



俄罗斯

高等数学教材精粹选编

孙振绮 马俊 编著

俄罗斯 高等数学教材精粹选编

Eluosi Gaodeng Shuxue Jiaocai Jingcui Xuanbian

孙振绮 马俊 编著



内容提要

本书主要对俄罗斯近三十年来改革的高等数学教材中有特色的内容进行精选与评注,其中包括定义、定理及其证明、典型例题与习题、典型应用等。

内容涉及目前国内高等数学教学大纲规定的基本内容(超纲部分带“*”号),其中在使传统的微积分教材内容现代化方面,俄罗斯作了许多有益尝试,这对国内微积分教学内容改革有重要的参考价值。

本书可作为大学本科高等数学教学参考书与大学学生的学习指导书。

图书在版编目(CIP)数据

俄罗斯高等数学教材精粹选编 / 孙振绮, 马俊编著.

— 北京: 高等教育出版社, 2012. 6

ISBN 978-7-04-034829-3

I. ①俄… II. ①孙… ②马… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第088686号

策划编辑 田玲 责任编辑 田玲 封面设计 张楠 版式设计 范晓红
插图绘制 郝林 责任校对 金辉 责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 涿州市京南印刷厂
开本 787mm × 960mm 1/16
印张 26.25
字数 480千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版次 2012年6月第1版
印次 2012年6月第1次印刷
定价 38.10元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 34829-00

序

俄罗斯高等数学教学改革自 20 世纪 70 年代开始,至今经历 40 多年,他们在制订教学大纲、出版教材等方面进行了许多改革,建立了新的工科数学教学体系及现代微积分教学内容体系,在国际上有着广泛影响。

我国现有的高等数学教材,其内容和体系大多在借鉴 20 世纪 50 年代苏联相应教材模式的基础上逐步改革发展形成。长期以来,由于种种历史原因,我国高等数学教学改革对俄罗斯的这些变化关注不够,不少教师急需了解俄罗斯高等数学教材改革的最新情况,吸取新鲜经验,促进我国的微积分教学改革。

正是在这种背景下,本书编者在长期研究的基础上,承担并完成了“高等学校大学数学教学研究中心”设立的课题——俄罗斯现代高等数学教材内容的精粹选编,并通过“高等学校大学数学教学研究中心”学术委员会的验收。本书是该课题研究成果的结晶。

本书参照我国高等数学教材体系,对俄罗斯近 30 年出版的 70 多本高等数学教材进行了分析与比较,逐章、逐节地介绍俄罗斯教材中新颖的、有特色的定义、定理、例题与练习题(包括典型计算题、理论证明题、综合练习题),其中许多例题与习题在国内教材中颇为少见。透过这些内容,读者可以看到俄罗斯高等数学教材改革的以下几个突出特点:

1. 将传统微积分延伸至高维空间的微积分,并十分重视从一元微积分的内容中广泛地挖掘微积分的深刻思想,建立更为完整的、紧凑的、合乎逻辑的数学内容体系,使之成为高维空间微积分的重要思想与方法的基础。

2. 将现代数学思想方法渗入传统微积分的内容。重视用现代集合论知识与算子符号、数学逻辑符号表达数学定义及理论;广泛运用归纳法;注重对数学思想的阐述与对数学方法的探讨,特别是注重抽象思维、逻辑思维,掌握由已知到未知、由具体到抽象、由有限到无限、由低维空间到高维空间的数学思想方法。

3. 加强了 n 维空间线性代数、解析几何与微积分的相互渗透与相互交叉。

4. 突出“工科”特点,适当扩大了微积分的应用范围。

本书所列习题给出答案或解法提示;对学生学习困难的概念加强了分析,便于学生深入理解、准确把握;对重点知识作了综合介绍,便于学生系统掌握、灵活

应用。相信本书的出版能弥补多年来对俄罗斯高等数学教学改革不甚了解的缺陷,使广大数学教师从中吸取有益的理念与可供借鉴的内容和处理方法。对数学要求较高的专业和学生,这也是一本有益的参考书。

高等学校大学数学教学研究与发展中心主任

西安交通大学数学与统计学院教授

马知恩

2012年1月

俄罗斯现代高等数学教材改革情况简介

通过承担俄罗斯现代高等数学教材内容的精选与评注这项课题,有机会收集到众多参考材料,得以从最新的角度来思考俄罗斯现代高等数学教材的改革,得到许多新的启示。为了更全面地了解改革的情况,本文将从以下四个方面作介绍(更详细的情况,请看本书正文内容)。

