



走进名校
黄冈中学
南京师大附中
长沙一中
南开中学
天津外国语学校
上海复兴中学
福州一中
山东实验中学
安庆一中
湖南师大附中

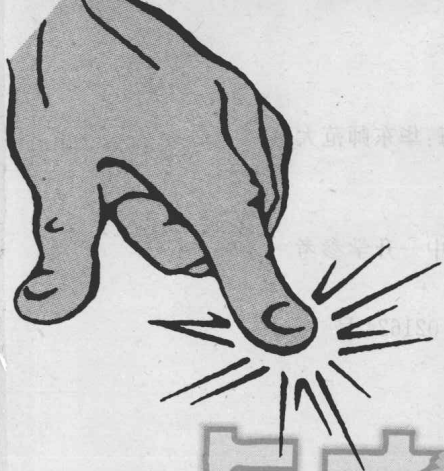
点击名师

高考数学

主编 陈德燕

华东师范大学出版社

人教版
见行教材
教辅



Bule it's me!
Hey!

点击名师

高考数学

主 编 陈德燕
参编者 刘煊藩 苏 健



NLIC2970150548

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

点击名师. 高考数学/陈德燕主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2002. 6

ISBN 7-5617-2935-9

I. 点... II. 陈... III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 021624 号

点击名师 高考数学

组 稿 倪 明
主 编 陈德燕
特约编辑 张卫霞
封面设计 黄惠敏
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62865537
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 华东师大校内先锋路口

业务电话 上海地区 021-62232873
华东 中南地区 021-62458734
华北 东北地区 021-62571961
西南 西北地区 021-62232893

业务传真 021-62860410 62602316

http: //www.ecnupress.com.cn

社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

印刷者 苏州市永新印刷包装有限责任公司
开 本 890×1240 32 开
印 张 16.125
字 数 546 千字
版 次 2004 年 6 月第三版
印 次 2004 年 6 月第一次
书 号 ISBN 7-5617-2935-9/G·1470
定 价 17.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
1.1 集合的概念与运算	1
1.2 逻辑联结词、四种命题、充要条件	6
第二章 函数	11
2.1 映射与函数	11
2.2 函数的解析式、定义域	15
2.3 函数的值域	20
2.4 函数的奇偶性与周期性	25
2.5 函数的单调性	30
2.6 反函数	34
2.7 函数性质的综合应用	39
2.8 一次函数与二次函数	44
2.9 指数函数与对数函数	49
2.10 函数的图象	56
2.11 函数的最值	62
2.12 利用函数知识解答应用题	67
2.13 函数知识的综合应用	73
第三章 数列	79
3.1 等差、等比数列概念和基本运算	79
3.2 等差、等比数列性质及其应用	83
3.3 数列的通项与求和	88
3.4 数列知识的综合应用	92
第四章 三角函数	99
4.1 三角函数的概念	99
4.2 同角三角函数间的关系及诱导公式	104
4.3 三角函数的图象	109
4.4 三角函数的性质(一)	116
4.5 三角函数的性质(二)	121
4.6 三角基本公式及应用(一)	126
4.7 三角基本公式及应用(二)	130

4.8	解三角形	134
4.9	三角形中的三角函数	138
第五章	平面向量	144
5.1	向量概念与性质	144
5.2	向量的加法、减法、实数与向量的积	149
5.3	平面向量的坐标运算	154
5.4	线段的定比分点、平移	159
5.5	平面向量的数量积及其运算律	164
5.6	平面向量数量积的坐标表示	170
第六章	不等式	176
6.1	不等式的性质	176
6.2	基本不等式	182
6.3	不等式的证明(一)	187
6.4	不等式的证明(二)	193
6.5	不等式的解法	198
6.6	含绝对值的不等式	203
6.7	不等式知识的应用	209
第七章	直线和圆的方程	220
7.1	直线的方程	220
7.2	两条直线的位置关系	225
7.3	线性规划及其简单的应用	231
7.4	曲线与方程	238
7.5	圆	243
第八章	圆锥曲线	249
8.1	椭圆	249
8.2	双曲线	254
8.3	抛物线	259
8.4	直线与圆锥曲线	265
8.5	轨迹方程	272
8.6	圆锥曲线知识的综合应用	279
第九章	直线、平面、简单几何体(B)	286
9.1	平面及其基本性质	286
9.2	空间两直线	291
9.3	直线与平面、平面与平面平行	297
9.4	直线和平面垂直	303

