合与特征函数 .....	217

8.1.2	模糊集合及其运算	217
8.1.3	隶属函数的确定	220
8.2	模糊聚类分析	220
8.2.1	理论介绍	220
8.2.2	方法评论	229
8.3	模糊模式识别	229
8.3.1	理论介绍	230
8.3.2	案例分析及编程	231
8.3.3	方法评论	236
8.4	模糊综合评判	236
8.4.1	理论介绍	236
8.4.2	案例分析	238
8.4.3	方法评论	243
8.5	模糊线性规划	244
8.5.1	理论介绍	244
8.5.2	案例分析	246
8.5.3	方法评论	248
<b>第9章</b>	<b>其他建模方法</b>	<b>249</b>
9.1	神经网络	249
9.1.1	人工神经网络	249
9.1.2	BP神经网络	249
9.1.3	案例分析	251
9.1.4	方法评论	253
9.2	计算机仿真	253
9.2.1	准备知识:随机数的产生	254
9.2.2	随机变量的模拟	256
9.2.3	时间步长法	258
9.2.4	事件步长法	260
9.2.5	蒙特卡罗模拟	262
9.2.6	应用举例	264
9.2.7	方法评论	267
9.3	灰色系统	267
9.3.1	理论介绍	268
9.3.2	案例分析	270
9.3.3	方法评论	274

9.4 层次分析法 .....	274
9.4.1 理论介绍 .....	274
9.4.2 案例分析 .....	275
9.4.3 方法评论 .....	278
<b>参考文献</b> .....	<b>279</b>

# 第1章 多元统计

在工业、农业、医学、气象、环境以及经济、管理等诸多领域中,常常需要同时观测多个指标.在对多个随机变量的观测数据进行有效地分析和研究时,一种做法是将多个随机变量分开分析,每次分析一个变量;另一种做法是同时进行分析研究.显然前者做法虽然有时是有效的,但分开处理不仅会丢掉很多信息,往往也不容易取得很好的研究结果.因此,本章通过定性与定量分析、理论与实例介绍几种常用的多元统计方法.

## 1.1 多元回归

多元回归分析是研究多个变量之间关系的回归分析方法,按因变量和自变量的数量对应关系可划分为一个因变量对多个自变量的回归分析(简称为“一对多”回归分析)及多个因变量对多个自变量的回归分析(简称为“多对多”回归分析),按回归模型类型可划分为线性回归分析和非线性回归分析.数学建模中建立变量之间互相影响的模型需要用到这类方法.

### 1.1.1 多元线性回归

#### 1. 多元线性回归的概念

设自变量  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的观测值  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{ip}$  及因变量  $y$  对应的观测值  $y_i$  满足关系式:

$$y_i = \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$$

即

$$\begin{cases} Y = X\beta + \varepsilon \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n) \end{cases}$$

其中,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  是相互独立且都服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$  的随机变量.

记

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

根据最小二乘法,得

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$$

## 2. 回归方程显著性检验

与一元线性回归方程相类似,多元线性回归方程的总离差平方和 SST 也可以分解为剩余平方和 SSE 与回归平方和 SSR,即

$$SST = SSE + SSR$$

理论上可以证明:当原假设  $H_0$  为  $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$  且  $H_0$  成立时,

$$F = \frac{SSR/p}{SSE/(n-p-1)} \sim F(p, n-p-1), \quad \hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{SSE}{n-p-1}$$

为  $\sigma^2$  的无偏估计量。

因此,给出显著性水平  $\alpha$ ,当  $\Pr > F$  的概率小于  $\alpha$  时拒绝  $H_0$ ,否则接受  $H_0$ 。

强调一下,接受  $H_0$  只说明  $y$  与  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  的线性关系不明显,可能存在非线性关系,如平方关系。

还有一些衡量  $y$  与  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  相关程度的指标,如用回归平方和在总平方和中的比值定义复判定系数,即

