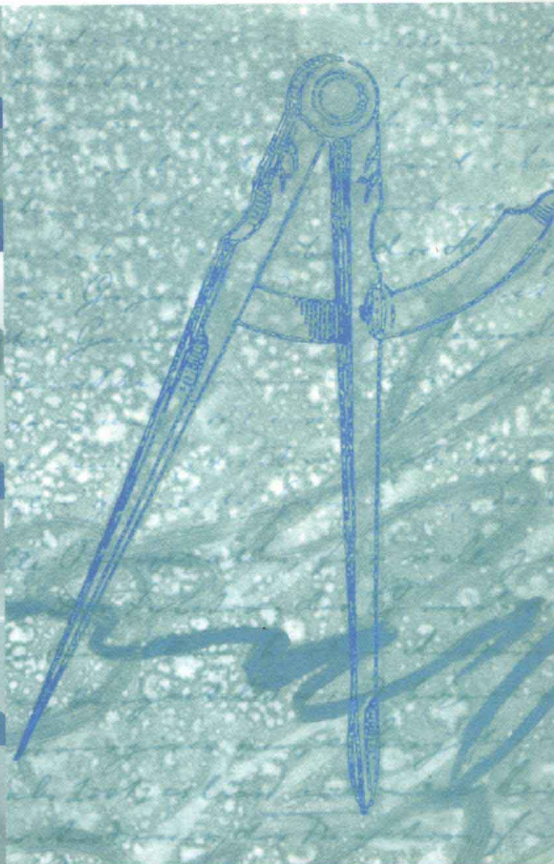




开放人文

THE MILLENNIUM PROBLEMS
The Seven Greatest Unsolved Mathematical Puzzles of Our Time



[美] 基思·德夫林 著 沈崇圣 译

Keith Devlin

千年难题

七个悬赏1000000美元的数学问题

上海世纪出版集团

图书在版编目 (CIP) 数据

千年难题：七个悬赏 1000000 美元的数学问题/

(美) 德夫林 (Devlin, K.) 著; 沈崇圣译. —上海:

上海科技教育出版社, 2012. 7

(世纪人文系列丛书. 开放人文)

ISBN 978-7-5428-5458-2

I. ①千… II. ①德… ②沈… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 120397 号

责任编辑 朱惠霖 陈 浩 傅 勇

装帧设计 陆智昌 朱赢椿

千年难题——七个悬赏 1000000 美元的数学问题

[美] 基思·德夫林 著

沈崇圣 译

出 版 世纪出版集团 上海科技教育出版社
(200235 上海冠生园路 393 号 www.cwen.cc)

发 行 上海世纪出版集团发行中心

印 刷 上海商务联西印刷有限公司

开 本 635 × 965 mm 1/16

印 张 14.5

插 页 4

字 数 170 000

版 次 2012 年 7 月第 1 版

印 次 2012 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5428-5458-2/N · 854

图 字 09-2004-359 号

定 价 34.00 元

世纪人文系列丛书编委会

主任

陈 昕

委员

丁荣生	王一方	王为松	毛文涛	王兴康	包南麟
叶 路	何元龙	张文杰	张英光	张晓敏	张跃进
李伟国	李远涛	李梦生	陈 和	陈 昕	郁椿德
金良年	施宏俊	胡大卫	赵月琴	赵昌平	翁经义
郭志坤	曹维劲	渠敬东	韩卫东	彭卫国	潘 涛

出版说明

自中西文明发生碰撞以来,百余年的中国现代文化建设即无可避免地担负起双重使命。梳理和探究西方文明的根源及脉络,已成为我们理解并提升自身要义的借镜,整理和传承中国文明的传统,更是我们实现并弘扬自身价值的根本。此二者的交汇,乃是塑造现代中国之精神品格的必由进路。世纪出版集团倾力编辑世纪人文系列丛书之宗旨亦在于此。