9.5	空间向量及其运算	311
9.6	空间向量的坐标运算	319
9.7	空间的角	326
9.8	空间的距离	335
9.9	棱柱与棱锥	342
9.10	正多面体、欧拉定理、球	351
第十章	排列、组合和概率	359
10.1	两个基本原理、排列与组合	359
10.2	排列与组合应用题	363
10.3	二项式定理	367
10.4	二项式定理的应用	371
10.5	随机事件的概率	375
10.6	互斥事件有一个发生的概率	379
10.7	相互独立事件同时发生的概率	384
第十一章	概率与统计	390
11.1	离散型随机变量的分布列	390
11.2	离散型随机变量的期望和方差	394
11.3	统计	399
第十二章	极限	405
12.1	数学归纳法及其应用	405
12.2	数列的极限及其应用	411
12.3	函数的极限、连续性及其应用	416
第十三章	导数	422
13.1	导数	422
13.2	导数的应用(一)	427
13.3	导数的应用(二)	432
第十四章	复数	438
14.1	复数的概念及其运算	438
14.2	复数的三角形式及运算	443
14.3	复数的几何意义及其应用	448
14.4	复数集上的方程	452
参考答案		457

第一章

集合与简易逻辑

1.1 集合的概念与运算

一、教学目标导向

【重点难点】

集合、子集、交集、并集、补集的概念. 集合的运算. 集合的表示法.

【能力要求】

理解集合、子集、交集、并集、补集的概念. 了解空集和全集的意义. 了解属于、包含、相等关系的意义, 能掌握有关的术语和符号, 能正确地表示一些较简单的集合.

二、课堂分层导学

【学法指导】

在进行集合的运算时, 首先应明确集合符号的含义, 其次应注意集合元素的“三性”(确定性、互异性、无序性)在解题中的作用. 为了使集合的交、并、补关系直观形象且有利于运算, 应重视数形结合思想的应用. 如借助韦恩图、数轴、直角坐标系等解决问题. 为提高解题的效率, 应掌握一些集合的运算性质, 如, $A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$, $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 以及一个含有 n 个元素的集合, 其子集数为 2^n 等.

【精讲释疑】

空集是一种特殊的集合, 题目中若未注明集合为非空时, 应考虑空集的情形, 以免漏解. 为使集合的交、并、补关系直观形象且有利于运算, 应重视数形结合思想的应用, 同时还应该注意数集边界值问题.

【例题解析】

【例1】 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$,
 $B = \{x | x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是

2000 年文科高
考第1题.

().

A. 11 B. 10 C. 16 D. 15

【解析】 由条件知, $A \cup B = \{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq 5\}$, 可见集合 $A \cup B$ 中有 16 个元素.

【答案】 C.

【例 2】 设 $I = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{R}\}$, $M = \{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) \mid y \neq x+1\}$, 那么 $\complement_I(M \cup N) = (\quad)$.

A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$
C. $(2, 3)$ D. $\{(x, y) \mid y = x+1\}$

【解析】 将集合 M 整理得, $M = \{(x, y) \mid y = x+1, x \neq 2\}$, 集合 M 表示直线 $l: y = x+1$ 上除点 $A(2, 3)$ 以外的点; 集合 N 表示直线 l 以外的点, 因此, $M \cup N$ 表示平面内除点 A 以外的所有点的集合. 所以, $\complement_I(M \cup N) = \{(2, 3)\}$.

【答案】 B.

【例 3】 满足条件 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的所有集合 A 的个数为().

A. 8 个 B. 7 个 C. 6 个 D. 5 个

【解析】 由条件知, $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 中含有元素 1 和 2, 同时 A 中除元素 1 和 2 以外的所有元素组成的集合是集合 $\{3, 4, 5\}$ 的子集. 故符合条件的集合有 8 个.