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

其中,  $R$  称为复相关系数,  $R$  越大,  $y$  与  $x_1, x_2, \cdots, x_p$  的相关关系越密切。

## 3. 回归系数的显著性检验

对自变量系数的检验通常使用  $t$  检验法。

设随机变量  $x_1, x_2, \cdots, x_n$  对应的系数为  $b_1, b_2, \cdots, b_n$ . 各  $x_i$  都服从正态分布,所以  $b_j$  也服从正态分布,且

$$E(b_j) = \beta_j, \quad D(b_j) = \sigma^2 c_{jj}, \quad \frac{b_j - \beta_j}{\sqrt{\sigma^2 c_{jj}}} \sim N(0, 1)$$

其中,  $c_{jj}$  是正规方程组的系数矩阵的逆矩阵中第  $j$  行第  $j$  列的元素。

可以提出原假设  $H_0$  为  $\beta_j = 0$  且  $H_0$  成立时,由  $\frac{SSE}{\sigma^2}$  服从  $\chi^2(n-p-1)$  分布推出:

$$t_j = \frac{b_j / \sqrt{c_{jj}}}{\sqrt{SSE/(n-p-1)}} \sim t(n-p-1)$$

因此给出显著性水平  $\alpha$  即可进行回归常数与回归系数的检验,得到各个系数显著的结论. 其中  $F$  的显著性以  $\Pr > F$  表示,  $t$  的显著性以  $\Pr > |t|$  表示. 通常使用  $\Pr > |t|$  小于  $\alpha$  时拒绝原假设  $H_0$ , 认为系数不为 0; 否者接受原假设  $H_0$ , 认为系数为 0, 系数没有通过检验。

**例 1.1** 某品种水稻糙米含镉量  $y$  (mg/kg) 与地上部生物量  $x_1$  (10 g/盆) 及土壤含镉量  $x_2$  (100 mg/kg) 的 8 组观测值见表 1.1. 试建立多元线性回归模型。



表 1.1 某水稻糙米含镉量的观测值

$x_1$	1.37	11.34	9.67	0.76	17.67	15.91	15.74	5.41
$x_2$	9.08	1.89	3.06	10.2	0.05	0.73	1.03	6.25
$y$	4.93	1.86	2.33	5.78	0.06	0.43	0.87	3.86

编写程序如下：

```

/*数据段*/
data ex; /*表示数据集为 ex*/
input x1-x2 y@@; /*@@表示连续输入数据*/
cards;
/*数据省略,见华中数学建模网 http://www.shumo.cn/大学数学实验栏目*/
;
/*程序段*/
proc reg; /*调用回归模块*/
model y=x1 x2/cli; /*对 y 关于 x1 x2 做回归,/cli 表示求预测值与预测区间*/
run;

```

运行结果如下：

(1) 回归方程显著性检验.

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	31.84346	15.82173	392.52	<.0001
Error	5	0.20154	0.04031		
Corrected Total	7	31.84500			
Root MSE		0.20077	R-Square	0.9937	
Dependent Mean		2.51500	Adj R-Sq	0.9911	
Coeff Var		7.98289			

由 Analysis of Variance 表可知,其  $F \text{ Value} = 392.52$ ,  $Pr > F$  的值小于 0.0001,远小于 0.05,故拒绝原假设,接受备择假设,认为  $y$  与  $x_1, x_2$  之间具有显著的线性相关关系;由 R-Square 的值为 0.9937 可知该方程的拟合度很高,样本观察值有 99.37% 的信息可以用回归方程进行解释,故拟合效果较好,认为  $y$  与  $x_1, x_2$  之间具有显著的线性相关关系.

(2) 参数显著性检验.

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t
Intercept	1	3.81051	0.95315	3.76	0.0131
$x_1$	1	-0.19828	0.05822	-3.41	0.0191
$x_2$	1	0.20675	0.09789	2.12	0.0879