I 概 述

俄罗斯现代高等数学教材改革从1970年苏联时期就开始了,在1979—1988年间,三次修订教学大纲,不断地加深工科数学教育改革,科学地提出现代高等工科数学教育要求,建立了新的工科数学教育体系,并对近二十年来俄罗斯高等教育起着指导性作用。

在1979年,1984年两次修订的大纲中均提出“在现代科学技术中,数学的研究方法、建模方法与设计方法起着极为重要的作用,特别是计算机技术的飞速发展及其在工程技术中的广泛应用,扩大了成功地运用数学方法解决实际问题的可能性”,“本大纲反映了对现代工程师的数学教育所需要的、新的、较高的要求,它以应用的方向性与规定运用数学方法实际问题为其特征”。

1979年修订的510学时的高等数学课程大纲,包括公共课程大纲与专业数学课程大纲,其中:

1. 线性代数基础与解析几何($34+34=68$ 学时,即讲课时数十习题课时数);
2. 数学分析引论($16+12=28$);
3. 一元函数微分学($18+10=28$);
4. 利用导数研究函数($8+6=14$);
5. 实变元的向量函数与复函数($6+4=10$);
6. 不定积分($6+10=16$);
7. 定积分($12+8=20$);
8. 多元函数($16+12=28$);
9. 常微分方程($18+12=30$);

10. 常微分方程组($4+2=6$);
11. 稳定性理论基础($6+2=8$);
12. 反常积分($4+4=8$);
13. 数项级数($6+4=10$);
14. 函数项级数($4+2=6$);
15. 幂函数($10+8=18$);
16. 傅里叶级数($6+4=10$);
17. 依赖参变量的积分,傅里叶积分($10+2=12$);
18. 重积分($6+6=12$);
19. 曲线积分与曲面积分($6+6=12$);
20. 向量分析($12+16=28$);
21. 数学物理方程初步($6+6=12$);
22. 复变函数论初步与运算微积($10+12=22$);
23. 基本数值方法($12+12=24$);
24. 概率论与数理统计基础($34+17=51$).

专业数学课程大纲内容包括:

1. 复变函数论($34+34=68$);
2. 数学物理方程($34+34=68$);
3. 数值方法($34+34=68$);
4. 最优化方法($34+34=68$);
5. 数理统计($34+34=68$).

1984年苏联国家教委又颁发了第二次修订大纲,大纲中保留了1979年大纲的内容,同时增加了450学时高等数学(公共课程)大纲以及适用于204,288,322,340,355,374,391和397学时的大纲,增强了对大纲的“应用方向性”的要求。

在1988年修订的大纲中,则进一步明确提出“工科数学教育应使现代工程师对科技进步要求所提出的课题能善于分析其数学模型并求最优解,进行数值计算与实验,分析与处理得到的结果,选择实现所求解的最佳方案”。

在1988年修订的大纲中,提出了新的工科数学教育体系,其中包括以下三门课:(1) 计算技术与程序设计;(2) 高等数学;(3) 用计算机计算的数学模型与方法。

这里需要说明:高等数学的教学内容体系有所变动,在公共课部分增加了线性代数、概率论与数理统计、运算微积、数值方法等实用数学方法。大纲中强调加强三门课教学内容的联系及各科数学的连续性,强调使用电子计算机不断线,

认为这是提高工科数学教育质量的重要措施。

20世纪80年代至90年代间,为了适应高等数学的教学改革与新制订的教学大纲的要求,出版了一些新的高等数学教材,而在21世纪初,经俄罗斯教育部数学科学教育委员会审定出版了一批高等数学——现代教材丛书。统观这些教材,其课程内容体系有以下几个明显的特点:

1. 突破了原有的知识体系(公共课部分:解析几何、微积分;专业数学:线性代数),在高等数学公共课部分,保留了传统的内容,同时增加了线性代数的基础,概率论与数理统计初步,基本的数值方法以及复变函数论、数理方程,稳步性理论的初步知识,运算微积与场论等内容,而在专业数学部分,则包括了复变函数论、数理方程、数值分析、最优化方法、数理统计、离散数学基础、经济数学方法等。

按内容分类,有以下几种类型的教材:

(1) 按高等数学公共课内容编写;(2)按专业数学系列课程内容编写;(3)将(1)和(2)的内容综合编写,同时适应不同的教学大纲的要求,具有“多层次”特点。

2. 注重将线性代数与解析几何、线性代数与微积分以及线性代数、微积分与工程数学方法内容的相互渗透与相互交叉,力求知识的系统性与合理的严格性。

3. 注重加强基础理论,如教材中普遍保留了实数理论(不可数性、连续性与完备性),极限理论中的区间套定理,波尔查诺—魏尔斯特拉斯定理,函数的一致连续性,达布和、定积分存在的充分条件的证明,重级数、隐函数存在定理的证明,一阶微分方程解的存在唯一性定理的证明等内容。

4. 渗透、增加现代数学观点与方法。

在一般工科专业用的教材中,广泛地运用映射、集合论与数理逻辑的基本概念与符号,增加了在现代科技中的数学方法,如最优化方法、数值方法等,知识内容突破了传统的微积分知识框架,增加了许多现代数学内容。除了上述特点外,还普遍具有注重教学法,知识由浅入深,循序渐进,便于自学的特点,具有理论联系实际,加强数学建模训练等特点。

这些教材已多次再版,其中最具影响,使用广泛且多次再版的高等数学教材当属由 Я. С. Бугров 和 С. М. Никольский 编写的现代高等数学教材(适用于工科院校):

高等数学(三卷)

(I) 线性代数基础与解析几何

(II) 微分学与积分学

(III) 微分方程, 重积分, 级数, 复变函数

目录

(I) 线性代数基础与解析几何

(II) 微分学与积分学

i 引论; ii 数列的极限; iii 函数, 函数的极限; iv 一元函数和微分学; v 不定积分; vi 定积分; vii 定积分应用, 近似计算方法; viii 多元函数微分学; ix 级数。

(III) 微分方程, 重积分, 级数, 复变函数

i 微分方程; ii 重积分; iii 向量分析; iv 傅里叶级数与傅里叶积分; v 数学物理方程; vi 复变函数论; vii 运算微积; viii 广义函数。

该书 1980 年由莫斯科科学出版社出版, 1984 年再版, 1988 年第 3 版。该书曾于 1987 年获苏联国家奖, 现已被翻译成英文、法文、西班牙文与葡萄牙文出版, 在俄罗斯及国外被广泛采用。

我们在编写本书的过程中重点参考了这套丛书的第六版(ООО《Дрофа》, 2004)(*注)。同时还参考了其他的现代高等数学教材习题集、学习指导书等共七十多本(见参考文献)。

II 浅谈俄罗斯现代高等数学教材对微积分教学内容的改革

自 20 世纪 80 年代起, 至今已出版了各种版本的俄罗斯现代高等数学教材, 微积分的教材内容较之前的教材的内容体系有较大的变动。改革教材的作者认为, 当今的时代是科学、技术、经济与管理数学化的时代, 这就确定了数学在高等教育中的地位。现代科学工作者和工程师不仅应当知道数学原理, 而且应当掌握最新的数学研究方法, 并把它们应用到自己的实践中去。特别是电子计算机技术的飞速发展, 使得某些被认为是最纯粹的数学原理在工程实际中得到了应用。数学的广泛应用是科技进步与发展的条件, 所以俄罗斯现代教材在传统的微积分的内容框架下增加了现代数学观点与内容, 建立了新的教学内容体系, 提高了理论知识平台, 以适应培养高素质、创新型人才的需要。

教材改革的核心思想是延伸低维空间 ($n \leq 3$) 的古典微积分为高维空间 ($n > 3$) 的现代微积分。古典微积分的代数与几何基础是低维空间代数与几何, 而微积分的主要内容(如极限与连续、微分学、积分学)都是在低维空间中建立的。现代微积分要将古典微积分推广至高维空间, 着重介绍高维空间的微积分的数学思想方法。这要求注重对数学思想的阐述, 对数学方法内容的探讨, 特别是注重抽象思维、逻辑推理, 掌握由已知到未知、由具体到抽象、由有限到无限、由低维空间到高维空间的数学思想方法, 因而必须加强线性代数与解析几何、微积分学内容的相互渗透、相互交叉, 并把这些内容与实用的工程数学方法

看作一个整体,对其内容体系进行优化组合。改革后的微积分内容体系有以下几个特点:

1. 用现代数学的思想与方法来叙述微积分的理论,设计教学内容体系。主要表现为用现代集合论的思想与数学语言表述古典微积分的内容,重点挖掘一元函数微积分的思想与方法并进行内容调整,使之有利于向高维空间推广,形成统一的思想方法。