【答案】 A.

【例 4】 已知函数 $f(x), g(x) (x \in \mathbf{R})$, $a > 0$, 设不等式 $|f(x)| + |g(x)| < a$ 的解集为 M , $|f(x) + g(x)| < a$ 的解集为 N , 则集合 M, N 之间的关系是().

A. $N \subset M$ B. $M = N$
C. $M \subseteq N$ D. $M \subset N$

【解析】 由绝对值不等式性质知, 若 $x \in M$, 即 $|f(x)| + |g(x)| < a$, 则 $|f(x) + g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)| < a$, 因此, $x \in N$, 可见 $M \subseteq N$.

【答案】 C.

先化简集合, 再运算.

注意集合的表示法, 理解集合符合的含义.

一个含有 n 个元素的集合, 其子集数为 2^n .

理解不等式解集的含义.

子集的定义.

【例5】 已知 $A = \{y \mid y^2 - (a^2 + a + 1)y + a(a^2 + 1) > 0\}$, $B = \{x \mid x = \frac{1}{2}t^2 - t + \frac{5}{2}, 0 \leq t \leq 3\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

【解析】 集合运算时,应明确各个集合的含义,本题集合 A 表示不等式的解集,集合 B 表示函数的值域.

【答案】 由 $y^2 - (a^2 + a + 1)y + a(a^2 + 1) > 0$, 且 $a^2 + 1 > a$ 知, $A = (-\infty, a) \cup (a^2 + 1, +\infty)$

由 $x = \frac{1}{2}t^2 - t + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(t-1)^2 + 2$, 且 $0 \leq t \leq 3$ 知, $2 \leq x \leq 4$, 所以 $B = [2, 4]$

又因为 $A \cap B = \emptyset$, 所以 $a \leq 2$ 且 $a^2 + 1 \geq 4$

解得 $a \leq -\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3} \leq a \leq 2$.

【智能升级】

【例6】 设 $f(x) = x^2 + px + q$, 集合 $A = \{x \mid x = f(x)\}$, $B = \{x \mid f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求 B .

【解析】 本题是集合、函数、方程的综合题.

在第(1)题中要证 $A \subseteq B$, 就是要证明当 x_0 是方程 $x = f(x)$ 的解时, x_0 也是方程 $f[f(x)] = x$ 的解.

第(2)题中, 由 $A = \{-1, 3\}$ 可知方程 $x = f(x)$ 有两个实根 -1 和 3 , 从而由韦达定理可求出 p, q 的值, 再解方程 $f[f(x)] = x$ 即可得集合 B .

【答案】 (1) 设 $x_0 \in A$, 由 $A = \{x \mid x = f(x)\}$ 知, $x_0 = f(x_0)$, 所以 $f[f(x_0)] = f(x_0) = x_0$. 从而 x_0 是方程 $f[f(x)] = x$ 的解, 即 $x_0 \in B$. 因此 $A \subseteq B$;

(2) 因为 $A = \{-1, 3\} = \{x \mid x^2 + px + q = x\}$, 所以方程 $x^2 + (p-1)x + q = 0$ 有两根 -1 和 3 . 所以 $-(p-1) = -1+3$, $q = -1 \times 3$, $p = -1$, $q = -3$. 于是 $f(x) = x^2 - x - 3$, 方程 $f[f(x)] = x$ 化为 $f(x^2 - x - 3) = x$, $(x^2 - x - 3)^2 - (x^2 - x - 3) - 3 = x$, 即 $(x^2 - x - 3)^2 -$

注意含有参数的一元二次不等式的解法.

注意二次函数值域的求法.

注意边界值.

集合 A 是方程 $x = f(x)$ 的解集.

证明当 $f(x_0) = x_0$ 时, $f[f(x_0)] = x_0$.

韦达定理.

$x^2 = 0$, $(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 3) = 0$, 其解为 $x = -1, 3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$. 因此 $B = \{-1, 3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$.

三、课堂能力测试

(一) 选择题

1. 已知全集 $I = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0, -1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 则 $(\complement_I M) \cap N = (\quad)$.

