1992

# 高考试题解法分析

李珂

广东科技出版社

# 1992 高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

李　珂

广 东 科 技 出 版 社

粤新登字 04 号

1992Gaokao Shiti Jiefa Fenxi

1992 高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

编　　者：李　珂
出版发行：广东科技出版社（广州市环市东路水荫路 11 号）
经　　销：广东省新华书店
印　　刷：湛江人民印刷厂
规　　格：787×1092　1/32　6.75 印张　字数 145 千
版　　次：1993 年 4 月　第 1 版　　1993 年 4 月　第 1 次印刷
ISBN　7—5359—1101—3/G·258
定　　价：3.20 元

# 说　　明

本书编入了1992年全国高考数学(包括理工农医类和文史类)、物理、化学、生物试题的解答和分析. 其中,《数学试题解答和分析》的理工农医类和文史类分别由郑丽华、余芷君同志撰写;《物理试题解答与分析》由李真同志撰写;《化学试题解答与分析》由许波同志撰写,吴琦同志审阅;《生物试题解答与分析》由李春明同志撰写,华南师大温兆清副教授审阅.

本书内容的重点是解题方法分析,各科均按试题的顺序分题阐述. 对于每一道试题,在给出详细答案(包括不同解法的答案)的同时,着重阐述解题的思路、解题的方法要领、解题时应注意的问题、易犯的错误及其原因,力图从思路分析和错误分析两方面,向读者提供解题方法技巧的有益启发. 这些分析的内容,既注意到中学教育的实际,又结合了高考评卷的情况,便于读者学习领会和吸取经验教训.

我们希望本书有助于中学生掌握正确的学习方法和解题方法,有助于促进提高中学教学质量. 本书适合高中学生阅读,也可供中学教师教学时参考.

编　者

1992年10月

# 目 录

# 数学试题解答与分析

## 理工农医类（第Ⅰ卷）

### 第　一　题

**选择题：本大题共 18 小题；每小题 3 分，共 54 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1　$\dfrac{\log_8 9}{\log_2 3}$的值是

(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{3}{2}$　　(D) 2

【答案】

(A)

【分析与求解】

本题要求掌握对数的基本知识，特别是换底公式. 由于分子的对数的底数是 8，正好是 2 的 3 次方，而分母的对数的底数是 2，故将分子的对数换为 2 为底的对数.

$$\log_8 9=\frac{\log_2 9}{\log_2 8}=\frac{2\log_2 3}{3\log_2 2}=\frac{2\log_2 3}{3}$$

$$\frac{\log_8 9}{\log_2 3}=\frac{\dfrac{2\log_2 3}{3}}{\log_2 3}=\frac{2}{3}$$

因此，应选（A）作答.

【易犯错误】

有些考生见到题目给出的比值中，分子分母都是对数，其真数分别是 9 和 3，9 是 3 的平方，以为比值就是 2，错选

(D) 作答.

**2** 如果函数 $y=\sin(\omega x)\cos(\omega x)$ 的最小正周期是 $4\pi$，那么常数 $\omega$ 为

(A) 4　　(B) 2　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{1}{4}$

【答案】

(D)

【分析与求解】

本题要求掌握函数周期的定义，熟记四种三角函数的最小正周期. 如同课本一样，今后说到三角函数的周期. 一般都指最小正周期.

解题时先把函数 $y$ 变形，变成只含一种三角函数的解析式. 然后求出这个函数的最小正周期，它应该等于 $4\pi$，由此可求出 $\omega$ 的值.

$$y=\frac{1}{2}[2\sin(\omega x)\cos(\omega x)]$$
$$=\frac{1}{2}\sin 2\omega x$$

因为正弦函数的周期是 $2\pi$，所以

$$y=\frac{1}{2}\sin(2\omega x+2\pi)$$
$$=\frac{1}{2}\sin\left[2\omega\left(x+\frac{\pi}{\omega}\right)\right]$$

可以看出在函数 $y$ 的定义域内，对于任意一个 $x$，其对应的 $y$ 值和 $x+\frac{\pi}{\omega}$ 对应的 $y$ 值相等. 根据函数的周期的意义，

$\therefore$ 周期 $T=\frac{\pi}{\omega}=4\pi$

$\therefore$ $\omega=\frac{1}{4}$

故选（D）作答.