特别是要加强 n 维空间的线性代数、解析几何与微积分内容的相互渗透,相互交叉,相互融合。其中向高维空间推广时,需要引入抽象的线性空间、度量空间、算子空间、算子理论等必要的基本理论知识。

将低维空间微积分向高维空间微积分推广的主要内容包括:

- 1) 把数列极限理论推广至 \mathbf{R}^n 空间中的点列极限理论;
- 2) 把一元函数极限理论推广至 n 元函数的极限理论;
- 3) 把一元函数微分学理论推广至 n 元函数的微分学理论;
- 4) 把定积分理论向 n 元函数的积分学理论推广。

2. 合理协调“古典”与“现代”、“低维”与“高维”内容的比例,突出重点,增强逻辑性、科学性,并适当压缩篇幅。

如对古典微积分加强了无穷小分析法及其应用的内容,包括:

(1) 导数与微分的定义及其应用

(2) 泰勒展开式的应用

- 1) 无穷小量的比较及其运算法则;
- 2) 利用等价无穷小求未定式极限;
- 3) 利用泰勒展开式求未定式极限,求等价无穷小,进行无穷小的比较;
- 4) 加强了求函数泰勒展开式的各种方法(各种间接方法,二重展开式);
- 5) 利用泰勒展开式求渐近线;
- 6) 利用泰勒展开式判别正项级数的敛散性;
- 7) 利用泰勒展开式研究函数性质(极值、拐点、凹凸性);
- 8) 泰勒展开式的微分形式(以及推广);
- 9) 泰勒展开式在近似计算中的应用。

(3) 强化微元法及其应用

- 1) n 重积分的定义及其应用;
- 2) 用定积分来定义两类曲线积分及其应用;
- 3) 用二重积分定义两类曲面积分及其应用;
- 4) 建立微分方程等。

同时,淡化了积分的技巧,而对于现代微积分内容,重在数学思想方法的建

立,即将低维空间微积分的主要概念、定理向高维空间推广。

如首先详细介绍一元函数的微积分,甚至从实数理论、数列极限理论开始,并对一系列重要概念、理论重新表述与论证,使之便于向高维空间推广。不仅如此,还适当调整内容顺序,如在一元函数微分学之后,接着介绍多元函数微分学,以利于这种推广,在增加 n 维空间的微积分的内容前提下,适当淡化了多元函数积分学的技巧。在介绍 n 元函数微积分的理论时,对所证明的定理并不总是具有普遍意义,为了更好阐明所研究问题的实质和证明的思路,只考虑足够光滑的函数。在教材中普遍采用归纳法,由浅入深地叙述教材内容。

从教材整体内容上看,加强了各章内容的内在逻辑联系,用现代集合论的知识与算子、数学逻辑符号表述数学定义、理论,使得教材内容篇幅适当压缩。

3. 适当扩大微积分的实际应用范围。

除了加强微积分在几何学、物理学中的应用外,与某些工程数学中的某些内容相互联系,以微积分应用为主,如场论、常微分方程的定性理论初步、数理方程初步、积分变换、近似计算等内容均以与微积分内容相联系为选材标准,为学生进一步学习打下广泛而扎实的基础。总之,俄罗斯的教材坚持“工科”特点,把理论与实际、论证与计算、建模与求解优化组合,分清主次与轻重,“古典”与“现代”错落得当,对建立现代微积分教学内容体系进行了有益的探讨。这些做法对我国微积分教学改革有重要的参考价值。

III 介绍俄罗斯在高等数学教学中设置课程作业的某些做法

俄罗斯在高等数学教学中,十分重视对大学生的独立工作能力的培养,特别是设置课程作业。对大学生来讲,这是运用在高等数学中学到和掌握的知识、技能去解决专业与生产中的具体问题阶段,有利于发展大学生的分析思维能力与创造性思维能力。

下面介绍设置课程作业的有关情况。

1. 一般情况

大学生每人都有自己需独立完成的课程作业,完成的时间规定为40学时。有关课程作业的题目的确定,需由数学教研室与相关的专业教研室共同商定。

2. 完成课程作业的要求

每个大学生完成课程作业必须经过以下6个阶段:

- (1) 从大学生未来从事的工作领域中提出问题;
- (2) 问题的数学描述,即建立所研究的装置、过程与现象的数学模型;
- (3) 数学模型的定性分析;
- (4) 简化模型,以便可以进行分析与研究;