A. $\{0\}$ B. $\{-3, -4\}$
C. $\{-1, -2\}$ D. $\emptyset$

2. 已知集合 $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{0, 2, 4, 8\}$, 若集合 A 满足条件 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$, 则集合 A 的个数是 $(\quad)$.

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

3. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N = (\quad)$.

A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$

4. 已知集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 $(\quad)$.

A. $M = N$ B. $M \supset N$
C. $M \subset N$ D. $M \cap N = \emptyset$

5. 设集合 $A = \{x \mid x^2 < a\}$, $B = \{x \mid x < 2\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$.

A. $a < 4$ B. $a \leq 4$
C. $0 < a \leq 4$ D. $0 < a < 4$

6. 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x \mid x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x \mid |x - 5| < a (a \text{ 为常数})\}$, 且 $11 \in B$, 则 $(\quad)$.

A. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$ B. $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$
C. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$ D. $A \cup B = \mathbf{R}$

(二) 填空题

7. 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

因式分解.

A 为 $B \cap C$ 的子集.

注意集合的表示法.

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = (k+2) \cdot \frac{\pi}{4}$$

注意 $A = \emptyset$ 时的情形.

由 $11 \in B$ 知,
 $a > 6$, $5 - a < -1$ 且
 $5 + a > 11$.

8. 设集合 $A = \{x \mid 2\lg x = \lg(8x - 15), x \in \mathbf{R}\}$, $B =$

$\{x \mid \cos \frac{x}{2} > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为_____.

9. 设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S , 其中由 3 个元素组成的子集数为 T , 则 $\frac{T}{S} =$ _____.

10. 同时满足 $\{1\} \subset A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 A 中所有元素之和为奇数的集合 A 的个数是_____.

(三) 解答题

11. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$, 集合 $A = \{x \mid f(x) = 2x\}$, 若 $A = \{2\}$, 求 a, b 的值以及 $f(x)$.

12. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - ax \leq x - a\}$, $B = \{x \mid 1 \leq \log_2(x+1) \leq 2\}$, $C = \{x \mid x^2 + bx + c > 0\}$. (1) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围; (2) 若 $B \cap C = \emptyset$ 且 $B \cup C = \mathbf{R}$, 求 b, c 的值.

13. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap (0, +\infty) = \emptyset$, 求实数 p 的取值范围.

四、创新思维火花

14. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x = n, y = na + b, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) \mid x = m, y = 3m^2 + 15, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 144\}$ 是平面 XOY 内的点集, 讨论是否存在实数 a 和 b , 使得 (1) $A \cap B \neq \emptyset$; (2) $(a, b) \in C$ 同时成立.

将 A 中元素代入

B 验证.

$S = 2^{10}$, $T =$

C_{10}^3 .

元素之和为奇数的充要条件是有奇数个奇数.

A 为方程 $f(x) = 2x$ 的解集.

C 是 B 在 $\mathbf{R}$ 上的补集.

注意 $A = \emptyset$ 的情形, 利用 $x_1 \cdot x_2 = 1 > 0$ 可以简化计算.

明确点集 A, B, C 所表示的图形以及条件 (1)、(2) 的几何意义.

高考链接

集合是数学中的一个基本概念, 是研究数学的重要工具, 是高考考查的重点内容之一. 有两种主要的考查方式: 一是考查集合本身知识, 以考查集合的基本概念、运算以及简单的计数问题为主. 如 1996、1997、1999 年第 1 题, 2000 年文科第 1 题等. 二是作为基本语言和工具出现在试题中, 考查集合语言与集合思想在各类数学问题中的应用 (如函数的定义域、方程与不等式的解集等), 如 1989 年第 24 题、1997 年第 14 题等.

1.2 逻辑联结词、四种命题、充要条件

一、教学目标导向

【重点难点】

充要条件、反证法.

【能力要求】

理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义. 理解四种命题及其相互关系. 掌握充要条件的意义. 会判断两个命题的充分必要关系. 理解反证法证明命题的步骤.

