



北京市高等教育精品教材立项项目

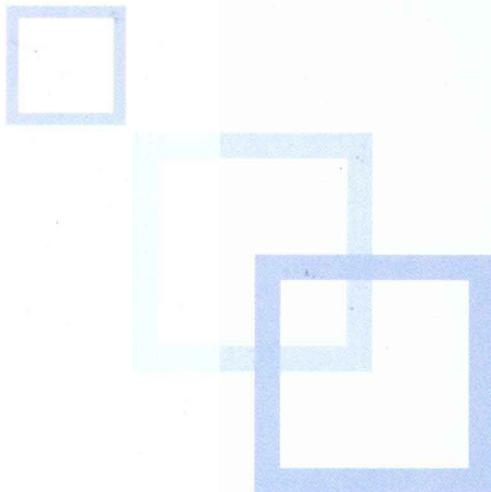


邱志平 王晓军 编著

# 航空航天结构中的 有限元方法



北京航空航天大学出版社  
BEIHANG UNIVERSITY PRESS



策划编辑：白 航  
封面设计：runsign 蓝正设计

上架建议：航空航天

ISBN 978-7-5124-0864-7

9 787512 408647 >

定价：39.00 元



北京市高等教育精品教材立项项目

# 航空航天结构中的 有限元方法

邱志平 王晓军 编著

北京航空航天大学出版社

## 内 容 简 介

鉴于工科院校学生理论知识与工程应用的并重性,本书分为上下两篇。上篇介绍有限元方法的基本原理和理论基础,融入了处理不确定工程结构问题的区间有限元的最新成果,为后面的实例分析奠定了基础;下篇针对航空航天领域的典型结构,如机身结构、机尾翼结构、起落架结构以及卫星、火箭、导弹的结构等,详细介绍其有限元模型的建立、网格划分、边界条件的选取以及载荷施加、求解和结果分析,并把常见的杆件结构、板和壳体问题的分析融入到航空航天典型结构的分析当中。本书还介绍了航空航天领域突出问题的工程应用,如静力分析、动力分析和复合材料结构的有限元分析技术,以及结构疲劳和结构优化设计技术等。

本书可作为高等院校航空航天、力学、机械等专业的本科生和研究生教材,也可作为上述专业工程技术及科研开发人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

航空航天结构中的有限元方法 / 邱志平, 王晓军编著. -- 北京 : 北京航空航天大学出版社, 2012. 7  
ISBN 978 - 7 - 5124 - 0864 - 7

I. ①航… II. ①邱… ②王… III. ①有限元法—应用—航空工程—高等学校—教材②有限元法—应用—航天工程—高等学校—教材 IV. ① V

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 152929 号

版权所有,侵权必究。

### 航空航天结构中的有限元方法

邱志平 王晓军 编著  
责任编辑 董云凤 张金伟 张 淳

\*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱: bhp@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京市媛明印刷厂印装 各地书店经销

\*

开本: 787×960 1/16 印张: 18 字数: 403 千字

2012 年 7 月第 1 版 2012 年 7 月第 1 次印刷 印数: 2 000 册

ISBN 978 - 7 - 5124 - 0864 - 7 定价: 39.00 元

---

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

# 前　　言

有限元方法经过半个多世纪的发展，现已成为当今工程问题中应用最广泛的数值计算方法。有限元方法集多学科理论知识于一身，且有着自己的理论基础和解题方法。有限元方法首先被航空结构工程师引入，并因其在解决工程技术问题时的灵活、快速及有效性，而得到迅速发展，现在其解题范围已渗透到多个研究领域，包括固体变形场、流体场、电磁场、温度场和声场等。

近年来，由于有限元分析商业化软件的普及，有限元分析不再仅为少数专业人员所掌握，转而成为高校、科技工作者和工程技术人员所广泛使用的通用分析工具。拥有了先进的和自动化的有限元分析软硬件平台，并不意味着就掌握了有限元分析方法和能够得到正确的分析结果。对于实际的工程结构，特别是航空航天领域复杂的组合结构，工作环境复杂严峻，技术要求苛刻，要取得合乎工程标准的可信的结构分析结果，需要工程技术人员具有较高的理论素养和实际经验。

