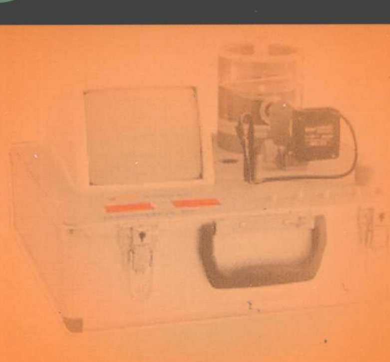
大学物理习题精析与自测

主编 郭小建 姜 悦

Physics



南京大学出版社

大学物理习题精析与自测

主编　郭小建　姜　悦

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理习题精析与自测 / 郭小建，姜悦主编. —南京:南京大学出版社，2012.1

ISBN 978-7-305-09186-5

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①郭…②姜… Ⅲ. ①物理学—高等学校—题解 Ⅳ. ①04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 001450 号

出版发行　南京大学出版社
社　　址　南京市汉口路 22 号　　　　邮　编 210093
网　　址　http://www.NjupCo.com
出 版 人　左　健

书　　名　大学物理习题精析与自测
主　　编　郭小建　姜　悦
责任编辑　胥橙庭　　　编辑热线　025-83596923

照　　排　南京紫藤制版印务中心
印　　刷　南京玉河印刷厂
开　　本　787×960　1/16　印张 16.25　字数 275 千
版　　次　2012 年 1 月第 1 版　2012 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-09186-5
定　　价　30.00 元

发行热线　025-83594756　83686452
电子邮箱　Press@NjupCo.com
　　　　　Sales@NjupCo.com(市场部)

目 录

上 篇

下　篇

上　篇

第一章　质点运动学

一、学习基本要求

1. 掌握位置矢量、位移、速度和加速度等描述质点运动及运动变化的物理量.理解这些物理量的矢量性、瞬时性和相对性.

2. 理解运动方程的物理意义及作用.掌握应用微积分求解质点运动的两类常见问题:(1) 已知质点的运动方程,求其速度和加速度;(2) 已知质点的速度、加速度及初始条件,求其运动方程.

3. 能计算质点在平面内运动时的速度和加速度以及质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

4. 了解相对运动.

二、基本概念及基本规律

1. 质点、参考系、坐标系

本章我们的研究对象是经过科学抽象而形成的物理模型——质点,主要任务是研究质点各种运动形式的规律,而"运动是绝对的,静止是相对的",为了描述物体的运动情况,我们必须选择参考系.参考系只能定性地描

述质点的运动情况. 质点在空间上位置的变化即为运动，在参考系选定之后，为了定量地描述质点的位置和位置随时间的变化关系，必须在参考系上选择一个坐标系.

质点 通常来说，物体的大小和形状对研究的问题是有影响的，但在有些问题中可以忽略这个影响，而把物体看成一个仅有质量的点，称为质点. 这是一个经过科学抽象的理想模型，但这种研究方法在理论和实践上都有重要的意义.

以下两种情况可以将物体简化为质点：

(1) 物体不变形，不转动. 此时物体上各点的运动情况都相同，物体上任意一点可以代表所有点的运动.

(2) 物体本身的线度和我们研究的范围相比小得很多，此时物体本身的大小、物体的变形及转动显得并不重要.

参考系 为了描述一个物体的运动，必须选择另一个物体作为参考，被选做参考的物体称为参照系.

注意：参照系不一定是静止的.

坐标系 为了定量地确定物体的运动，须在参照系上选用一个坐标系. 常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系和自然坐标系等.

2. 位置矢量、位移、速度、加速度

为了定量地研究质点的运动情况，首先要确定质点在空间的位置，这是通过位置矢量来描述的；质点位置的改变即为运动，这是通过位移来描述的；在不同的情形下，质点位移的大小和方向的改变量也不同，这是通过速度来描述的；在质点的受力情况不同时，速度的大小和方向的改变量也不同，这是通过加速度来描述的. 位置矢量、位移、速度和加速度正是描述质点运动的四个基本物理量，它们都是矢量，有大小和方向，并且服从矢量运算的平行四边形法则.