二、课堂分层导学

【学法指导】

判断复合命题真假的方法有: (1) 对于“ p 或 q ”形式的复合命题, 只要它的支命题中有一个支命题为真命题, 则该复合命题为真命题; 只有当各支命题都是假命题时, 用“或”词联结的命题才是假命题(反之也成立). (2) 对于“ p 且 q ”形式的复合命题, 当且仅当各支命题都为真命题时, 其复合命题为真命题. (3) 对于“非 p ”形式的复合命题其真假情况恰好与 p 相反.

写出一个命题的否命题、逆命题、逆否命题, 关键在于分清命题中的条件和结论.

在判断命题真假时, 有时可以利用如下: 原命题与其逆否命题同真或同假.

【精讲释疑】

判断两个命题的充分必要关系时, 应注意整个命题的前提条件. 如: $A > B$ 不是 $\sin A > \sin B$ 的充分条件, 也不是 $\sin A > \sin B$ 的必要条件; 但当 A, B 为 $\triangle ABC$ 内角时, $A > B$ 是 $\sin A > \sin B$ 的充分必要条件.

反证法的理论依据是原命题与其逆否命题同真或同假. 对于直接证明有困难的命题, 可以考虑用反证法证明.

【例题解析】

【例1】写出命题“在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C = 90^\circ$, 则 $c^2 = a^2 + b^2$ ”的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断它们的真假.

分清命题的条件与结论是解答此类问

【解析】 此题原命题中,“在 $\triangle ABC$ 中”是大前提,在考虑逆命题、否命题和逆否命题时,该大前提保持不变.

【答案】 逆命题: 在 $\triangle ABC$ 中,若 $c^2 = a^2 + b^2$,则 $\angle C = 90^\circ$,它是真命题.

否命题: 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle C \neq 90^\circ$,则 $c^2 \neq a^2 + b^2$,它是真命题.

逆否命题: 在 $\triangle ABC$ 中,若 $c^2 \neq a^2 + b^2$,则 $\angle C \neq 90^\circ$,它是真命题.

【例2】 写出命题“若 $x \geq 1$ 且 $y \geq 2$,则 $x+y \geq 3$ ”的逆命题、否命题和逆否命题,并判断它们的真假.

【解析】 应明确对“或”、“且”、“非”的否定. 如,“ p 或 q ”的否定是“非 p 且非 q ”;“ p 且 q ”的否定是“非 p 或非 q ”. 事实上,它可以与集合的运算律(德·摩根定律)相对应:
 $\complement_u(A \cap B) = (\complement_u A) \cup (\complement_u B)$, $\complement_u(A \cup B) = (\complement_u A) \cap (\complement_u B)$.

【答案】 逆命题: 若 $x+y \geq 3$,则 $x \geq 1$ 且 $y \geq 2$,它是假命题.

否命题: 若 $x < 1$ 或 $y < 2$,则 $x+y < 3$,它是假命题.

逆否命题: 若 $x+y < 3$,则 $x < 1$ 或 $y < 2$,它是真命题.

【例3】 在 $\triangle ABC$ 中,求证 $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$.

【解析】 判断两个命题的充分必要关系时,应注意它们的大前提,本题两命题的大前提是“在 $\triangle ABC$ 中”,即 A 、 B 为 $\triangle ABC$ 的内角.

【证明】 先证必要性. 即在 $\triangle ABC$ 中,若 $A > B$,则 $\sin A > \sin B$. 由于在同一个三角形中,大角对大边,所以由 $A > B$ 可得 $a > b$. 由于 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 且 $\sin A > 0$, $\sin B > 0$,所以 $\sin A > \sin B$.

再证充分性. 即在 $\triangle ABC$ 中,若 $\sin A > \sin B$,则 $A > B$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$,并结合 $\sin A > \sin B > 0$, a 、

题的关键. 同时应注意命题的大前提.

应注意对“都是”、“至少”、“至多”、“存在”、“仅有”等的理解,并能完整地指出它们的对立面.

$x \geq 1$ 可分解为
 $x > 1$ 或 $x = 1$.

分清充分性、必要性的含义.

思考: 若拿掉在 $\triangle ABC$ 中这一前提条件,那么 $A > B$ 是 $\sin A > \sin B$ 的什么条件?

b 为正数, 可得 $a > b$, 又由在同一个三角形中大边对大角可得 $A > B$.