世纪人文系列丛书包涵“世纪文库”、“世纪前沿”、“袖珍经典”、“大学经典”及“开放人文”五个界面,各成系列,相得益彰。

“厘清西方思想脉络,更新中国学术传统”,为“世纪文库”之编辑指针。文库分为中西两大书系。中学书系由清末民初开始,全面整理中国近现代以来的学术著作,以期为今人反思现代中国的社会和精神处境铺建思考的进阶;西学书系旨在从西方文明的整体进程出发,系统译介自古希腊罗马以降的经典文献,借此展现西方思想传统的生发流变过程,从而为我们返回现代中国之核心问题奠定坚实的文本基础。与之呼应,“世纪前沿”着重关注二战以来全球范围内学术思想的重要论题与最新进展,展示各学科领域的新近成果和当代文化思潮演化的各种向度。“袖珍经典”则以相对简约的形式,收录名家大师们在体裁和风格上独具特色的经典作品,阐幽发微,意趣兼得。

遵循现代人文教育和公民教育的理念,秉承“通达民情,化育人心”的中国传统教育精神,“大学经典”依据中西文明传统的知识谱系及其价值内涵,将人类历史上具有人文内涵的经典作品编辑成为大学教育的基础读本,应时代所需,顺时势所趋,为塑造现代中国人的人文素养、公民意识和国家精神倾力尽心。“开放人文”旨在提供全景式的人文阅读平台,从文学、历史、艺术、科学等多个面向调动读者的阅读愉悦,寓学于乐,寓乐于心,为广大读者陶冶心性,培植隋操。

“大学之道,在明明德,在新民,在止于至善”(《大学》)。温古知今,止于至善,是人类得以理解生命价值的人文情怀,亦是文明得以传承和发展的精神契机。欲实现中华民族的伟大复兴,必先培育中华民族的文化精神;由此,我们深知现代中国出版人的职责所在,以我之不懈努力,做一代又一代中国人的文化脊梁。

上海世纪出版集团

世纪人文系列丛书编辑委员会

2005年1月

千年难题

对本书的评价

精彩绝伦……如果你希望有一个对黎曼假设的简明介绍，这本书就是你所要的。

——《洛杉矶时报》

本书描述的七大“悬赏 1000000 美元的难题”的确位于数学之巅，至今仍悬而未决，它们或许比地球上任何真正的山峰更难征服。就我所知，没有什么能比德夫林这本精彩的书让那些善于思考的读者更靠近这些既光彩夺目又极具挑战性的问题了。

——艾森巴德 (David Eisenbud)

美国国家数学研究所所长

德夫林关于数学的作品思路清晰，表述优雅；他对于背景思想的解释既浅显易懂，又鞭辟入里。他所写的一切都充满了个人魅力，集非凡

的智慧、幽默与欢欣于一体。

——梅热(Barry Mazur)

哈佛大学数学系教授

德夫林做了一件超凡的事……对于任何一位尚记得一些高中数学的读者来说,「这本书」既引人入胜又浅显易懂。

——《基督教科学箴言报》

内容翔实,趣味盎然……这本书的最大成功在于它从某一方面努力揭示了人类智能之谜,以及这种智能所能达到的那个令人极其眩晕的高度。

——《波特兰信使报》

高质量地进行了数学阐释,强烈地传递了一种兴奋感,至少能让你一瞥那些巅峰,虽然攀登这些巅峰的艰难险阻被深深地笼罩在迷雾之中。

——《自然》

内 容 提 要

2000 年,美国马萨诸塞州剑桥的克莱基金会发起了一场颇具历史意义的竞赛:任何能够解决七大数学难题之一的人,在专家认定其解答正确之后,都可以获得 100 万美元的奖金。之前也有过这样的先例:1900 年,当时最伟大的数学家之一希尔伯特提出了 23 个问题(现被称作希尔伯特问题),在很大程度上为 20 世纪的数学设定了议程。千年难题很可能获得同样的地位。对它们的解答(或者解答不出)将对 21 世纪的数学研究产生巨大的影响。这些问题涉及纯粹数学和应用数学中大多数最迷人的领域:从拓扑学和数论到粒子物理学、密码学、计算理论甚至飞机设计。著名的数学阐释者德夫林在本书中向我们讲了这七大难题的内容、由来以及它们对数学和科学的意义。