本书拟作为航空航天院校及相关专业的教材。目前，国内介绍有限元方法的书籍很多，与同类教材相比，本书具有以下特点：首先，为了使本书具有相对的系统性与完整性，前几章介绍了有限元方法的基本原理和理论基础，内容简洁而重点突出，为后面的实例分析奠定基础；其次，针对航空航天领域的典型结构，如机身结构、机尾翼结构、起落架结构以及卫星、火箭和导弹结构等，详细介绍其有限元模型的建立、网格划分、边界条件的选取以及载荷施加、求解和结果分析，并把常见的杆件结构、板和壳体问题分析融入到航空航天典型结构的分析当中；最后，介绍航空航天领域突出问题的工程应用，如静力分析、动力分析和复合材料结构的有限元分析技术，结构疲劳和结构优化设计技术等。本书内容完整，具有显著的航空航天特色，可作为高等院校航空航天、力学、机械等专业的教材，也可作为上述专业工程技术及科研开发人员的参考书。

鉴于工科院校学生理论知识与工程应用的并重性，本书分为上下两篇。

上篇主要介绍有限元方法的基本理论，共分 10 章。第 1 章绪论部分概述有限元法的早期工作、现状和未来，并简述有限元法在航空航天领域的应用背景和分析方法。第 2 章介绍有限元法的基本概念和理论基础。第 3~5 章分别介绍杆系结构、平面问题和空间问题的有限元法。第 6、7 章分别介绍轴对称问题和板壳问题的有限元法。第 8 章介绍高阶单元与等参单元的理论。第 9 章给出结构动力有限元分析的概念和基本理论。第 10 章介绍作者在不确定性结构分析的区间有限元方法方面的一些工作。上篇中的理论部分具有普适性，既为下篇所述

的航空航天有限元方法的应用奠定了基础,又可作为相关专业人士在有限元理论方面的入门参考。

下篇主要介绍有限元方法在航空航天中的应用,目的是为相关专业人士在使用有限元法分析航空航天结构时提供参考。本篇共8章。第11章介绍航空航天飞行器结构系统的组成及传力分析。第12、13章以大型飞机结构为原型,介绍模型简化,模型中结点的设置和单元类型的选取,约束与载荷的施加等,并分别就飞机的机身、机翼结构的有限元建模和分析方法进行了详细介绍。第14章介绍疲劳寿命的有限元分析方法及在飞机结构中的应用。第15章介绍基于有限元的结构优化设计技术在飞行器设计中的应用。第16章主要介绍卫星结构分析中的有限元法,包括有限元模型的建立,静力分析和模态分析。第17章介绍导弹和火箭结构的有限元模型建立和模态分析方法。第18章较为详细地阐述了作者近年来在有限元方面所进行的工作及在工程中的具体应用,以期读者能够将理论与实际融会贯通,正确并熟练地应用有限元分析方法进行工程结构分析。

作者长期以来一直从事航空航天飞行器结构的分析、设计、研究和教学工作,积累了丰富的科研教学经验。目前,国内还没有一本书能够全面系统地介绍空天飞行器结构有限元方法的基础性和专门性的教材,本书的出版适应于我国国防类大学学生的需要。

在编写本书的过程中,博士研究生祁武超、吴迪等付出了许多辛勤的劳动,仔细录入、校审了初稿,作者在此表示衷心地感谢!感谢本教材编写所参考书目的作者,书中如有漏引之处,还请作者见谅!

由于作者水平所限,书中的不妥之处,敬请读者批评指正。

作 者

2012年1月

# 主要符号表

$\Omega$	求解域	$N_r (r=i, j, k, \dots)$	单元形函数
$\Gamma$	求解域边界	$N$	单元形函数矩阵
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	表面力分量	$Ox'y'z'$	局部(单元)坐标系
$X, Y, Z$	体积力分量	$Oxyz$	整体坐标系
$\sigma$	正应力	$u, v, w$	位移场分量
$\tau$	剪应力	$u$	位移场向量
$\epsilon$	正应变	$u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$	结点位移分量
$\gamma$	剪应变	$u_i$	结点位移向量
$\sigma$	应力向量	$K^e$	单元刚度矩阵
$\epsilon$	应变向量	$u^e$	单元结点位移向量
$E$	弹性模量	$f^e$	单元结点载荷向量
$G$	剪切模量	$K$	总体刚度矩阵
$\mu$	泊松比	$U$	总体结点位移向量
$I$	截面惯性矩	$f$	总体结点载荷向量
$l$	杆长	$i, j, k, \dots$	结点编号
$A$	横截面积	$F^e$	单元结点力
$\varphi$	剪切影响系数	$P$	集中载荷
$A_s$	有效抗剪面积	$q$	分布载荷
$D$	弹性矩阵	$T$	扭矩
$B$	单元应变矩阵	$M$	弯矩
$S$	单元应力矩阵	$Q$	剪力
$\lambda$	方向余弦矩阵	$N$	轴力
$T$	坐标变换矩阵	$\theta$	扭转角
$I$	单位矩阵	$v$	挠度
$H$	势能泛函	$\Delta$	三角形单元面积
$W$	总功	$\Lambda$	6倍四面体单元体积
$U$	内力虚功	$M$	质量矩阵
$V$	外力虚功, 单元体积	$C$	阻尼矩阵