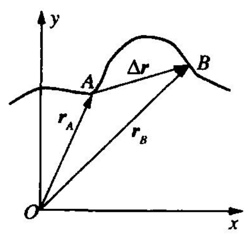


图 1－1

位置矢量(位矢) 从坐标原点指向质点所在位置的矢量，常用 $\boldsymbol{r}$ 表示，如图 1－1 中所示的 $\boldsymbol{r}_A$、$\boldsymbol{r}_B$.

说明：

(1) 运动方程. 质点运动时，位矢是关于时间 t 的函数，即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，位置矢量随时间变化的关系式称为质点的运动方程.

（2）轨迹方程. 将运动方程写成分量形式，并联立组成方程组，消去时间参量 t，便可得到质点运动的轨迹方程.

位移　位矢在一段时间间隔 Δt 内的增量，即从起点 A 指向终点 B 的有向线段，常用 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示，如图 1－1 所示，且 $\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_A-\boldsymbol{r}_B$.

注意：路程指质点实际运动轨迹的长度，位移和路程是两个不同的概念，位移为矢量，路程为标量，在量值上也未必相等. 只有在匀速直线运动中，位移的大小与所通过的路程才相等.

速度　分为平均速度和瞬时速度，平均速度描述在一段时间或一段距离内运动的平均情况，而瞬时速度描述质点在某一时刻的运动状态.

平均速度　如图 1－1 所示，若在 Δt 时间内，质点从点 A 运动到点 B，其位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，则质点的平均速度可表示为 $\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$.

瞬时速度　当 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限值叫做瞬时速度，简称速度，其数学表达式为 $\boldsymbol{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$.

加速度　和速度类似，分为平均加速度和瞬时加速度，平均加速度描述在一段时间或一段距离内速度改变的平均情况，而瞬时加速度描述质点在某一时刻的速度改变情况.

平均加速度　单位时间内的速度增量即平均加速度，如图 1－2 所示，若在 Δt 时间内，质点的速度由 $\boldsymbol{v}_A$ 变为 $\boldsymbol{v}_B$，则质点的平均加速度可表示为 $\overline{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$.

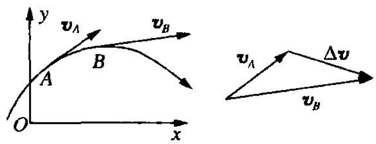


图 1－2

瞬时加速度　当 $\Delta t \to 0$ 时平均加速度的极限值叫做瞬时加速度，简称加速度，其数学表达式为 $\boldsymbol{a}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

由此可见，运动方程、速度和加速度之间存在如下关系：

$$\boldsymbol{r}(t)\underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}}\boldsymbol{v}(t)\underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}}\boldsymbol{a}(t).$$

3. 圆周运动的角量描述

圆周运动是一种极为简单的曲线运动，其运动轨迹为圆，正是因为这样

的轨迹特征，我们在定量描述圆周运动时采用平面极坐标系. 对于特定的圆周运动，我们只需要一个角坐标就可以确定质点的运动状态，因此称为角量描述，常用的角量有角坐标、角速度和角加速度.

平面极坐标系 如图 1－3 所示，设一质点在 Oxy 平面内运动，某时刻它位于点 A，其矢径 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴之间的夹角为 θ，于是质点在点 A 的位置可由 (r,θ) 两个坐标来确定，这样的坐标系称为平面极坐标系. 和平面直角坐标系之间存在如下的转换关系：$\begin{cases} x=r\cos\theta, \\ y=r\sin\theta. \end{cases}$

角坐标 如图 1－4 所示，在平面极坐标系中，质点所在的位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴之间的夹角.

说明：

(1) 角坐标 θ 有正负，通常选定逆时针方向转动的 θ 为正，而顺时针方向转动的 θ 为负.

(2) 质点做圆周运动的过程中，θ 为关于时间 t 的函数 $\theta(t)$，此即用角量表示的圆周运动的运动方程.