解答本题还可以从另一个角度来考虑. 因为函数 $y=\sin ax$ 的最小正周期由系数 $a$ 来确定，当 $a>0$ 的时候，$a$ 越大周期越小，$a$ 越小周期反而大.

$$y=\frac{1}{2}\sin 2\omega x$$

当 $\omega$ 分别等于 4，2，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$时，函数 $y$ 的周期依次从小到大. 如果当 $\omega=\frac{1}{4}$时，$4\pi$ 是函数 $y$ 的周期，则 $4\pi$ 必然是 $y$ 的最小正周期，如果不是最小的正周期，则 $4\pi$ 更不可能是 $\omega=\frac{1}{2}$时函数 $y$ 的最小正周期，因为它的周期比 $\omega=\frac{1}{4}$时函数 $y$ 的周期更小. 这样 $\omega=\frac{1}{4}$就符合题目要求. 如果当 $\omega=\frac{1}{4}$时，$4\pi$ 不是函数 $y$ 的周期，那就要检查 $\omega=\frac{1}{2}$时，$4\pi$ 是否函数 $y$ 的周期，否则在继续检查 $\omega=2$ 或 $\omega=4$，最后选出符合条件的 $\omega$.

当 $\omega=\frac{1}{4}$时

$$\begin{aligned}y&=\frac{1}{2}\sin 2\left(\frac{1}{4}x\right)\\&=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\end{aligned}$$

当自变量 $x$ 增加 $4\pi$，函数

$$\begin{aligned}y&=\frac{1}{2}\sin\left[\frac{1}{2}(x+4\pi)\right]\\&=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{2}x+2\pi\right)\\&=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\end{aligned}$$

也就是说，任意一个 $x$ 所对应的函数值和 $x+4\pi$ 所对应的函

数值相等. 所以，当 $\omega=\dfrac{1}{4}$时，$4\pi$ 是函数 $y$ 的周期，也是最小正周期. 故应选（D）作答.

【易犯错误】

（1）没有将函数 $y$ 变形，而把（A）项的值代入 $y$ 中，经检验 $4\pi$ 也是函数 $y$ 的周期，如

$$y=\sin(4x)\cos(4x)$$

将 $x+4\pi$ 代替上式中的 $x$

$$\begin{aligned}&\sin[4(x+4\pi)]\cos[4(x+4\pi)]\\=&\sin(4x+16\pi)\cos(4x+16\pi)\\=&\sin(4x)\cos(4x)\end{aligned}$$

根据 $4\pi$ 是函数 $y=\sin(4x)\cos(4x)$ 的周期，由此错选（A）作答. 错在没想到 $4\pi$ 是上述函数的周期，却不是最小正周期. 例如 $2\pi<4\pi$，$2\pi$ 也是 $y$ 的周期，$\therefore 4\pi$ 不是最小正周期.

（2）当 $\omega$ 选定以后，函数 $y$ 就确定了. 这时要检查 $4\pi$ 是不是这个函数的周期，这时要用 $x+4\pi$ 代替 $x$，但常有代入错误的位置的现象. 例如应是

$$y=\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}(x+4\pi)$$

却误为 $y=\dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+4\pi\right)$

由此导致最后的错误.

**3** 极坐标方程分别是 $\rho=\cos\theta$ 和 $\rho=\sin\theta$ 的两个圆的圆心距是

（A）2　（B）$\sqrt{2}$　（C）1　（D）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】

（D）

【分析与求解】

我们已经知道，极坐标方程 $\rho=2a\cos\theta$ 是圆心在 $(a,0)$，半径为 $a$ 的圆；而 $\rho=2a\sin\theta$ 是圆心在 $(a,\frac{\pi}{2})$，半径为 $a$ 的圆.