$\Phi$  振型矩阵

$\alpha, \beta, b$  不确定性参数

$\Lambda$  特征值对角矩阵

$x^I$  区间数

$\mu_1, \mu_2$  材料阻尼系数

$x^c$  区间数  $x^I$  的中点

$\lambda$  特征值

$\Delta x$  区间  $x^I$  的半径

$\phi$  特征向量

$\bar{x}$  区间  $x^I$  的上界

$t, \tau$  时间

$\underline{x}$  区间  $x^I$  的下界

$\omega$  角频率

注：局部坐标系下的量使用上角标符号(')

# 目 录

## 上 篇 有限元方法的基本理论

第 1 章 绪 论.....	3
1.1 有限元法的发展、现状和未来.....	3
1.1.1 有限元法的早期工作 .....	3
1.1.2 有限元法的发展和现状 .....	3
1.1.3 有限元法的未来 .....	5
1.2 有限元法在航空航天中的应用 .....	6
1.2.1 有限元法在航空航天领域中的应用背景 .....	6
1.2.2 航空结构分析 .....	7
1.2.3 航天结构分析 .....	8
习 题 .....	11
第 2 章 有限元法的基本概念和理论基础.....	12
2.1 有限元法的基本思想.....	12
2.2 有限元法的基本概念.....	13
2.3 弹性力学基本理论.....	16
2.4 变分原理.....	20
2.5 有限元平衡方程.....	21
习 题 .....	22
第 3 章 杆系结构有限元分析 .....	23
3.1 拉压杆单元.....	23
3.1.1 一般规定 .....	23
3.1.2 位移函数 .....	23
3.1.3 几何关系和物理关系 .....	25
3.1.4 平衡关系 .....	26
3.1.5 坐标变换 .....	27
3.2 扭转杆单元.....	29

3.3 平面直梁单元.....	30
3.3.1 位移函数.....	30
3.3.2 梁元的刚度矩阵.....	34
3.3.3 坐标变换.....	36
3.3.4 等效结点载荷.....	38
3.4 总体刚度矩阵和总体载荷列向量.....	40
3.5 刚度矩阵的物理意义和性质.....	43
3.6 位移边界条件.....	46
3.7 总刚度平衡方程的求解.....	48
3.8 算例.....	48
习题 .....	51
<b>第4章 平面问题有限元分析 .....</b>	<b>53</b>
4.1 概述.....	53
4.2 常应变三角形单元.....	54
4.2.1 离散化.....	54
4.2.2 位移模式与形函数.....	55
4.2.3 基于最小势能原理的单元特性分析.....	57
4.3 单元等效结点载荷列阵.....	60
4.4 矩形双线性单元.....	63
4.4.1 位移模式与形函数.....	64
4.4.2 单元刚度矩阵和单元等效载荷列阵.....	66
4.4.3 单元等效结点荷载矩阵.....	66
4.5 应力计算结果的整理.....	67
习题 .....	68
<b>第5章 空间问题有限元分析 .....</b>	<b>70</b>
5.1 三维应力状态.....	70
5.2 四面体常应变单元.....	71
5.3 直六面体单元.....	75
习题 .....	76