(5) 利用电子计算机进行对原来模型的数值研究；

(6) 分析得到的结果。

3. 课程作业选题参考目录

作为范例,以下题目给出了应该具备的性质和需要达到的水平。事实上,根据不同专业的特点,还可以找到许多课程作业题目。

(1) 仪器与装置的一个质量指标的最优化；

(2) 研究与求解一个有关物理问题(或力学、电工学)的微分方程；

(3) 用稳定性理论的方法研究仪器与装置的工作稳定性；

(4) 用场论方法或数学物理方法解决实际问题；

(5) 利用代数方程组的解法确定喷射器的参数；

(6) 在规划、经济、统计或确定电路参数方面的大型线性方程组的解法；

(7) 在求最佳状态时,对仪器和装置的经验特性的分析；

(8) 利用反常积分的计算来估计生产中受损的概率；

(9) 利用微分方程定性理论方法研究水泵的溢水阀的运动规律和外力、流体系统参数的依赖关系；

(10) 描述非线性电路中的转移过程,并求转移过程与电路的单参数或多参数的依赖关系；

(11) 公共汽车发车有关转车数的选择,以保证最佳间距；

(12) 自动振荡器的极限环的分析；

(13) 研究在片状介质中的无线电电波的传播；

(14) 利用关于一般正交组的傅里叶级数研究信号的综合问题；

(15) 运用庞特里亚金最大值原理解最佳快速作用的线性问题；

(16) 有关仪器、装置、机械与机器部件的可靠性计算；

(17) 在已知输入量分布条件下确定转换器的随机输出量的分布；

(18) 在已知输入量分布条件下计算继电器系统的状态概率；

(19) 利用 Н·维涅尔(Н. Винер)法研究非线性转换器；

(20) 研究关于试验数据的随机变量的分布律；

(21) 用回归分析方法研究企业的效益对企业的主要技术经济指标的依赖关系；

(22) 用相关分析方法研究国民经济部门的有效指标的相互联系；

(23) 用自己熟悉的方法建立生产—经济活动结果的通用指标；

(24) 利用方差分析方法研究社会民主因素对劳动生产率的影响；

(25) 利用戈莫尔(Гомор)方法解决经济领域中的整数规划问题；

(26) 在经济问题中的动态规划方法；

(27) 在确定无线电定位测量数据坐标时的可能精度的估计。

4. 数学教师的作用

大纲规定,大学生的课程作业要在教师的指导下完成,其中包括答疑和考核。这就要求教师要深入到专业中去探讨如何在高等数学中运用专业知识与原理。事实上,有的教师已编写出版了有关课程作业的参考书,这有助于发展大学生在计算机上的数学建模能力。

在俄罗斯新的工科数学教育体系中有一门新课“用电子计算机计算的数学模型与方法”,它是“计算技术与程序设计”的后续课,在第四~六学期开设,针对不同专业的需要教学时数分为三类(54,72,108)。在大纲中明确规定:“本课程的教学目的是讲授建模理论的一般问题(4,10,24),建立数学模型的方法(26,32,48)与数学模型的应用(24,30,36),使大学生善于运用数学模型进行计算实验,并求解最优化问题。”

课程作业的题目可按照“发展与加深在高等数学与专业基础课中的课程作业”的原则来选择,完成课程作业所需要的大学生独立工作时间为60学时。

大纲中规定从大学三年级开始,在大学生中开展有关学科的衔接部分的内容的研究工作。这项工作可向大学生广泛提供数学模型方面的科研课题。

由此看出,对大学生高等数学教育及能力的培养,不仅限于公共课的教学,而是对培养过程进行了整体优化设计。这里要求高等数学提高理论知识平台,适当增加现代工程数学方法,从而为大学生完成课程作业(或数学建模)打下必要的知识基础,从中也可看出俄罗斯高等数学教学改革的设计出发点与最终目标。

IV 俄罗斯现代高等数学教学中的“典型计算教学方法”

大学生主动的独立学习是顺利掌握所学课程的保证,典型计算方法是积极组织高等数学教学过程的一种有效形式。早在1979年(苏联)制订的工科专业高等数学的教学大纲中就曾建议运用“典型计算方法”,而它于1984年正式纳入大纲。典型计算的基本方法是作业“个性化”,根据教材内容要求,按章、节编写典型计算题,每套典型计算题含有31道题,可为一个小班(31人)中每个人提供一道题。这些习题既有共性要求,又有解法上的区别,强调学生独立完成。此外,典型计算还包括对全体学生要求的理论问题与理论练习题,布置典型计算作业时,要给出某些习题的解法举例与必要的理论知识的归纳。