题目给出的两个方程的系数 $a$ 都等于 $\frac{1}{2}$，所以两圆的圆心分别为 $(\frac{1}{2},0)$，$(\frac{1}{2},\frac{\pi}{2})$. 可以做出草图如图 1，可见两圆圆心距等于

$$\sqrt{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

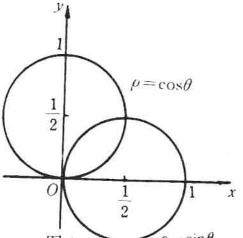

图 1

本题选（D）作答.

我们还可以把极坐标方程化成直角坐标方程，求出两个圆的圆心坐标，这就可以求出两圆的圆心距.

根据极坐标与直角坐标变换的关系

$$y=\rho\cos\theta,\ x=\rho\sin\theta,\ \text{有}$$

$$x^2+y^2=\rho^2$$

极坐标方程 $\rho=\cos\theta$ 化为

$$\rho^2=\rho\cos\theta$$

$$x^2+y^2=y$$

$$x^2+(y-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$$

所以这个圆的圆心坐标为 $(0,\frac{1}{2})$.

同样方程 $\rho=\sin\theta$ 化为

$$\rho^2=\rho\sin\theta$$

$$x^2+y^2=x$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2=\frac{1}{4}$$

所以这个圆的圆心坐标是 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$.

根据两点距离公式，两圆心 $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$，$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ 的距离为

$$\sqrt{\left(0-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-0\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

所以（D）符合题目要求.

【易犯错误】

（1）极坐标方程 $\rho=2a\cos\theta$，$\rho=2a\sin\theta$ 中的系数是 $2a$，题目给出的方程的系数是 1. 有些考生忘了系数 $2a$ 中的 2，因而得到 $a=1$，圆心坐标为 (1，0) 和 (0，1)，两圆圆心距为 $\sqrt{2}$，从而错选（B）作答.

（2）也有考生在化极坐标方程为直角坐标方程的过程中出现错误，因而作出错误的选择.

4 方程 $\sin4x\cos5x=-\cos4x\sin5x$ 的一个解是

（A）10°　　（B）20°　　（C）50°　　（D）70°

【答案】

(B)

【分析与求解】

本题也一道关于三角函数的问题. 可先把题目给的式子变形，化为只含一种三角函数的简单式子，这样就容易看出它的解了.

题设方程整理如下：

$$\sin4x\cos5x+\cos4x\sin5x=0$$

$$\sin(4x+5x)=0$$

$\sin(9x)=0$

$\therefore\quad 9x=180°k\quad(k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)$

$\because$ 题目给出的四个解都大于 0，小于 180°，

当 $k=0$ 时，$x=0$，选择项中没有这个解.

当 $k=1$ 时，$9x=180°$，$x=20°$，正好和（B）项的解相同.本题选（B）作答.

本题还可以用逐项检验的方法来解答，即将四个选择项的值代入题设方程中，如果能使方程两边相等，则该项就符合题目要求.

例如将 $x=10°$ 代入原方程中，

左边$=\sin40°\cos50°=\sin^2 40°$

右边$=-\cos40°\sin50°=-\sin50°\sin50°$

左边$\neq$右边

这时可排除（A）.

再将 $x=20°$ 代入原方程，

左边$=\sin80°\cos100°=\sin80°\cos(180°-80°)$

$=-\sin80°\cos80°$

右边$=-\cos80°\sin100°=-\cos80°\sin80°$

左边$=$右边

这样可选（B）答.

【易犯错误】

主要是计算错误．在用诱导公式时，常搞错符号.

5 已知轴截面是正方形的圆柱的高与球的直径相等，则圆柱的全面积与球的表面积的比是

（A）6∶5　（B）5∶4

（C）4∶3　（D）3∶2

【答案】

(D)

【分析与求解】

本题要求熟记圆柱的面积公式和球的表面积公式. 由题设知圆柱的底面半径和球的半径都等于 $r$，圆柱的高等于 $2r$. 故

$$S_{柱}=2\pi r\ (2r+r)\ =6\pi r^2$$

$$S_{球}=4\pi r^2$$

∴ $S_{柱}:S_{球}=6\pi r^2:4\pi r^2=3:2$

∴ 本题应选 (D) 作答.