这些问题是伸向当今数学家的铜铃*,它们闪闪发亮,却伸手够不

* 原文为 brass rings,义“铜铃”,喻义“成功机会,发财机会”。据说源于 19 世纪末 20 世纪初的一种“旋转木马”游戏:骑手们骑在一个个绕着圆形平台转动同时又上下起伏的木马上,平台上方悬挂着一些铃铛。这些铃铛大多用钢制成,少数用铜制成。骑手若在旋转过程中伸手抓住一个铜制铃铛,就可免费再玩一次。——译者

着。在美国全国公共电台(NPR)“周末版”的“数学小子”德夫林笔下，每一个千年难题都成了通向该领域中最深奥、最困难问题的一个诱人的窗口。对于数学家、物理学家、工程师以及任何一个对数学前沿问题感兴趣的人来说，《千年难题》都是关于一门具有长久生命力的学科的最可靠描述。

作者简介

基思·德夫林(Keith Devlin),美国斯坦福大学语言与信息研究中心行政主任,斯坦福大学数学系教授。他不仅定期为美国全国公共电台的“周末版”节目撰写稿件(在节目中他被称作“数学小子”),而且出现在“说说国民”、“科学星期五”、“听上去像是科学”、“就我们的知识所及”等广播节目中。他是30余本著作、一张互动式CD光盘与80余篇数学研究论文的作者。他是美国科学院数学科学教育委员会委员、美国科学促进会成员和世界经济论坛成员。现居加利福尼亚州帕洛阿尔托市。

序 言

2000年5月,在巴黎的一个高度公开化的会议上,克莱数学促进会(Clay Mathematics Institute,简称CMI)宣布对七大悬而未决的数学难题以每个问题100万美元的赏格寻求解答——这七大难题是由一个国际数学家委员会在当今数学领域中选出的最难以攻克且具最重要意义的问题。这一宣布引发了不小的轰动,连续几周,媒体兴趣高涨。作为经常为非专业人士著书写文章并定期上广播节目的数学家,我被众多记者及广播节目制作人问到这些难题的背景,并要求作一些评论。一些有兴趣出版关于这一主题的图书的编辑也主动与我联系,其中就包括Basic Books的比尔·弗鲁赫特(Bill Frucht)。在出版我上一本为非专业人士所著的图书《数学基因》(*The Math Gene*)的时候,我曾与比尔合作。由此,我俩也建立了深厚的友谊。(由于其出色的编辑才华,在某种程度上他已经成为我的崇拜对象。)因此,我再次选择与比尔合作,并立即着手进行撰写本书所需要的大量研究工作。

不久,克莱促进会的主席贾菲(Arthur Jaffe)问我是否愿意与同样

是数学普及工作者的伊恩·斯图尔特(Ian Stewart)一起为关于七大千年难题的官方图书撰写普及性的引言,克莱促进会正与美国数学学会合作,准备出版此书。在确保这两本书并没有太大的冲突后,我同意了。CMI的这本官方图书主要是对七大千年难题的详细而准确的介绍,每一篇都由这一问题的世界级权威专家撰写。由于每个问题悬赏100万美元,CMI的这本书也担负着法律责任,必须充分准确地陈述每个问题以让裁定者判断某个提出的解答是否达到了解题的标准。(这些问题与做一个长除法计算或是解一个二次方程几乎不能作最起码的比较,有时,仅仅是理解问题陈述中的某一个术语就需要花相当大的力气。)伊恩和我要做的是写一些描述这些问题的简短引言,使此书对数学家来说更为亲切,对那些有兴趣参阅关于这些问题的“官方图书”的记者及非专业读者来说更为有用。