---

<b>第 6 章 轴对称问题的有限元分析 .....</b>	<b>77</b>
6.1 单元位移函数.....	77
6.2 单元应变与应力.....	78
6.2.1 单元应变.....	78
6.2.2 单元应力.....	79
6.3 单元刚度矩阵.....	80
6.4 整体刚度矩阵.....	81
6.5 等效结点载荷.....	82
6.5.1 体积力.....	82
6.5.2 表面力.....	84
习 题 .....	85
<b>第 7 章 板壳问题有限元分析 .....</b>	<b>86</b>
7.1 薄板问题的有限元法.....	86
7.1.1 矩形单元的位移函数.....	88
7.1.2 矩形单元的刚度矩阵.....	89
7.1.3 矩形单元的等效结点载荷和内力矩.....	91
7.2 薄壳问题的有限元法.....	92
7.2.1 结构载荷列阵.....	92
7.2.2 单元刚度矩阵.....	94
7.2.3 结点应力计算.....	94
习 题 .....	95
<b>第 8 章 高阶单元与等参数单元 .....</b>	<b>96</b>
8.1 高阶单元.....	96
8.1.1 建立形函数的方法.....	96
8.1.2 多项式的完备性.....	97
8.1.3 矩形单元——Lagrange 族单元 .....	98
8.1.4 矩形单元——Serendipity 族单元 .....	100
8.2 平面 4 结点等参单元 .....	101
8.2.1 坐标变换与等参单元 .....	101
8.2.2 单元刚度矩阵的计算 .....	103

8.2.3 等参变换的条件和等参单元的收敛性 .....	105
8.3 8结点曲边等参单元 .....	107
8.3.1 位移函数 .....	107
8.3.2 等参单元等效节点载荷 .....	109
习 题 .....	111
<b>第 9 章 结构动力有限元分析 .....</b>	<b>112</b>
9.1 动力问题有限元的基本概念 .....	112
9.2 运动方程式 .....	112
9.2.1 惯性力和阻尼力 .....	112
9.2.2 运动方程的建立 .....	113
9.2.3 动力方程与静力方程的区别 .....	114
9.3 质量矩阵 .....	114
9.3.1 集中质量矩阵 .....	114
9.3.2 一致质量矩阵 .....	116
9.4 阻尼矩阵 .....	116
9.4.1 单元阻尼矩阵 .....	116
9.4.2 总体阻尼矩阵 .....	117
9.5 无阻尼自由振动分析——特征值问题 .....	117
9.6 振型的性质 .....	118
9.6.1 振型的规格化 .....	118
9.6.2 振型的正交性 .....	118
9.7 有阻尼的自由振动分析 .....	119
9.8 结构动力响应分析 .....	120
9.8.1 振型叠加法 .....	120
9.8.2 直接积分法 .....	122
习 题 .....	127
<b>第 10 章 区间有限元分析 .....</b>	<b>128</b>
10.1 有界不确定参数结构静力有限元分析 .....	128
10.1.1 区间参数的定义 .....	128
10.1.2 有界不确定参数结构静力位移问题定义 .....	129
10.1.3 区间参数摄动方法 .....	130

---

10.1.4 区间矩阵摄动方法.....	133
10.1.5 数值算例.....	135
10.2 有界不确定参数结构固有振动频率分析.....	138
10.2.1 标准区间特征值问题.....	138
10.2.2 广义区间特征值问题的参数顶点法.....	148
10.2.3 广义区间特征值问题参数顶点求解定理在工程中的应用.....	155

## 下 篇 有限元方法在航空航天中的应用

第 11 章 飞行器典型结构与传力路线分析 .....	161
11.1 飞机结构系统的主要组成部分.....	161
11.2 导弹结构系统的主要组成部分.....	161
11.3 飞行器结构形式的分类.....	162
11.3.1 按照结构的受力传力形式分类.....	162
11.3.2 按照组成结构的部件形状分类.....	164
11.4 传力分析概念与典型构件的受力特性.....	164
11.4.1 传力的基本概念.....	164
11.4.2 对实际结构进行传力分析的基本方法.....	165
11.4.3 典型构件的受力特性.....	165
11.5 典型翼面结构及其受力、传力分析 .....	167
11.5.1 结构简介.....	167
11.5.2 机翼结构的受力特点.....	168
11.6 典型机身结构及其受力、传力分析 .....	168
11.6.1 结构简介.....	168
11.6.2 机身结构的受力特点.....	169
11.7 典型尾翼结构受力、传力分析 .....	169
11.8 典型起落架结构受力、传力分析 .....	170
11.8.1 结构简介.....	170
11.8.2 起落架结构的受力分析.....	170
第 12 章 飞机结构有限元建模技术 .....	171
12.1 概 述.....	171
12.2 建模思路.....	171