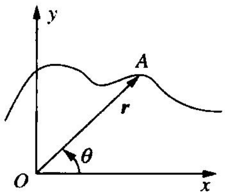


图 1－3

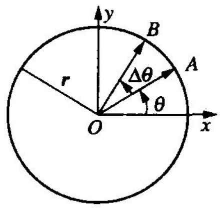


图 1－4

角位移 如图 1－4 所示，质点从起点 A 运动到终点 B 的过程中位矢转过的角度，用 $\Delta\theta$ 表示.

角速度 与用线量描述的速度概念类似，角速度定义为角坐标 $\theta(t)$ 随时间的变化率，用 ω 表示，其数学表达式为 $\omega=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$.

角加速度 与用线量描述的加速度概念类似，角加速度定义为角速度 $\omega(t)$ 随时间的变化率，用 α 表示，其数学表达式为 $\alpha=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$.

由此可见，运动方程、角速度和角加速度之间存在如下关系：

$$\theta(t)\underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}}\omega(t)\underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}}\alpha(t).$$

4. 匀速率圆周运动和变速圆周运动

质点的运动轨迹为圆，且运动过程中虽然速度的方向不断改变，但大小不发生变化，这样的圆周运动称为匀速率圆周运动；若运动过程中速度的大小和方向都在不断变化，这样的圆周运动称为变速圆周运动.

注意：实际上匀速率圆周运动是变速运动.

自然坐标系　如图 1－5 所示，在运动轨道上任一点建立正交坐标系，其中一根坐标轴沿轨道切线方向，正方向为运动的前进方向；另一根坐标轴沿轨道法线方向，正方向指向轨道内凹的一侧. 切向单位矢量用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示，法向单位矢量用 $\boldsymbol{e}_n$ 表示. 显然，轨迹上不同点处，自然坐标轴的方向在不断改变. 圆周运动中用自然坐标系来描述质点的运动，将加速度沿着切线方向和法线方向进行分解，分别称作切向加速度和法向加速度，如图 1－6 所示.

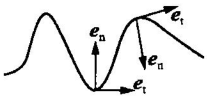


图 1－5

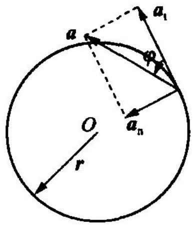


图 1－6

切向加速度　$\boldsymbol{a}_t=\dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t$；

法向加速度　$\boldsymbol{a}_n=\dfrac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n$.

加速度　如图 1－6 所示，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t+\dfrac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n$.

$$\begin{cases}\text{大小：}a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}\text{；}\\ \text{方向：}\varphi=\arctan\dfrac{a_n}{a_t}\text{（式中 }\varphi\text{ 为 }\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{a}_t\text{之间的夹角）.}\end{cases}$$

说明：

（1）切向加速度由速度大小变化引起的，法向加速度由速度方向变化引起的.

（2）匀速率圆周运动的切向加速度为 0，加速度始终指向圆心.

(3) 式中 r 是圆周运动的半径，对于一般的曲线运动，以上的表达式仍适用，但需用曲率半径 ρ 替代式中的 r.

5. 圆周运动中角量和线量之间的关系

$$\begin{cases} s=r\theta, \\ v=r\omega, \\ a_{\mathrm{t}}=r\alpha, \\ a_{\mathrm{n}}=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}. \end{cases}$$

以上各式中等号左边为描述质点圆周运动的线量，等号右边为描述质点圆周运动的角量，这些关系式在第四章的刚体定轴转动中同样适用.

***6. 运动叠加原理**

运动叠加原理又称运动独立性原理，是指一个物体同时参与几种运动，各分运动都可看成是独立进行的，互不影响，物体的合运动则可以视为几个相互独立的分运动叠加的结果. 例如，物体做平抛运动时，可以将其看成是水平方向的匀速运动和竖直方向的自由落体运动的叠加.

三、典型例题精析

在本章遇到的运动学问题中主要涉及运动方程、速度和加速度的求解，而运动方程是其中的核心，可以归纳为以下两种情形.

第一类情形：已知运动方程，求速度和加速度. 这类问题比较简单，只需将运动方程 $\boldsymbol{r}(t)$ 对时间 t 求一阶导数和二阶导数就可分别得到速度和加速度. 即 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

第二类情形：已知速度及初始条件求解运动方程，或者已知加速度及初始条件求解速度和运动方程. 这类问题是第一类问题的逆过程，应结合初始条件采用积分法求解，计算上复杂一些.