【例 4】 已知 $h > 0$, 设命题甲为“两个实数 a, b 满足 $|a - b| < 2h$ ”, 命题乙为“两个实数 a, b 满足 $|a - 1| < h$ 且 $|b - 1| < h$ ”. 那么().

- A. 甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件
- B. 甲是乙的必要条件, 但不是乙的充分条件
- C. 甲是乙的充要条件
- D. 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件

【解析】 解答此类问题, 一需要明确两个命题之间的互推关系, 二是要理解“必要条件”、“充分条件”的概念.

由 $|a - 1| < h, |b - 1| < h$, 知 $|a - b| = |(a - 1) - (b - 1)| \leq |a - 1| + |b - 1| < h + h = 2h$, 可见 $乙 \Rightarrow 甲$, 甲是乙的必要条件.

另一方面, 取 $a = b = 2, h = 1$, 则 $|a - b| = 0 < 2h$, 即甲成立. 而此时, $|a - 1| = |b - 1| = 1$, 因 $h = 1$, 所以 $1 < h$ 不成立, 即乙不成立, 可见 $甲 \not\Rightarrow 乙$.

因此, 甲是乙的必要非充分条件. 选 B.

【答案】 B.

【例 5】 设 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 $x, x+1, x+2$, 则“ $\triangle ABC$ 是钝角三角形”的一个必要不充分条件是().

- A. $0 < x < 3$
- B. $1 < x < 3$
- C. $1 < x < 2$
- D. $2 < x < 4$

【解析】 充分必要条件常常与其他知识结合综合考查. 对于复杂的命题常常可以先找出与其等价的一个简单命题, 然后再与其他命题进行比较判断.

先求 $\triangle ABC$ 为钝角三角形的充要条件.

$$\text{由 } \begin{cases} x > 0, x+1 > 0, x+2 > 0, \\ x + (x+1) > x+2, \\ (x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2, \end{cases} \quad \text{解得 } 1 < x < 3.$$

可见, $\triangle ABC$ 为钝角三角形的充要条件是 $1 < x < 3$.

选 A.

1990 年高考题.

若 $甲 \Rightarrow 乙$, 则甲是乙的充分条件, 而乙是甲的必要条件.

本题也可以从绝对值的几何意义入手考虑.

甲成立的必要条件是乙, 是指由甲可推出乙. 即 $甲 \Rightarrow 乙$.

任意两边之和大于第三边(构成三角形的条件).

【答案】 A.

【智能升级】

【例6】 证明函数 $f(x) = \sin x + \cos \sqrt{2}x$ 不是周期函数.

【解析】 直接证明有困难,用反证法证明.

【答案】 假设 $f(x) = \sin x + \cos \sqrt{2}x$ 是周期函数,则存在常数 $T (T \neq 0)$,使得 $f(x+T) = f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都成立.即

$$\sin(x+T) + \cos \sqrt{2}(x+T) = \sin x + \cos \sqrt{2}x, \quad ①$$

$$\text{在①中,令 } x=0 \text{ 得, } \sin T + \cos \sqrt{2}T = 1, \quad ②$$

$$\text{在①中,令 } x=-T \text{ 得, } 1 = \sin(-T) + \cos(-\sqrt{2}T) = -\sin T + \cos \sqrt{2}T, \quad ③$$

$$\text{由②、③知, } \sin T = 0, \cos \sqrt{2}T = 1,$$

所以 $T = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 且 $\sqrt{2}T = 2m\pi (m \in \mathbf{Z})$, 相除,得 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{k}{2m}$, 即 $\sqrt{2} = \frac{k}{m} (k, m \in \mathbf{Z})$, $\frac{k}{m}$ 为有理数,与 $\sqrt{2}$ 是无理数矛盾. 所以假设不成立,故原命题正确,即 $f(x)$ 不是周期函数.