现在你手上的这本书却与之大相径庭。总体而言,我的目的并不是详细描述这些问题。用非专业的语言来准确描述这些问题是不可能的——甚至用大学本科数学程度的人所熟悉的术语也无法做到。(那只能告诉你关于这些问题之性质的一些事。)相反,我的目的是提供每个问题的背景,描述它是如何产生的,解释是什么使它特别困难,并让你在某种程度上感到为什么这些问题在数学家看来是如此重要。

而CMI的官方图书正是开始于本书结束的地方。对任何一位在阅读本书后想解答克莱难题的读者而言,要做的第一步便是读一读CMI那本书中关于这些问题的确切描述。(如果不能理解那本书,你是无法解答这些难题的。千年大奖的竞赛就像是全美橄榄球超级杯赛:并非为业余者开设。)本书并非为那些希望解答出其中一个难题的人而写,而是为着那些对人类最古老的科学知识体系发展前沿的现状感兴趣的读者——无论是数学家还是非数学家。经过3000年的理性

发展后,人类数学知识的极限究竟在何处?

阅读本书所需要的基础仅仅是高中阶段的数学知识。但仅仅这样还不够,还需要你对这个论题本身有着充分的兴趣,这比前者更为重要。我从一开始就意识到,无论怎样努力,本书都不可能成为一本简易读物。千年难题是当今世界未解决的数学问题中最困难、最重要的问题;全世界最优秀的数学头脑已花费了大量的时间和精力来寻求答案,然而都未有结果。即使让一个业余爱好者对问题之大概有所领会,也需要相当大的努力。但无论怎样,我依然坚信所有的努力都是值得的。难道这一切不是令人感兴趣的人类成就的顶峰吗?

幸运的是,还有另一个可有助你了解千年难题的途径。作为 CMI 开展的大力宣传千年难题竞赛的活动之一,我和贾菲以及电视制作人斯特恩(David Stern)共同参与了一个 20 分钟的电视短片制作。其中对于千年难题的引导性简要描述同斯图尔特和我在 CMI 官方图书上的普及性导言相类似。你可以在 CMI 的网站 www.claymath.org 上看到这个电视短片。(你还可以在这一网站上找到各个问题的专家对相应难题的专业描述。)

显然,参加电视短片的制作和 CMI 图书的编写对我撰写此书十分有帮助。我在此感谢 CMI 的贾菲以及埃尔伍德(David Ellwood),我同他们进行了多次对我颇有裨益的交谈。与斯图尔特合作为 CMI 图书撰写的引言也对本书产生了影响。然而归根结底,对你手中这本书中出现的任何舛错疏漏,都应由我负责。

我还要对布鲁赫特深表感激之情。尽管我们处理的许多材料有着不可理解性,但他先是为我构思出了写作方案,然后与我一起为使此书尽可能地通俗易懂、饶有趣味而竭尽全力(并奋勇战斗)。还要感谢我的代理人,纽约的芬奇(Diana Finch)以及伦敦的汉密尔顿(Bill

Hamilton), 他们不断说服世界各国的出版商, 使他们相信天底下的确存在着被那个(几乎是)默默无闻、毫不张扬的群体的活动所迷住的人。我也荣幸地是这个群体中的一分子——那里是追寻着 100% 可靠的永恒真理的人们: 数学家。

基思·德夫林

加利福尼亚州帕洛阿尔托市

2002 年 3 月

目录

1	对本书的评价
3	内容提要
5	作者简介
7	序言

1	第零章 挑战已经发出
17	第一章 素数的音乐：黎曼假设
56	第二章 构成我们的是场：杨-米尔斯理论和质量 缺口假设
95	第三章 当计算机无能为力时： P 对 NP 问题
120	第四章 制造波动：纳维-斯托克斯方程
144	第五章 关于光滑行为的数学：庞加莱猜想
173	第六章 解不出方程也明白：伯奇和斯温纳顿-戴