例 1－1 已知质点沿 x 轴做直线运动，其运动方程为 $x=2+6t^2-2t^3$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s. 试计算：(1) 质点在运动开始后 4.0 s 内的位移大小以及质点在该时间内所通过的路程. (2) 质点在运动开始后

4.0 s 内的平均速度及 4.0 s 末的瞬时速度.

逻辑推理

位移是指由起始点指向终点的有向线段的长度，而路程是指质点实际运动轨迹的长度，位移和路程是两个不同的概念. 第一问中由运动方程可以求得位移，分别将 $t=0$ 和 $t=4$ s 代入运动方程，便可知道质点在起始点和终点的位置坐标，两个坐标点之间的距离即为所求的位移大小；在求解路程时，首先得弄清楚质点运动的轨迹，本题中需要分别求出运动方向发生变化前和变化后的位移，而运动方向发生变化的时刻即为速度为 0 的时刻，可以根据运动方程的一阶导数为 0 来确定. 第二问中的平均速度可由运动开始后 4.0 s 内的位移除以时间间隔得到，瞬时速度应先由运动方程对时间求一阶导数得出速度随时间变化的关系，再将 $t=4$ s 代入速度的表达式.

提纲挈领

位移：$\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t)$；

平均速度：$\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$；

速度：$v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$.

详解过程

解　(1) 将 $t=0$ 代入运动方程，得 $x=2$ m.

将 $t=4$ s 代入运动方程，得 $x=-30$ m.

位移大小：$\Delta x=\left|x|_{t=4\text{ s}}-x|_{t=0}\right|=32$ m.

根据运动方程的一阶导数为 0，可知 $12t-6t^2=0$，得 $t=2$ s.

$t=2$ s 时，$x=10$ m. 由此可知，质点在 $t=0$ 到 $t=2$ s 内沿 x 轴正方向运动，然后反向运动到 $x=-30$ m 处，计算路程需分段进行.

$s_1=x|_{t=2\text{ s}}-x|_{t=0}=10-2=8(\text{m})$；

$s_2=\left|x|_{t=4\text{ s}}-x|_{t=2\text{ s}}\right|=|-30-10|=40(\text{m})$.

因此，路程 $s=s_1+s_2=48$ m.

(2) $\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{x|_{t=4\text{ s}}-x|_{t=0}}{4}=\dfrac{-30-2}{4}=-8(\text{m/s})$；

$v_x = \frac{dx}{dt} = 12t - 6t^2$；$t = 4$ s时，$v = -48$ m/s.

可见，$t = 4$ s时质点的速度大小为48 m/s，方向沿x轴负方向.

例1-2 已知质点的运动方程为$\boldsymbol{r} = 4t\,\boldsymbol{i} + (4 - 2t^2)\boldsymbol{j}$，式中各量均采用国际单位制.

求：(1) $t = 2$ s和$t = 4$ s时质点的位矢.

(2) $t = 2$ s末的速度和加速度.

(3) 写出质点的轨迹方程.

逻辑推理

该题属于第一类情形，已知运动方程，求速度和加速度. 特定时刻的位矢可直接将时间代入运动方程；特定时刻的速度和加速度可以将运动方程对时间t求一阶导数得到速度的表达式，再将速度的表达式对时间t求一阶导数得到加速度的表达式，最后将时间代入所求得的速度和加速度的表达式即可；写出运动方程的分量式，得到x、y与时间t的关系式，联立组成方程组并消去参数t，便可得到质点的轨迹方程.

提纲挈领

位矢公式：$\boldsymbol{r} = x\,\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$；

速度公式：$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$；

加速度公式：$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$.

详解过程

解 (1) $t = 2$ s时，$\boldsymbol{r} = 8\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$；

$t = 4$ s时，$\boldsymbol{r} = 16\boldsymbol{i} - 28\boldsymbol{j}$.

(2) $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 4\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}$；

$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -4\boldsymbol{j}$.