**6** 图中曲线是幂函数 $y=x^n$ 在第一象限的图象. 已知 $n$ 取 $\pm 2$，$\pm\frac{1}{2}$四个值，则相应于曲线 $c_1$，$c_2$，$c_3$，$c_4$ 的 $n$ 依次为

(A) $-2$，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，$2$

(B) $2$，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，$-2$

(C) $-\frac{1}{2}$，$-2$，$2$，$\frac{1}{2}$

(D) $2$，$\frac{1}{2}$，$-2$，$-\frac{1}{2}$

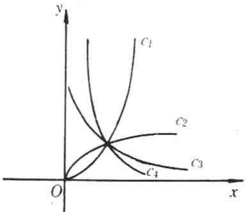

图 2

【答案】

(B)

【分析与求解】

想要能够迅速的解答本题，必然熟记幂函数的图象.

当 $n=2$ 的时候，$y=x^2$ 是一条顶点在原点，开口向上的抛物线，它在第一象限的图象如图 3，将它与图 2 中的曲线比较，应是图 2 中的曲线 $c_1$.

当 $n=\frac{1}{2}$ 的时候，$y=x^{\frac{1}{2}}$ 是一条经过原点的曲线，图 2 中除了 $c_1$ 之外，只有 $c_2$ 经过原点，所以 $c_2$ 就是它的图象.

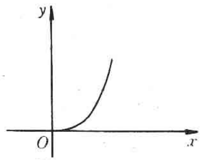

图 3

当 $n=-2$ 和 $n=-\frac{1}{2}$ 的时候，$y=x^{-2}$，$y=x^{-\frac{1}{2}}$. 它们的图象都不经过原点，又都经过点 (1，1)，象图 2 中的 $c_3$，$c_4$ 那样. 当 $x>1$ 时，$x^{-2}<x^{-\frac{1}{2}}$. 我们看图 2，在 $x>1$ 的地方，曲线 $c_3$ 都在 $c_4$ 的上方，可见 $c_3$ 是函数 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 的图象，$c_4$ 是函数 $y=x^{-2}$ 的图象.

综上所述，曲线 $c_1$，$c_2$，$c_3$，$c_4$ 的 $n$ 依次为 2，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，$-2$. 故本题选 (B) 作答.

另外一种解法是：

如上所述，先求出 $y=x^2$ 的图象是 $c_1$，由于 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 是 $y=x^2$ 的反函数，它们的图象对称于直线 $y=x$，观察图 2，可知函数 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象是 $c_2$.

同样函数 $y=x^{-2}$ 和 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 也是互为反函数，但它们的图象不易区分，只能在特定的范围内，根据函数的变化来判断 $c_3$，$c_4$ 中哪一个是 $y=x^{-2}$ 或 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 的图象. 当 $x\in(0, 1)$，总有 $x^{-2}>x^{-\frac{1}{2}}$，观察图 2，知 $c_4$ 是 $y=x^{-2}$ 的图象，$c_3$ 是 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 的图象. 所以本题的答案应是 (B).

【易犯错误】

(1) 不熟悉幂函数的图象，或者与指数函数，对数函数的图象相混淆，因而选择了错误答案.

(2) 在判断 $c_3$，$c_4$ 的图象时，不会分别在 (0，1) 或在 $(1, +\infty)$ 中来比较，因此出错.

7 若 $\log_a 2<\log_b 2<0$，则

(A) $0<a<b<1$　　(B) $0<b<a<1$

(C) $a>b>1$　　(D) $b>a>1$

【答案】

(B)

【分析与求解】

∵ $\log_a 2<\log_b 2<0$，两个对数的真数都是 $2>1$，而对数值都小于 0，∴底数 $a$，$b$ 分别小于 1，故选择项（C），（D）不符合题目要求，现在只须在（A），（B）项中选择.

∵底数小于 1 的对数函数是降函数，当真数是一定值 2 时，底数越大，对数反而小. 反之，对数越大，底数越小.