三、课堂能力测试

(一) 选择题

- 命题“若 $a \in A$, 则 $\{a\} \subset A$ ”的逆命题是().
 A. 若 $a \in A$, 则 $\{a\} \not\subset A$ B. 若 $\{a\} \subset A$, 则 $a \in A$
 C. 若 $\{a\} \not\subset A$, 则 $a \notin A$ D. 若 $a \notin A$, 则 $\{a\} \not\subset A$
- 若 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的定义域和值域都是 $\mathbf{R}$, 则 $f(x) > g(x) (x \in \mathbf{R})$ 成立的充要条件是().
 A. 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使 $f(x) > g(x)$
 B. 有无穷多个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) > g(x)$
 C. 对 $\mathbf{R}$ 中的任意 x , 有 $f(x) > g(x) + 1$
 D. $\mathbf{R}$ 中不存在 x , 使得 $f(x) \leq g(x)$
- 设甲、乙、丙三个命题, 如果甲是乙的必要条件, 丙是乙

周期函数的定义.

取特殊值代入.

1996 年上海市
高考题.

1991 年高考题.

的充分条件但不是乙的必要条件,那么().

- A. 丙是甲的充分条件,但不是甲的必要条件
B. 丙是甲的必要条件,但不是甲的充分条件
C. 丙是甲的充要条件
D. 丙不是甲的充分条件,也不是甲的必要条件
4. $a > 2$ 是不等式 $|x-2| + |x-1| < a$ 的解集为非空集合的().
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

(二) 填空题

5. $x < 0$ 的一个充分不必要条件是_____.
6. 命题“若 $a > 0$ 且 $b > 0$, 则 $ab > 0$ ”的逆命题是_____
_____ ; 否命题是_____; 逆否命题是_____.
7. 已知函数 $y = f(x)$ (定义域为 D , 值域为 A) 有反函数 $y = f^{-1}(x)$, 则方程 $f(x) = 0$ 有解 $x = a$, 且 $f(x) > x$ ($x \in D$) 的充要条件是_____.

(三) 解答题

8. 已知 a, b, c 是互不相等的非零实数, 求证下列三个方程: $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 不可能都有两个相等实根.
9. 证明函数 $f(x) = \cos x$ 的最小正周期为 2π .

四、创新思维火花

10. 证明函数 $f(x) = \sin \sqrt{x}$ 不是周期函数.

使用符号“ $\Rightarrow$ ”、

“ $\Leftarrow$ ”有助于简化问题.

$f(x) = |x-2| + |x-1|$ 的最小值为 1. 思考: 怎样求最小值?

只需写出一个条件.

2002 年上海市高考题.

只需写出一个充要条件.

仿例 6.



高考链接

高考对这一部分内容的考查主要集中在对充要条件的考查上, 一般是选择题和填空题, 多属于容易题. 如 1998 年全国高考第 4 题, 2002 年上海市高考第 12 题.

第二章

函数

2.1 映射与函数

一、教学目标导向

【重点难点】

映射与函数的概念. 分段函数的含义.

【能力要求】

了解映射的概念, 会求映射中指定元素的象或原象. 在映射的基础上理解函数的概念. 能根据函数三要素判断两个函数是否为同一个函数. 理解函数的三种表示方法, 会根据题目的条件(包括实际问题与给出函数图象)建立函数关系式, 确定函数的定义域. 会求分段函数的函数值, 以及由函数值求自变量等.

二、课堂分层导学

【学法指导】

对于映射的概念应抓住“存在性”与“唯一性”, 即 A 中的每一个元素在 B 中都存在元素与之对应(存在性), 且只有一个元素与之对应(唯一性). 函数图象相同与函数相同本质是一致的. 判断两个函数是否为同一个函数时, 不能仅凭解析式(即对应法则)是否相同, 还应观察他们的定义域是否相同. 若函数在定义域的不同子集上的对应法则不同, 那么就必须用不同的式子表示该函数, 这种形式的函数称为分段函数. 计算分段函数的函数值时, 应先判断自变量的范围, 以便确定计算函数值的式子.

【精讲释疑】

根据实际问题列出函数表达式时, 应认真分析问题中的数量关系, 在确定函数定义域时, 不仅需要考虑到使数学式子有意义的自变量值, 还要求不能使实际问题失去意义. 应注意能力的培养和分段函数的表达式问题.