典型计算方法不排斥传统的家庭作业,恰好相反,两者应当互补。

典型计算题的运用通常在习题课上进行,讨论理论问题,独立解答理论练习题与计算题。在阶段测验与期末答辩(考试)中,均从典型计算中选定“个性化”

的习题作为试题(分口试与笔试两部分)。这种做法也是淡化解题技巧,减轻学生课业负担的重要措施。

俄罗斯大纲规定了足够的习题课课时,可保证顺利实施典型计算教学法。每位教师都要参与典型计算方法的设计,并纳入教学研究的工作量,已正式出版了供教学用的“典型计算”习题集,同时还有传统形式的供完成家庭作业的多种习题集。

(*注) 这套丛书的作者向读者推荐下列教材,并指出这些教材对于理解本教材内容与继续深入学习,全面理解教材都有帮助:

В. Гренвиль, Н. Н. Лузин. Дифференциальное интегральное исчисление.

И. И. Привалов. Аналитическая геометрия.

В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. Основы математического анализа.

Л. Д. Кудрявцев. Математический анализ. Т. 1-3.

М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабама. Методы теории функций комплексного переменного.

С. М. Никольский. Курс математического анализа.

Л. С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

俄罗斯教育部数学科学教育委员会第一副主席、俄罗斯科学院通讯院士 Л. Д. Кудрявцев 对这套教材给予高度评价。

2001年审定这套教材的专家组成员包括:莫斯科国立技术大学高等数学教研室(主任是 А. Н. Прилеоко 教授)、院士 В. А. Ильин、俄罗斯科学院通讯院士 С. И. Похожаев 与 Л. Д. Кудрявцев。

评注:(*注)表明俄罗斯现代高等数学教材的改革基础是传统的经典教材,这是“源”之所在。他们既不采取对“经典”全盘否定的态度,也不主张墨守成规,而是遵循“与时俱进,改革创新”的原则进行教材改革,取得了有特色的成果。

俄罗斯教材前言(节选)^[1]

数学是研究数量关系与空间形式的精确的抽象科学。

数学的精确性是指逻辑推理为数学研究的主要方法,而研究的结果要用严格的逻辑形式进行叙述。

数学的抽象性是指它的研究对象为数学模型。在数学模型中要研究各因素之间形式上的关系及其定量与定性的关系。

善于逻辑思维,掌握数学工具,正确地运用数学,所有这一切都可使思维敏捷,为人们提供强有力的研究工具。

现代科学工作者或工程师应当掌握足够的数学方法与数学文化思维,真正体会到数学方法的美妙与力量,并把它们(包括古典的或现代的方法)应用到自己的研究领域。

评注 基于上述认识,俄罗斯坚持以培养高素质、创新型人才为目标,提出新的工科数学教学内容体系。

记号与逻辑符号

符号	表示的意义
\vee	逻辑“或”
\wedge	逻辑“和”
\exists	“存在”或“找到”
\forall	“对任何”或“对每一个”
:	使得
\Leftrightarrow	等价,充分且必要,当且仅当
$A \rightarrow B$	由 A 得到 B
$f: A \rightarrow B$	f 是从集合 A 到集合 B 的映射
\mathbb{N}	自然数集合(按俄罗斯教材的规定)
\mathbb{Z}	整数集合
\mathbb{Q}	有理数集合
\mathbb{J}	无理数集合
\mathbb{R}	实数集合
\mathbb{C}	复数集合
$x \in A$	x 是集合 A 的元素
$A \subset B$	集合 A 是集合 B 的子集
$\sup_{x \in X} \{x\}$	集合 X 的上确界
$\inf_{x \in X} \{x\}$	集合 X 的下确界
$C = A \cup B$	集合 C 是集合 A 与集合 B 的并集
$C = A \cap B$	集合 C 是集合 A 与集合 B 的交集
$x \in A \cup B$	$x \in A$ 或 $x \in B$
$x \in A \cap B$	$x \in A$ 且 $x \in B$

$C = A \setminus B$	集合 C 是集合 A 与集合 B 的差集
$x \in A \setminus B$	$x \in A$, 但 $x \notin B$ (x 不属于 B)
$f \in C([a, b])$	f 属于在 $[a, b]$ 上连续的函数类
$f \in C^1([a, b])$	f 属于在 $[a, b]$ 上具有连续导数的函数类
$f \in R([a, b])$	f 属于在 $[a, b]$ 上黎曼可积的函数类