若设 $\log_a 2=m$，$\log_b 2=n$，则 $a^m=b^n=2$.

∵ $m<n<0$，　∴ $b<a$

综上所述，$0<b<a<1$，故应选（B）作答.

本题也可逐项检验.

设 $\log_a 2=m$，$\log_b 2=n$. 由题设 $m<n<0$.

若选择项（A）成立，则应有 $0<a<b<1$. $a^m=2=b^n$，由 $0<a<b<1\Rightarrow 0>m>n$，与题设矛盾. 所以（A）不成立.

若选择选择项（B）成立，则应有 $0<b<a<1$. $a^m=2=b^n$，由 $0<b<a<1\Rightarrow 0>n>m$，与题设相符，选（B）作答.

【易犯错误】

(1) 没有记住对数函数的变化规律，当底数在 (0，1) 范围内，真数是某一正的定值时，对数函数值随底数增大而减小. 如果记错了范围和函数变化的情况，就会选择错误的答案.

(2) 根据题设，可以先确定 $a$，$b$ 都小于 1，因为设 $\log_a 2$

$=m$. $\log_b 2=n$，则 $a^m=2$，$b^n=2$，而 $m<0$，$n<0$，所以 $a<1$，$b<1$. 如果不能根据题设作出上述判断，就会出现选择（C）或（D）的错误.

8 直线 $\begin{cases} x=t\sin 20°+3, \\ y=-t\cos 20° \end{cases}$ （$t$ 为参数）的倾斜角是

（A）20°　　（B）70°　　（C）110°　　（D）160°

【答案】

（C）

【分析与求解】

题目给的是参数方程. 直线的参数方程

$$\begin{cases} x=x_0+t\cos\alpha \\ y=y_0+t\sin\alpha \end{cases}$$

$\alpha\in$（0°，180°）是该直线的倾斜角. 我们把题目给出的方程化为上述形式，就可以求出该直线的倾斜角.

$$\begin{aligned} x &= t\sin 20°+3 \\ &= t\cos 70°+3 \\ &= -t\cos(180°-70°)+3 \\ &= -t\cos 110°+3 \\ y &= -t\cos 20° \\ &= -t\sin 70° \\ &= -t\sin(180°-70°) \\ &= -t\sin 110° \end{aligned}$$

所以直线的倾斜角是 110°，选（C）作答.

解答本题的另一种方法是：直线参数方程

$$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \end{cases}$$

的斜率是 $\frac{n}{m}$，而直线的斜率是倾斜角 $\alpha$ 的正切函数值，即

$$\frac{n}{m}=\mathrm{tg}\alpha, \quad \alpha\in(0°, 180°)$$

由此可求出倾斜角 $\alpha$.

题设方程中

$$m=\sin20°, \quad n=-\cos20°$$

$$\begin{aligned}\therefore\quad \frac{n}{m}&=\frac{-\cos20°}{\sin20°}\\&=-\mathrm{ctg}20°=-\mathrm{tg}70°\\&=\mathrm{tg}(180°-70°)\\&=\mathrm{tg}110°\end{aligned}$$

∴　直线的倾斜角是 110°.

解答本题还有另外一种方法，就是先消去参数方程中的参数，使之化为直角坐标方程，然后通过直角坐标方程求倾斜角.

$$\begin{cases}x=t\sin20°+3 & ①\\ y=-t\cos20° & ②\end{cases}$$

式①：　$t=\dfrac{(x-3)}{\sin20°}$　③

把式③代入式②，得

$$\begin{aligned}y&=-\frac{(x-3)\cos20°}{\sin20°}\\&=-(x-3)\mathrm{ctg}20°\\&=-(x-3)\mathrm{tg}70°\\&=(x-3)\mathrm{tg}(180°-70°)\\&=(x-3)\mathrm{tg}110°\end{aligned}$$

可见该直线的斜率是 tg110°，110°∈(0°，180°)，所以直线的倾斜角是 110°.

【易犯错误】

在使用三角函数的诱导公式时记错了符号，得到的斜率