12.3 计算资源分析 .....	172
12.4 结点 .....	172
12.5 单元 .....	175
12.6 结构的约束 .....	183
12.7 结构载荷的施加 .....	185
<b>第 13 章 飞机结构有限元分析 .....</b>	<b>187</b>
13.1 机身结构有限元分析 .....	187
13.1.1 结构简介 .....	187
13.1.2 结构设计准则 .....	188
13.1.3 机身有限元模型简化中的一般考虑 .....	188
13.1.4 加强筒状结构极限强度 .....	188
13.1.5 载荷选取及施加 .....	190
13.1.6 机身外壳体有限元分析 .....	191
13.2 机翼结构有限元分析 .....	196
13.2.1 典型结构简介 .....	197
13.2.2 网格的划分和有限单元的选取 .....	198
13.2.3 边界条件模拟 .....	199
13.2.4 计算结果分析 .....	199
<b>第 14 章 飞机结构疲劳的有限元分析 .....</b>	<b>200</b>
14.1 概述 .....	200
14.2 疲劳设计方法 .....	200
14.3 疲劳分析的基本步骤 .....	202
14.4 确定疲劳寿命的方法 .....	202
14.5 疲劳寿命的有限元分析方法 .....	203
14.5.1 应力疲劳有限元分析方法 .....	203
14.5.2 应变疲劳有限元分析方法 .....	205
14.6 工程实例分析 .....	206
14.6.1 带有缺口平板的应力疲劳有限元分析 .....	206
14.6.2 带有缺口平板的应变疲劳有限元分析 .....	207

---

<b>第 15 章 飞行器结构优化设计 .....</b>	<b>210</b>
15.1 概 述 .....	210
15.2 结构优化设计的数学模型 .....	211
15.3 设计灵敏度分析 .....	213
15.4 结构优化方法 .....	213
15.5 基于有限元结构优化设计在航空航天的实例 .....	216
<b>第 16 章 卫星结构有限元分析 .....</b>	<b>220</b>
16.1 概 述 .....	220
16.2 卫星结构分析模型的建立 .....	221
16.2.1 结构的理想化 .....	221
16.2.2 建模需要考虑的问题 .....	223
16.2.3 分析模型的检验 .....	227
16.3 结构静力分析 .....	227
16.3.1 结构静力分析的载荷条件 .....	228
16.3.2 解析法或半解析法的应用 .....	229
16.3.3 有限元的应用 .....	231
16.3.4 结构静力分析实例 .....	234
16.4 结构模态分析 .....	236
16.4.1 模态分析的目的和作用 .....	236
16.4.2 模态分析方法 .....	237
16.4.3 模态特征分析 .....	241
16.4.4 提高模态分析准确性的手段 .....	243
16.4.5 模态分析实例 .....	244
<b>第 17 章 弹(箭)结构有限元分析 .....</b>	<b>246</b>
17.1 概 述 .....	246
17.2 弹(箭)结构有限元建模方法 .....	246
17.2.1 简化梁模型 .....	246
17.2.2 三维壳模型 .....	247
17.2.3 弹(箭)翼结构有限元建模 .....	248
17.3 弹(箭)结构固有特性分析 .....	248

17.3.1 弹(箭)结构固有特性的特点与设计要求	249
17.3.2 导弹(火箭)模态分析的方法	250
17.3.3 提高模态分析准确性的措施	251
17.3.4 结构设计中调整全弹(箭)固有特性的途径	252
17.4 分析实例	254
<b>第 18 章 工程实例分析</b>	<b>257</b>
18.1 某型机前机身结构静力有限元分析	257
18.2 FRP 蜂窝结构标志底板有限元分析	260
18.3 某型机垂尾翼尖结构有限元静力分析	264
18.4 某型直升机涵道尾桨有限元动力分析	266
<b>参考文献</b>	<b>272</b>

# 上 篇 有限元方法的基本理论

## 本篇知识要点：

- 有限元法的基本概念和理论基础；
- 杆系结构有限元分析；
- 平面问题有限元分析；
- 空间问题有限元分析；
- 轴对称问题有限元分析；
- 板壳问题有限元分析；
- 高阶单元与等参单元；
- 结构动力有限元分析；
- 不确定性结构分析的区间有限元方法。