因此，$t = 2$ s时，$\boldsymbol{v} = 4\boldsymbol{i} - 8\boldsymbol{j}$. 即$v = 4\sqrt{5}$ m/s，$\theta = -63°26'$（θ为速度方向与x轴之间的夹角）.

$t = 2$ s时，$\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{j}$. 即$a = 4$ m/s^2，方向沿着y轴负方向.

显然，此题中加速度为恒矢量，表明质点做匀加速运动.

(3) $\begin{cases} x=4t; \\ y=4-2t^2. \end{cases}$

消去时间 t，可得 $y=4-\frac{x^2}{8}$，即为质点的轨迹方程.

说明：由轨迹方程可以看出，质点的运动轨迹为一抛物线，我们可以根据轨迹方程画出质点的运动轨迹图.

例 1-3　一质点沿着 x 轴运动，其加速度随时间变化关系为 $\boldsymbol{a}=(3+2t)\boldsymbol{i}$，式中各量均为国际单位. 如果初始时刻质点的速度 v_0 为 5 m/s，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{i}$ m，试求：

(1) t 时刻质点的速度.

(2) t 时刻质点的位矢.

逻辑推理

本题属于典型的第二类情形，已知加速度及初始条件求解速度和运动方程. 从题目中的加速度公式出发，对时间积分并结合初始速度便可得到速度的表达式；将得到的速度表达式对时间积分，并结合初始位矢便可得到运动方程的表达式.

提纲挈领

速度：$\boldsymbol{v}=\int_0^t \boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t$；

运动方程：$\boldsymbol{r}=\int_0^t \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$.

详解过程

解　(1) $\boldsymbol{v}=\int_0^t \boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t=\int_0^t (3+2t)\boldsymbol{i}=(t^2+3t+c)\boldsymbol{i}$(m/s).

将 $t=0$ 时，$v_0=5$ m/s 代入上式，得 $c=5$.

因此，t 时刻质点的速度为 $\boldsymbol{v}=(t^2+3t+5)\boldsymbol{i}$(m/s).

(2) $\boldsymbol{r}=\int_0^t \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t=\int_0^t (t^2+3t+5)\boldsymbol{i}=\left(\frac{1}{3}t^3+\frac{3}{2}t^2+5t+c\right)\boldsymbol{i}$(m)

将 $t=0$ 时，$\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{i}$ m 代入上式，得 $c=2$.

因此，t 时刻质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=\left(\frac{1}{3}t^3+\frac{3}{2}t^2+5t+2\right)\boldsymbol{i}$(m)，即为所求

的 t 时刻质点的位矢.

例 1-4　一汽车正以速度 v_0 行驶,发动机关闭后因受到阻力作用将做减速运动,其加速度与速度成正比,方向相反,$a=-kv$(k 为常数). 试求在关闭发动机后,

(1) 汽车的速度随时间变化的关系式.

(2) 汽车行驶 s 距离时的速度.

(3) 汽车停止前滑行的距离.

逻辑推理

本题仍然属于第二类情形,已知加速度及初始条件求解速度和运动方程. 但在具体运算的过程中由于加速度是关于速度 v 的函数,因此应根据已知条件进行适当的变量转换. 用已知的加速度代入加速度公式 $a=\frac{dv}{dt}$,分离变量并积分便可得出速度随时间变化的关系式;将加速度公式改写成速度对位移的一阶微分的形式,分离变量并积分便可得出速度与行驶距离 s 之间的关系式;将 $v=0$ 代入第二问题中,求得的关系式便可得出汽车停止前滑行的距离.

提纲挈领

加速度:$a=\frac{dv}{dt}$;

速度:$v=\frac{ds}{dt}$.

详解过程

解　(1) 由 $a=\frac{dv}{dt}=-kv$,得 $\frac{dv}{v}=-kdt$.

两边积分,得 $\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-k\int_0^t dt$.

因此,$\ln\frac{v}{v_0}=-kt$,即 $v=v_0e^{-kt}$.

(2) 由 $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}=v\frac{dv}{ds}=-kv$,得 $dv=-kds$.

两边积分,得 $\int_{v_0}^{v}dv=-k\int_0^s ds$.